

Національний університет "Одеська морська академія"  
Міністерства науки і освіти України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

Сікірін Володимир Євгенович

УДК 656.61.052

## ДИСЕРТАЦІЯ

### ОПТИМІЗАЦІЯ УПРАВЛІННЯ РУХОМ СУДНА ЗА МІНІМУМОМ ТРАЄКТОРНОЇ ПОХИБКИ

Спеціальність 05.22.13 - навігація та управління рухом

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук  
(271-Річковий та морський транспорт)

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 Сікірін В.Є.

Науковий керівник к. т. н., доцент Ворохобін І.І.

Одеса – 2018

## АНОТАЦІЯ

**Сікірін В.Є.** Оптимізація управління рухом судна за мінімумом траєкторної похибки. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.22.13 – навігація та управління рухом (271-Річковий та морський транспорт). - Національний Університет "Одеська морська академія", Одеса, 2018.

Як витікає з аналізу основних робіт, присвячених вирішенню проблеми забезпечення безпеки судноводіння, основними напрямками її рішення є розробка методів вдосконалення управління рухом судна при плаванні в стислих водах, що сприяє підвищенню їх ефективності і безпечності плавання та підвищення точності і надійності процесу судноводіння у прибережних районах плавання.

В результаті проведеного аналізу з'ясувалося, що актуальним напрямом рішення вказаної проблеми є вдосконалення методів підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна.

Обґрунтовано основний напрям дисертаційного дослідження, який присвячений розробці способу оцінки та підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, який відрізняється урахуванням детермінованих та стохастичних чинників, що впливають на точність реалізації судном програмної траєкторії руху.

Мета дисертаційного дослідження викладена в розробленій технологічній карті дослідження, яка також включає його головну задачу, декомпозиція якої представлена трьома незалежними складовими задачами. Сформульована і підтверджена гіпотеза наукового дослідження, та показано, що в результаті рішення незалежних складових задач одержані відповідні

наукові результати дисертаційної роботи. Наведені результати роботи, яким притаманна наукова новизна, і виділені положення дослідження, що одержані вперше.

Відзначені значущість і практична цінність дисертаційного дослідження, які обумовлюють можливість впровадження практичних рекомендацій, одержаних в дисертаційній роботі, а також сформульоване наукове положення роботи.

Методика рішення складових задач, поставлених в дисертаційній роботі, коротко розглянута в окремому підрозділі. Слід зазначити, що розглянута методика є не стільки описом основних етапів виконання наукового дисертаційного, а також є узагальненим алгоритмом виконання дисертаційного дослідження. При цьому отримані теоретичні розробки з використанням сучасних методів аналітичного аналізу та проведено експериментальні натурні спостереження для підтвердження коректності одержаних теоретичних результатів дисертаційного дослідження.

В основній частині дисертаційного дослідження розглянуто вибір показника ефективності функціонування системи прийняття рішень з управління рухом судна, який залежить від точності утримання судна на програмній траєкторії руху із всебічним урахуванням суттєвих істотних стохастичних і детермінованих чинників. Здійснено аналітичний опис системи прийняття рішень з управління рухом судна і представлено її багаторівневою ієрархічною системою прийняття рішень та приведено її стратифікований і багат шаровий опис.

Дисперсія модуля векторіальної похибки обрана в якості стохастичного показника ефективності функціонування системи прийняття рішень з управління рухом судна, показано, що вона є сумою діагональних елементів коваріаційної матриці, тобто дисперсій складових векторіальної похибки. Векторіальна траєкторна похибка представлена сумою декількох незалежних векторі-

альних похибок, що характеризують точність обсервації, прогнозу збільшення координат і повороту судна при зміні програмного курсу руху. Отримано аналітичні вирази для дисперсій векторіальних похибок і для стохастичних показників в цілому.

Максимальним значенням бічного зносу судна щодо програмної траєкторії руху характеризується детермінована складова показника ефективності. Наведено диференціальне рівняння керованого руху судна по куту рискання. Залежно від різних типів управління судна отримано рівняння зміни кута його рискання. Показано, що бічне знесення судна залежить від характеристик моментів збурення, а також від частоти власних коливань судна за кутом рискання і його коефіцієнту загасання. Отримано аналітичні вирази максимального значення бокового зносу судна при пропорційно-диференційному і пропорційно-інтегрально-диференційному алгоритму керування судна.

Основні закони розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань розглянуто в наступній частині роботи. Наведено відомості з нормального закону і двох типів змішаних законів. Нормальний закон розподілу є стійким, і застосовується для опису, як незалежних, так і залежних випадкових похибок, проте йому не властиві «обтяжені хвости», які характерні для реальних гістограм похибок навігаційних вимірювань. Змішані закони розподілу позбавлені цього недоліку, - їх відрізняють позитивний ексцес, що свідчить про «тяжкі хвости». Змішані закони не можуть використовуватися, якщо похибки вимірювань є залежними, так як вони не володіють властивістю стійкості або безмежної подільності.

Зазначених двох недоліків позбавлені узагальнені закони розподілу Пуассона. У розділі отримана щільність і характеристична функція узагальненого закону розподілу Пуассона з базовою щільністю закону Гауса. Для цього розподілу сформульовано умову наявності «обтяженого хвосту».

В роботі запропоновано спосіб перетворення системи залежних випадкових величин в систему незалежних тієї ж розмірності за допомогою ортогональної матриці, і запропонована процедура її формування. Для узагальненого закону розподілу Пуассона за допомогою характеристичних функцій показана можливість розкладання залежних випадкових величин за допомогою ортогональної матриці в систему незалежних, і отримано вираз для щільності розподілу, що дозволяє сформулювати процедуру розрахунку ефективних оцінок обсервованих координат.

Подальше дослідження присвячене питанням оцінки ефективності обсервованих координат судна, розрахованих методом найменших квадратів при наявності надлишкових ліній положення, похибки яких розподілені за законами відмінним від закону Гауса. Проведена оцінка ефективності обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона. Отримано аналітичні вирази ефективності для розглянутого випадку. За допомогою нормованих щільностей закону Гауса і узагальненого закону Пуассона отримана залежність значення ефективності від істотного параметра узагальненого закону розподілу Пуассона.

Для мінімізації коваріаційної матриці векторіальної похибки розглянуто розрахунок обсервованих координат методом максимальної правдоподібності. Отримано аналітичні вирази для розрахунку обсервованих координат судна в разі надлишкових ліній положення при розподілі їх похибок за узагальненим законом Пуассона. Показано, що рішення рівняння правдоподібності може бути одержано чисельним методом простих ітерацій. Наведено процедуру розрахунку обсервованих координат методом найменших квадратів.

Для сучасних суден різного призначення розглянуті деякі аспекти вдосконалення процесу їх управління з використанням математичних моделей їх керованого руху і реалізацією їх на сучасних обчислювальних засобах із за-

стосуванням інформаційних технологій. Зокрема, розглянуто застосування ЕКНІС для вибору параметрів повороту судна.

Здійснена перевірка статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів, отриманих в натурних спостереженнях протягом рейсу судна. Розглянуто вісім вибірок похибок вимірювання навігаційних параметрів, причому число членів кожної вибірки перевершує 200. В результаті перевірки встановлено, що для опису похибок вибірок можуть бути використані змішані закони обох типів і узагальнений закон Пуассона . Обґрунтовано перевагу застосування узагальненого закону Пуассона .

Наукова новизна отриманих в дисертації результатів полягає в створенні нового методу оцінки та підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, який відрізняється урахуванням детермінованих та стохастичних чинників, що впливають на точність реалізації судном програмної траєкторії руху.

У дисертаційній роботі:

- вперше розроблено метод оцінки показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна з урахуванням залежності від детермінованих та стохастичних факторів;
- дістало подальшого розвитку модель перетворення системи залежних похибок розподілених по узагальненому закону Пуассона у їх незалежну систему;
- вдосконалено метод максимальної правдоподібності при розподілі похибок навігаційних вимірів по узагальненому закону Пуассона.

Проведеному дисертаційному дослідженню властиве практичне значення, яке полягає у тому, що його результати можуть бути впроваджені на судна в процесі експлуатації, а також в судових навігаційних інформаційних системах.

Практичні результати дисертаційного дослідження впроваджені приватним вищим навчальним закладом «Інститут післядипломної освіти» «Одеський морський тренажерний центр» для підготовки судноводіїв (акт впровадження від 03.04.2018 р.), крьюінговою компанією «СМА Шипс Україна» для підготовки офіцерів морських суден (акт від 28.03.2018 р.). Матеріали дисертаційного дослідження використовуються в навчальному процесі на кафедрі Управління судном в розділах забезпечення маневрування судна. (акт від 26.03.2018 р.).

**Ключові слова:** безпека судноводіння, ефективність системи прийняття рішень, узагальнений закон Пуассона, метод максимальної правдоподібності, коваріаційна матриця, стохастична векторіальна похибка.

Основні результати дисертаційного дослідження здобувача опубліковані в наступних наукових працях:

#### Основні наукові результати дисертації.

1. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrücken, Deutschland/ Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.

2. Алексейчук Б.М. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных линиях положения, полученная имитационным моделированием / Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Астайкин Д.В. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017.- С. 47 - 51.

3. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

4. Астайкин Д.В. Анализ особенностей обобщенного пуассоновского закона и смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М, Сикирин В.Е. // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 15 сентября 2017 - Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 19 - 24.

5. Сикирин В.Е. Формализация системы принятия решений по управлению движением судна/Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2017 - С. 203-209.

6. Алексейчук Б.М. Сравнительная характеристика смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений с обобщенным пуассоновским законом/Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 8.

7. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона./ Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152-157.

8. Алексейчук Б.М. Модели формирования законов распределения погрешностей навигационных измерений/ Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 11.

9. Тришин Н. В. Интегрирование предиктивной модели движения судна в ЭКНИС / Тришин Н. В., Сикирин В. Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 24. – Одесса: «ИздатИнформ», 2014 - С. 164-171.



10. Пипченко А.Д. Поиск оптимального закона в задаче автоматического регулирования курса судна/ Пипченко А.Д., Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 20. – Одесса: «ИздатИнформ», 2011 - С. 165-174.

Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації.

11. Сикирин В.Е. Выражение для эксцесса обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016): Матеріали Міжнародної наук.-практ. конф., 24-26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 143–146.

12. Сикирин В.Е. Эффективность обсервованных координат судна при распределении погрешностей линий положения по обобщенному закону Пуассона/Сикирин В.Е.// Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017): Матеріали IX Міжнародної наук.-практ. конф., 23-25 травня. 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 136–139.

13. Алексейчук Б.М. Влияние длительности формирования выборки на закон распределения вероятностей погрешностей навигационных измерений/ Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Пасечнюк С.С. // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-тех. конф., 17-18 травня 2017 р. – Миколаїв : МУК, 2017. – С. 23–25.

14. Сикирин В.Е. Анализ возможности использования обобщенного распределения Пуассона для описания случайных погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 19-20 листоп. 2015 – Одеса : ОНМА, 2015. – С. 137-139.

15. Сикирин В.Е. Стратифицированное описание системы управления движением судна. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2016 – Одеса : ОНМА, 2016. – С. 119–120.

16. Сикирин В.Е. Зависимость точности судовождения от закона управления движением судна по курсу. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С. 137-140 .

## ANNOTATION

**Sikirin V.E.** Optimization of vessel traffic control by minimizing trajectory error. It is Qualifying scientific labor on rights for a manuscript. Dissertation on the receipt of scientific degree of candidate of engineering sciences (Ph.D.) after speciality 05.22.13 - navigation and traffic control (271-river and marine transport). It is the National University "Odessa marine academy", Odessa, 2018.

As ensues from the analysis of the basic works devoted to the decision of problem of providing of safety of navigator, development of methods of perfection of traffic control of ship at sailing in the compressed waters is basic directions of its decision, that is instrumental in the increase of their efficiency and unconcern of sailing and increase of exactness and reliability of process of navigator in the off-shore districts of sailing.

It turns out as a result of the conducted analysis, that perfection of methods of increase of efficiency of the system of acceptance of decisions on the traffic control of ship is actual direction of decision of the indicated problem.

Basic direction of dissertation research was shown, which is devoted to development of method of estimation and increase of efficiency of the system of acceptance of decisions on the traffic, which differs by the account of the determined and stochastic factors which influence on exactness of realization by the ship of programmatic trajectory of motion, control of ship.

The purpose of dissertation research is laid out in the developed technological card of research, which also includes his main task, decomposition of which is represented by three independent component tasks. Formulated and confirmed hypothesis of scientific research, and it is shown that as a result of decision of

independent component tasks the got proper scientific dissertation job performances. Resulted job performances, to which inherent scientific novelty, and selected positions of research, that is got first.

Meaningfulness and practical value of dissertation research is marked, which stipulate possibility of introduction of the practical recommendations got in dissertation work, and also the formulated scientific position of work.

Method of decision of the component tasks put in dissertation work, shortly considered in separate subsection. It should be noted that the considered method is not so much by description of basic stages of implementation of scientific dissertation, and also is the generalized algorithm of implementation of dissertation research. Thus got theoretical developments with the use of modern methods of analytical analysis and the experimental model supervisions are conducted for confirmation of correctness of the got theoretical results of dissertation research.

In basic part of dissertation research the choice of index of efficiency of functioning of the system of acceptance of decisions is considered from the traffic which depends on exactness of maintenance of ship on the programmatic trajectory of motion with the comprehensive account of substantial stochastic and determined factors control of ship. Analytical description of the system of acceptance of decisions is carried out from the traffic control of ship and represented her by the multilevel hierarchical system of acceptance of decisions and resulted its description.

Dispersion of the module of vectors error is select in quality the stochastic index of efficiency of functioning of the system of acceptance of decisions from the management by motion of ship, it is shown that she is the sum of diagonal elements of co variation matrix, that dispersions of constituents of vectors error. A vectors trajectory error is represented by the sum of a few independent vectors errors, which characterize exactness of observation, prognosis of increase of coordinates and turn of ship at the change of programmatic course of motion. Analytical

expressions are got for dispersions of vectors errors and for stochastic indexes on the whole.

The maximal value of the lateral tearing down of ship in relation to the programmatic trajectory of motion characterizes the determined constituent of index of efficiency. Differential equalization of the guided motion of ship is resulted on the corner of prowling. Depending on different types of management of ship equalization of change of corner of his prowling is got. It is shown that the lateral taking of ship depends on descriptions of moments of indignation, and also from frequency of own vibrations of ship after the corner of prowling and his coefficient of fading. Analytical expressions of maximal value of the lateral tearing down of ship are got at proportionally-differential and proportionally-integral-differential algorithm of management of ship.

The basic laws of probability distribution of errors of the navigation measuring are considered in a next part of work. Information is resulted from a normal law and two types of the mixed laws. The normal law of distributing is proof, and is used for description, both independent and dependent random error terms, however to him the not peculiar «burdened tails» what characteristic for the real histograms of errors of the navigation measuring. The mixed laws of distributing are deprived this failing, - distinguish them positive excess, that testifies to the «heavy tails». The mixed laws can not be used, if the errors of measuring are dependent, so however much they own property of firmness or boundless divisibility.

Noted two failings deprived generalized Puasson's distributing. In a section the got closeness and characteristic function of the generalized Puasson's distributing with the base closeness of law to Gauss. For this distributing the condition of presence of «heavy tails».

In work the method of transformation of the system of dependent casual sizes in the system of independent is offered that dimension by a orthogonal matrix, and the offered procedure of its forming. For the generalized Puasson's distributing by

characteristic functions the shown possibility of decomposition of dependent casual sizes by a orthogonal matrix in the system of independent, and expression is got for the closeness of distributing, that allows to form procedure of calculation of effective estimations of coordinates.

Subsequent research is devoted to the questions of estimation of efficiency of coordinates of ship, expected by a least-squares method at presence of surplus lines of position, the errors of which are distributed after laws different from a law to Gauss. Conducted estimation of efficiency of coordinates of ship at distributing of errors of lines of position after the generalized law Puasson. Analytical expressions of efficiency are got for the considered case. By Gauss rationed to the law and the generalized law Puasson collected dependence of value of efficiency from the substantial parameter of the generalized Puasson's distributing.

For minimization of co variation matrix of vectors error the calculation of coordinates is considered the method of maximal plausibility. Analytical expressions are got for the calculation of coordinates of ship in the case of surplus lines of position at distributing of their errors after the generalized law Puasson. It is shown that the decision of equalization of plausibility can be got the numeral method of simple iteration. Procedure of calculation of coordinates is resulted by a least-squares method.

For the modern ships of a different setting some aspects of perfection of process of their management are considered with the use of mathematical models of their guided motion and realization of them on modern computing facilities with application of information technologies. In particular, the ECDIS application is considered for the choice of parameters of turn of ship.

Realizable verification of statistical hypotheses of distributing of errors of measuring of the navigation parameters got in the model supervisions during to the voyage of ship. Eight selections of errors of measuring of navigation parameters are considered, thus the number of members of every selection excels 200. It is set

as a result of verification, that for description of errors of selections the mixed laws of both types and generalized law Puasson can be used. Advantage of application of the generalized law Puasson is shown.

The scientific novelty of the results got in dissertation consists in creation of a new method of estimation and increase of efficiency of the system of acceptance of decisions on the management by motion of ship, which differs by the account of the determined and stochastic factors which influence on exactness of realization by the ship of programmatic trajectory of motion.

In dissertation work:

- the method of estimation of index of efficiency of the system of acceptance of decisions is first developed from the traffic control of ship and his dependence on the determined and stochastic factors;
- procedure of transformation of the system of dependent errors of distributed is first offered on the generalized law Puasson in their independent system;
- the method of maximal plausibility is first got at distributing of errors of the navigation measuring on the generalized law Puasson.

To the conducted dissertation research peculiar practical value, which consists in that his results can be inculcated on ships in the process of exploitation, and also in the ship navigation informative systems.

The practical results of the dissertation research are implemented by the private institute of higher education "Institute of Postgraduate Education" "Odessa Sea Training Center" for the training of navigators (implementation act dated April 03, 2018), crewing company "CMA Ships Ukraine" for the training of marine officers (Act March 28, 2018). The materials of the dissertation research are used in the educational process at the Department of Ship Management in sections providing maneuvering of the vessel and scientific research. (Act dated March 26, 2018).

**Keywords:** safety of navigation, traffic of ship control, system of acceptance of decisions, generalized law Puasson, maximum likelihood method.

The basic results of dissertation research of bread-winner are published in the following scientific labors:

Basic scientific results of dissertation.

1. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrücken, Deutschland/ Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.

2. Алексейчук Б.М. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных линиях положения, полученная имитационным моделированием / Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Астайкин Д.В. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017.- С. 47 - 51.

3.Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

4. Астайкин Д.В. Анализ особенностей обобщенного пуассоновского закона и смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М, Сикирин В.Е. // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 15сентября 2017 - Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 19 - 24.



5. Сикирин В.Е. Формализация системы принятия решений по управлению движением судна/Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2017 - С. 203-209.

6. Алексейчук Б.М. Сравнительная характеристика смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений с обобщенным пуассоновским законом/Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 8.

7. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона./ Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152-157.

8. Алексейчук Б.М. Модели формирования законов распределения погрешностей навигационных измерений/ Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 11.

9. Тришин Н. В. Интегрирование предиктивной модели движения судна в ЭКНИС / Тришин Н. В., Сикирин В. Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 24. – Одесса: «ИздатИнформ», 2014 - С. 164-171.

10. Пипченко А.Д. Поиск оптимального закона в задаче автоматического регулирования курса судна/ Пипченко А.Д., Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 20. – Одесса: «ИздатИнформ», 2011 - С. 165-174.

Publications which certify approbation of materials of dissertation.

11. Сикирин В.Е. Выражение для эксцесса обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016):

Матеріали Міжнародної наук.-практ. конф., 24-26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 143–146.

12. Сикирин В.Е. Эффективность обсервованных координат судна при распределении погрешностей линий положения по обобщенному закону Пуассона/Сикирин В.Е.// Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017): Матеріали IX Міжнародної наук.-практ. конф., 23-25 травня. 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 136–139.

13. Алексейчук Б.М. Влияние длительности формирования выборки на закон распределения вероятностей погрешностей навигационных измерений/Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Пасечнюк С.С. // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-тех. конф., 17-18 травня 2017 р. – Миколаїв : МУК, 2017. – С. 23–25.

14. Сикирин В.Е. Анализ возможности использования обобщенного распределения Пуассона для описания случайных погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплаванні: Матеріали наук.-техн. конф., 19-20 листоп. 2015 – Одеса : ОНМА, 2015. – С. 137-139.

15. Сикирин В.Е. Стратифицированное описание системы управления движением судна/ Сикирин В.Е. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавання, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2016 – Одеса : ОНМА, 2016. – С. 119–120.

16. Сикирин В.Е. Зависимость точности судовождения от закона управления движением судна по курсу / Сикирин В.Е. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавання, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С. 137-140 .

## ЗМІСТ

|                                                                                                                     | Стор. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| ВСТУП.....                                                                                                          | 21    |
| РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ЩОДО ІСНУЮЧИХ НАПРЯМКІВ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА ПІДВИЩЕННЯ БЕЗПЕКИ СУДНОВОДІННЯ.....   | 26    |
| 1.1. Аналіз літератури за проблемою забезпечення безаварійного плавання морських суден.....                         | 26    |
| 1.2. Вибір основного напрямку дисертації.....                                                                       | 45    |
| 1.3. Висновки по першому розділу.....                                                                               | 46    |
| РОЗДІЛ 2. МЕТОДОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ.....                                                | 48    |
| 2.1. Обґрунтування вибору теми дисертаційного дослідження.....                                                      | 48    |
| 2.2. Методи дослідження дисертаційної роботи.....                                                                   | 50    |
| 2.3. Короткий виклад методики проведення дослідження за темою дисертації.....                                       | 55    |
| 2.4. Висновки по другому розділу.....                                                                               | 56    |
| РОЗДІЛ 3. ВИБІР ПОКАЗНИКА ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З УПРАВЛІННЯ РУХОМ СУДНА .....       | 58    |
| 3.1. Формалізація системи прийняття рішень з управління рухом судна.....                                            | 58    |
| 3.2. Стохастичний показник ефективності функціонування системи прийняття рішень $S_m$ з управління рухом судна..... | 66    |
| 3.3. Оцінка максимального значення бокового зносу судна $d_{\max}$ відносно програмної траєкторії руху.....         | 85    |
| 3.4. Висновки за третім розділом.....                                                                               | 100   |
| РОЗДІЛ 4. ЗАСТОСУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО ЗАКОНУ ПУАССОНА ДЛЯ ОПИСУ ПОХИБОК НАВІГАЦІЙНИХ ВИМІРІВ.....                    | 102   |

|                                                                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1. Нормальний закон розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань.....                                                                         | 102 |
| 4.2. Змішані закони розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань першого і другого типу.....                                                    | 106 |
| 4.3. Узагальнений закон розподілу Пуассона .....                                                                                                          | 112 |
| 4.4. Узагальнений закон Пуассона з базовою щільністю Гауса.....                                                                                           | 119 |
| 4.5. Перетворення залежної системи випадкових величин в незалежну при узагальненому законі розподілу Пуассона .....                                       | 136 |
| 4.6. Висновки за четвертим розділом.....                                                                                                                  | 140 |
| РОЗДІЛ 5. ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З УПРАВЛІННЯ РУХОМ СУДНА.....                                                                  | 142 |
| 5.1. Оцінка ефективності обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона ..                           | 142 |
| 5.2. Розрахунок обсервованих координат методом максимальної правдоподібності при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона ..... | 150 |
| 5.3. Деякі аспекти вдосконалення процесу управління рухом судна..                                                                                         | 157 |
| 5.4. Перевірка статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів.....                                                            | 171 |
| 5.5. Висновки за п'ятим розділом.....                                                                                                                     | 176 |
| ВИСНОВКИ.....                                                                                                                                             | 178 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....                                                                                                                           | 180 |
| ДОДАТОК А. Вибірки похибок навігаційних вимірювань.....                                                                                                   | 194 |
| ДОДАТОК Б. Зіставлення гістограм з кривими щільності розподілу....                                                                                        | 209 |
| ДОДАТОК В. Список публікацій здобувача та відомості про апробацію результатів дисертації.....                                                             | 222 |
| ДОДАТОК Д. Акти впровадження результатів дисертації.....                                                                                                  | 226 |
| ДОДАТОК Е. Фрагмент програми перевірки статичних гіпотез.....                                                                                             | 230 |

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Однією з найважливіших проблем безпеки мореплавання є підвищення безаварійності судноводіння, так як її успішне рішення сприяє збереженню людського життя на морі та зниження можливої шкоди навколишньому середовищу.

Плавання суден в стислих водах ускладнюють інтенсивне судноплавство та навігаційні небезпеки, які створюють передумови для виникнення аварійних ситуацій. При плаванні в стислих районах одним із найбільш актуальних аспектів забезпечення безаварійного судноводіння є вдосконалення методів управління рухом судна, що в першу чергу визначається системою прийняття рішень по управлінню рухом судна. Тому розробка способу оцінки та підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, чому присвячена дана робота, є актуальним науковим напрямом.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконувалася відповідно до положень Транспортної стратегії України на період до 2020 р. (розпорядження Кабінету Міністрів України від 20.10.2010 р., №2174-р), рішення Ради національної безпеки і оборони України від 16.05.2008 р. «Про заходи щодо забезпечення розвитку України як морської держави» (наказ Президента України від 20.05.2008 р. №463 / 2008), а також в рамках планів наукових досліджень національного університету "Одеська морська академія" за держбюджетною темою "Забезпечення безпеки судноводіння в стислих районах плавання" (№ ГР 0115U003580, 2016 р.), в якій здобувачу належить виконаний підрозділ.

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертаційного дослідження є забезпечення безаварійного плавання в стислих районах шляхом підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна.

Науковою гіпотезою дисертаційного дослідження є допущення про можливість підвищення ефективності системи прийняття рішень за допомогою комплексного урахування детермінованих та стохастичних чинників.

Головна задача дослідження полягає в розробці алгоритмів розрахунку показника ефективності системи прийняття рішень та підвищення його величини.

Методами теорії дослідження операцій була проведена декомпозиція головної задачі дисертації на три незалежні складові задачі:

1. Аналіз існуючих методів управління рухом судна в стислих районах мореплавання та формування математичної моделі показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна.

2. Визначення можливості застосування узагальненого закону Пуассона для формалізації стохастичної складової показника ефективності руху судна.

3. Формування практичних дій для подальшого підвищення ефективності управління рухом судна.

**Об'єктом дослідження** дисертації є процес управління рухом судна.

**Предметом дослідження** є формування траєкторії руху для забезпечення безаварійного судноводіння.

**Методи дослідження.** Наступні методи були використані у дисертаційному дослідженні для пошуку рішень поставлених задач:

- дедукції при аналізі основних підходів вирішення проблеми безпеки судноводіння;
- дослідження операцій для декомпозиції головної задачі дисертації на незалежні складові задачі;
- системного аналізу для вибору теми дисертаційної роботи і при формуванні технології наукового дослідження;
- математичного аналізу для одержання рівнянь руху судна і пошуку залежності параметрів руху судна від керуючих впливів;

- теорії ймовірності та математичної статистики для формалізації стохастичної складової показника ефективності системи прийняття рішень.

**Наукова новизна отриманих результатів** полягає в створенні нового методу оцінки та підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, який відрізняється урахуванням детермінованих та стохастичних чинників, що впливають на точність реалізації судном програмної траєкторії руху.

У дисертаційній роботі:

- вперше розроблено метод оцінки показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна з урахуванням залежності від детермінованих та стохастичних факторів;
- дістало подальшого розвитку модель перетворення системи залежних похибок розподілених по узагальненому закону Пуассона у їх незалежну систему;
- вдосконалено метод максимальної правдоподібності при розподілі похибок навігаційних вимірів по узагальненому закону Пуассона.

**Практичне значення отриманих результатів** полягає в тому, що його результати можуть бути упроваджені на судна в процесі експлуатації, а також в судових навігаційних інформаційних системах.

Практичні результати дисертаційного дослідження впроваджені приватним вищим учбовим закладом «Інститут післядипломної освіти» «Одеський морський тренажерний центр» для підготовки судноводіїв (акт впровадження від 03.04.2018 р.), крюїнговою компанією «СМА Шипс Україна» для підготовки офіцерів морських суден (акт від 28.03.2018 р.). Матеріали дисертаційного дослідження використовуються в навчальному процесі на кафедрі Управління судном в дисципліні маневрування та управління судном (акт від 26.03.2018 р.) та в наукових дослідженнях НУ «ОМА» (акт від 26.03.2018 р.).

**Особистий внесок здобувача.** Дисертант самостійно виконав дисертаційну роботу: ним проведено інформаційний пошук та аналіз основних на-

прямків вирішення проблеми підвищення безпеки судноводіння, обґрунтовано методологічне забезпечення дисертаційного дослідження, він розробив метод оцінки і покращення показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна і його залежність від детермінованих та стохастичних факторів, ним також розроблені необхідні алгоритми, що дозволяють проводити оцінку ефективності обсервованих координат при надмірних вимірюваннях розрахованих методом найменших квадратів в разі розподілу похибок за узагальненим законом Пуассона, здобувачем запропонований метод максимальної правдоподібності при розподілі похибок навігаційних вимірів по узагальненому закону Пуассона, впроваджені результати роботи в виробничий процес. З наукових праць, опублікованих у співавторстві, в дисертації використані лише ті положення, які належать автору особисто: дослідження особливостей узагальненого закону Пуассона і метод розрахунку ефективних координат при надлишкових вимірювань [104], процедура визначення ефективності координат судна при розподілі похибок по закону Пуассона [105], процедура оцінки ефективності обсервованих координат судна [106], аналіз особливості узагальненого закону Пуассона [107], порівняльна характеристика узагальненого закону Пуассона з іншими законами [109], модель формування узагальненого закону Пуассона [111], процедура інтегрування в моделі керованого руху судна [112], формування вибірок похибок навігаційних вимірювань при натурних спостереженнях [115], налаштування авторульового для оптимального управління судном [119].

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати і положення роботи доповідалися, обговорювалися і були схвалені на науково-практичних, науково-технічних і науково-методичних конференціях:

VIII Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)» (Херсон, 24-26 травня 2016 р.), IX Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)» (Херсон, 23-



25 травня 2017 р.), XXVII Международная конференция «Развитие науки в XXI веке» (Харків, 15 вересня 2017 р.), Всеукраїнська науково-технічна конференція «Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд» (Миколаїв, 17-18 травня 2017 р.), науково-технічна конференція «Морські перевезення та інформаційні технології в судноплаванні» (Одеса, 19-20 листоп. 2015 р.), науково-технічна конференція «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека» (Одеса, 16-17 листопаду 2016 р.), науково-технічна конференція «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека» (Одеса, 16-17 листоп. 2017 р.).

**Публікації.** За результатами виконаних досліджень автором опубліковано 16 наукових праць (з них 7 одноосібно), в тому числі: в наукових профільних виданнях, що входять до переліку МОН України - 6 наукових статей [108-112,119]; в зарубіжних наукових профільних виданнях - 3 наукові статті [104-106]; в збірниках матеріалів наукових конференцій - 7 доповідей [107,113-118].

**Структура роботи.** Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних літературних джерел (119 найменувань) і додатків. Загальний обсяг роботи становить 255 сторінок і містить 50 рисунків і 15 таблиць, зокрема: 179 сторінка основного тексту, 14 сторінок списку використаних джерел, 50 сторінок додатків.

## РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ЩОДО ІСНУЮЧИХ НАПРЯМКІВ  
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА ПІДВИЩЕННЯ БЕЗПЕКИ СУДНОВОДІННЯ

1.1. Аналіз літератури за проблемою забезпечення безаварійного плавання морських суден.

Для вивчення проблеми забезпечення безпечного плавання суден був проведений аналіз основних існуючих літературних джерел, який виявив найбільш актуальні напрямки вирішення цієї проблеми:

1. Забезпечення точності контролю місця судна і оцінка безпеки судноводіння в стислих умовах.
2. Використання сучасних інформаційно-управляючих технологій і засобів безпечного судноводіння.
3. Розробка теоретичних методів та технічних заходів щодо попередження зіткнень суден у районах інтенсивного судноплавства.

Публікації [1-53] присвячені методам моделювання руху судна в стислих умовах плавання, які пов'язані з виконанням суднами різних маневрів, що сприяють більш ефективному і безпечному процесу судноводіння.

В роботі [1] викладено інформацію по питанням оцінки, прогнозу і оптимізації процесу судноводіння бортових автоматизованих систем. В ній розглянуто методи прогнозу мореплавства та основні принципи вибору судноводієм рішень для забезпечення безаварійного плавання судна в штормових умовах. Приведено характеристики функціональних можливостей проаналізованих засобів та наведені особливості відображення інформації.

Значна роль у забезпеченні безпеки судноводіння, як зазначається у роботі [2], належить навігаційно-інформаційній системі (НІС) судна, про яку

в роботі представлені докладні відомості та по електронним картам, розглянуто принципи відображення інформації НІС та наведені характеристики складових частин, функціональних можливостей. Приведені особливості сучасних датчиків оперативної навігаційної інформації, з аналізом їх обмежень та недоліків.

В роботі [3] розглядається задача утримання морського об'єкту в заданій точці за заданим курсом, як нелінійна задача управління. Приводиться синтез алгоритму нелінійним фільтром Калмана з локальними ітераціями, за допомогою якого проводиться оцінка поточного стану системи для формування необхідного закону керування. Результати проведеного моделювання показують можливість утримання судна з точністю не гірше 4-8 м відносно завданої точки при стабілізації курсу до  $2^\circ$ .

Синтез алгоритму управління рухом судна розглянуто у роботі [4], при стабілізації судна на траєкторії за комплексним економічним критерієм і критерієм точності з урахуванням нелінійної моделі судна і виникаючих збурень. Здійснена ідентифікація математичної моделі судна з використанням багато альтернативної фільтрації при застосуванні лінійно-квадратичного методу.

Високоточне управління судном в стислих районах розглянуто в роботах [5,6,7], причому в роботах [6,7] приведені динамічні моделі повороту судна з урахуванням процесу перекидання пера керма.

Як зазначається в роботі [8], у сучасних системах управління складними динамічними об'єктами для формування керуючих впливів використовується модель, яка заснована на використанні нейронних мереж. До класу таких невизначених об'єктів в роботі відносяться морські рухомі об'єкти, до яких належать, зокрема, морські судна.

Коефіцієнти впливу параметрів математичної моделі судна на його маневрені характеристики запропоновані в роботі [9]. Приводяться та визначені коефіцієнти впливу для основних маневрених характеристик

поворотності судна (радіус сталої циркуляції, початкова поворотність та всі характеристики одержування).

Уніфікована математична модель руху для різних типів морських рухомих об'єктів, що мають постійну швидкість, пропонується в роботі [10]. В якості моделі запропоновано нелінійне матричне диференціальне рівняння, аналіз якого визначає вимоги до систем управління морськими рухомими об'єктами. Слід відзначити, що зазначені вимоги формулюються, як задачі оптимального управління.

В роботі [11] приведена програма і представлені результати статистичного моделювання процесу руху суден лінійним фарватером. Виявлена залежність кількості ситуацій небезпечного зближення від параметрів навігаційних умов плавання.

Розробці системи управлінь курсом судна автопілотом з використанням принципів нечіткої логіки присвячена стаття [12], в якій розглядається адаптація системи, що враховує складну динаміку та нелінійність математичної моделі судна. Причому судно розглядається як об'єкт управління при випадково змінюваних умовах роботи системи.

В роботі [13] запропонована структура дворівневої системи управління рухом швидкісних суден, яка складається зі стратегічного і виконавчого рівнів. Структура дворівневої системи для двох типів швидкісних суден наводиться в роботі, визначається її склад, викладені підходи щодо проектування підсистем керування системи.

В роботі [14] викладена теорія управління динамічними об'єктами зі змінними параметрами з позицій синергетики. В роботі розглянуті нейромережі та їх архітектура, викладено опис традиційних системи управління і застосування нечіткої логіки для управління. Приведені приклади нейронного управління та наведені результати синтезу нейромережових систем управління.

Результати дослідження математичної моделі руху судна під впливом додаткових нелінійних членів приведені в роботі [15]. Виконана оцінка адекватності прийнятої моделі на різних режими руху, в результаті якої виявлено вплив зміни вітру на картину біфуркації. Введенням інтелектуальної складової до алгоритму функціонування автопілоту досягнуто істотне підвищення його ефективності, що привело до подолання певного рівня некерованості судна.

У патенті [16] пропонується спосіб відображення руху суден і пристрій для його реалізації. Запропонований винахід використовується в системах управління рухом судів в морських каналах і узкостях для запобігання посадкам суден на міліну.

Суть винаходу полягає в передачі, прийомі і фіксації кутових координат суден по енергетичних екстремумах сигналів радіо випромінювачів, що рознесені в різні позиції, положення яких відоме, та перетворенні координат судів в прямокутну систему координат з подальшим відображенням на індикаторах. Електронне зображення фарватеру відображається щодо просторових положень суден на індикаторах шляхом передачі, прийому впорядкованих інформаційних радіо посилок, що містять координати точок дискретизації лінії фарватеру, перетворення їх в систему координат суден і відображенні їх на індикаторах.

Як вказується в роботі [17], останнім часом рішення системи диференціальних рівнянь руху судна, що є рівнянням керованості судна, стає можливим при достатньо загальних припущеннях про характер діючих на судно сил і моментів. Це з'явилося результатом детального вивчення аерогідродинамічних сил, діючих на корпус, яке було виконане в басейнах ЦНП ім. акад. А. Н. Крилова і КТІРПіХ в 70-80 рр. минулого сторіччя, при розробці і обґрунтуванні вимог Регістру морського судноплавства до ефективності рульового пристрою морських судів.

Через нелінійну залежність діючих на корпус судна сил від швидкості руху судна походить те, що на криволінійній траєкторії можливий рух судна, як у бік перекидання керма, так і в протилежну сторону. Отже, практично завжди існує ризик втрати керованості - рухи судна не у бік перекидання керма. Визначення того або іншого можливого положення рівноваги системи може бути виконане методами нелінійної механіки для конкретних умов і режимів руху.

Утримання судна на заданому курсі, з погляду запропонованої постановки задачі, є рухом по межі розділення областей тяжіння до різних положень рівноваги системи - у разі сталої циркуляції на один або інший борт. Наголошується, що сучасні авторульові вирішують задачу утримання судна на заданому курсі за допомогою контролю кутової швидкості ристання судна.

У роботі [18] представлені техніко-експлуатаційні вимоги Міжнародної морської організації (ІМО), Міжнародної електротехнічної комісії (МЕК) і Міжнародної організації по стандартизації (ІСО) до систем автоматичного управління судном по курсу і траєкторії. У роботі приводиться короткий аналіз підготовлених змін до діючої Конвенції по охороні людського життя на морі "СОЛАС-74", а також Резолюції А.342 (9) Комітету безпеки на морі ІМО, що містить експлуатаційні і технічні вимоги до авторульових. Дані основні положення нової редакції стандарту 945 МЕК, визначаючого вимоги до норм і методів випробувань морського навігаційного устаткування і проекту стандарту ІСО 11674, що містить техніко-експлуатаційні вимоги до перспективних авторульових, а також норми і методи їх випробувань.

Аналітичний опис зміни параметрів руху судна, що виконує маневр виходу на новий курс з одночасним розгоном, яке дозволяє використовувати коефіцієнти, одержані в результаті натурних експериментів при русі судна з постійною швидкістю пропонується в роботі [19]. Використання запропонованої математичної моделі дозволяє

істотно скоротити кількість експериментального матеріалу, необхідного для її адаптації. У роботі запропонований алгоритм визначення прогнозованої траєкторії руху великотоннажного судна при зміні його курсу і при зйомці з якоря.

Поняття послідовності маневрів (ПМ) вводиться в публікації [20]. Під ним розуміється набір елементарних управляючих дій на великотоннажне судно, які необхідні для виконання деякої технологічної операції судноводіння (швартування, постановка на якір і т. д.). ПМ формується в результаті аналізу і синтезу окремих маневрів на основі математичної моделі руху судна і узагальненого досвіду маневрування. У статті пропонується алгоритм вибору ПМ і математичний опис цього процесу.

У роботі [21] запропонований математичний апарат необхідний для налаштуванні математичної моделі руху судна при зміні курсу, оскільки залежності зміни кутової швидкості і кута дрейфу при повороті, одержані в результаті інтегруванні класичної системи диференціальних рівнянь, вимагають ідентифікації коефіцієнтів за даними натурних випробувань. Як спосіб налаштування математичної моделі зміни параметрів руху судна використаний метод найменших квадратів для нелінійних залежностей (метод лінеаризації).

У роботі [22] наголошується що, при розробці моделей морського руху можна виділити дві задачі оптимізації: оптимізація параметрів водних шляхів, виконувана для певного судна і гідрометеорологічних умов і оптимізація параметрів судна для певних параметрів водних шляхів і гідрометеорологічних умов. Для вирішення вищезгаданих задач оптимізації використовуються методи математичного і електронного моделювання суден і водних шляхів. При рішенні цих задач використовуються матеріали статистичної обробки модельних випробувань, які ґрунтуються на проведенні серії проб для чисельного підтвердження досліджуваних варіантів

водних шляхів або конкретного судна. Методи симуляцій оптимізації, розроблені в Інституті морської навігації Щецинської вищої морської школи, дозволяють виключити численні розрахунки конкретних варіантів в проектно-конструкторських бюро. Наявні технічні засоби і програмні матеріали дозволяють провести оптимізацію параметрів акваторій для розвороту, фарватерів, поромних причалів і великогабаритних портових басейнів.

Математичні моделі оптимізації параметрів водних шляхів у вигляді цільових функцій розглянуті в публікації [23], також приведені результати оптимізації імітаційним моделюванням повороту на фарватері Свіноуйсце - Щецин, а також західного поромного причалу Центрум в Свіноуйсце.

Метод синтезу коректуючих пристроїв системи управління динамічним об'єктом описаний в роботі [24]. На підставі рішення системи лінійних рівнянь алгебри в роботі запропоновані процедури визначення параметрів передавальних функцій, що відповідають змішаним вимогам.

Формування моделі керованого руху судна, як наголошується в статті [25], зв'язане із значними труднощами при моделюванні складних умов плавання: нерегулярного хвилювання, змінного мілководдя, поривчастого вітру і т.п. Особливо важливо це для маневреного тренажера і при використуванні математичної моделі судна для проектування водних шляхів. Слід зазначити, що особливий інтерес представляє використання математичних моделей керованого руху судна при оцінці можливостей проходження суден через скрутні ділянки внутрішніх водних шляхів і при визначенні гідродинамічних сил на течії і оцінці кута дрейфу судна в каналі в умовах дії вітру.

Питання про вплив положення рульового органу від центру мас судна на зв'язок між кутом його дрейфу і кутовою швидкістю розглянуте в роботі [26].

Метод розрахунку приєднаних мас самохідних транспортних суден розглянуто в роботі [27], який адекватніше описує рух судна при виконанні їм різних експлуатаційних маневрів, що дозволяє уникнути помилок при



розробці норм керованості суден, проектуванні і модернізації їх рульових органів, а також навчанні на судноводійному тренажері. Одержана математична модель дозволяє оптимізувати маневрування суден в умовах обмеженого суднового ходу, забезпечуючи необхідну безпеку плавання.

Структура математичної моделі руху судна в процесі його заходу в камеру шлюзу обґрунтовується в роботі [28]. Відмінність запропонованої моделі керованості від традиційних полягає у тому, що гідродинамічні характеристики залежать додатково від позиції судна щодо шлюзу. У роботі [29] пропонується уточнений вираз для рівняння руху судна.

У роботі [30] приведений алгоритм управління рульовим приводом в умовах нестабільності його характеристик, до яких відносяться величина зони нечутливості, люфт і швидкість обертання валу. За допомогою алгоритму виробляється управління у момент надходження сигналу на перекладання керма від головної управляючої програми авторульового. Момент часу зняття управляючого сигналу визначається за наслідками попередніх експериментів, а після зняття управління запам'ятовуються необхідні параметри. Ця інформація є характеристикою ситуації і запам'ятовується в базі даних.

У роботі [31] вказується, що вживані в даний час суднові авторульові з ПІД регулятором поступаються за якістю ручному управлінню досвідченим судноводієм. Наголошується, що якість управління рухом судна на заданому курсі можна поліпшити, якщо враховувати в алгоритмі управління раніше невідомі особливості нелінійної динаміки судна.

Метою кандидатської дисертації [32] є підвищення якості автоматичного управління річковим судном в режимі перекладу на заданий курс шляхом створення нових ефективніших алгоритмів управління і настройки авторульового, а в роботі [33] розглядаються різні методи синтезу закону управління, на основі яких побудований адаптивний по швидкості астатичний регулятор стану.

Електронна система інформації про стан фарватеру ARGO описана в публікації [34]. Ця система є проектом телематичних служб федерального Міністерства водного транспорту Німеччини, яка використовує електронну карту річки, на яку накладаються поточне радіолокаційного зображення і яка поєднується з наявною інформацією про глибини на різних ділянках водного шляху. Ця інформація виводиться на монітор, здійснюючи оперативне інформування судноводіїв про стан фарватеру і про глибини ділянки водного шляху, де в даний момент знаходиться судно.

Питання комплексування сучасних інформаційних технологій в регіональних структурах управління рухом суден на внутрішніх водних шляхах і зв'язок їх з супутниковими системами високоточного визначення місця рухомих об'єктів розглянуті в публікації [35].

Закони автоматичного управління рухом судна по заданому куту курсу з фіксованим кутом дрейфу, а також із заданою швидкістю бічного руху судна при швартуванні з одночасною стабілізацією заданого курсу розглядаються в публікації [36]. У роботі приводяться закони логічного управління рухом судна, які одержані завдяки тому, що система стабілізації судна повністю спостережувана і керована, що використовується для підвищення ефективності роботи існуючих авторульових. Вказані властивості досягнуті використанням носових підрулюючих пристроїв і приймача супутникової навігаційної системи.

У роботі [37] описаний патент на пристрій управління подовжнім рухом судна. Винахід відноситься до області судноводіння, зокрема до систем автоматичного управління подовжнім рухом судна і дозволяє підвищити точність роботи контуру управління судном.

У складі пристрою управління рухом судна є датчики кута перекладання керма і кутової швидкості повороту судна, пристрій установки путьового кута, рульовий пристрій судна, приймач супутникових навігаційних систем з антеною і автоматичний регулятор путьового кута.

Автоматичний регулятор путьового кута містить обчислювач бічного відхилення судна від заданої траєкторії, блок оцінки стану судна і суматор. У свою чергу, блок оцінки стану судна складається з чотирьох суматорів, чотирьох помножувачів і чотирьох інтеграторів, виходи яких є виходами блоку оцінки стану судна. Закон, по якому здійснюється стабілізація і управління рухом судна, включає оцінку кута дрейфу.

Значна кількість робіт закордонних вчених присвячена обговорюваній тематиці. Ідентифікації параметрів моделей маневрування суден з використанням методу рекурсивного найменшого квадрату на основі векторних машин підтримки присвячена робота [38]. Основним підходом до оцінки моделей маневрування суден серед декількох альтернативних підходів вважається ідентифікація системи в поєднанні з повномасштабним або вільним модельним тестом. Рекурсивний метод найменших квадратів (RLS), застосовуються для он-лайн ідентифікації моделей маневрування суден. Однак цей метод серйозно залежить від об'єктів дослідження і початкових значень ідентифікованих параметрів. Подолання цієї складності досягається використанням інтелектуальної технології, при якій опорні векторні машини (SVM) проводять оцінку початкових значень ідентифікованих параметрів з кінцевими вибірками. Дані моделювання зигзага включають значну кількість гаусівського білого шуму, оскільки реальні виміряні дані про рух судна класу Mariner завжди включають шум від датчиків і зовнішніх збурень.

Для фільтрації даних, спотворених шумом, використовуються метод Wavelet і декомпозиція емпіричного режиму (EMD). Визначення номера вибірки для SVM з метою визначення початкових значень ідентифікованих параметрів широко обговорюється і аналізується у статті. При використанні даних знятого шуму як повчальні зразки введення-висновку параметри моделей маневрування судна оцінюються з використанням відповідно RLS і SVM-RLS. Порівняння результатів ідентифікації і істинних значень

параметрів показує, що як ідентифіковані моделі маневрування суден з RLS, так і SVM-RLS мають хорошу згоду з імітованими процесами руху судна, а збільшення розмірів вибірки для SVM позитивно впливає на результати ідентифікації. Крім того, SVM-RLS з використанням даних, знятих з EMD, показує найвищу точність і найкращу збіжність.

Питання ідентифікації суднових моделей маневрування розглянуті в роботі [39]. За їх допомогою здійснюється проектування систем управління рухом суден, проводиться дослідження маневреності судна, а також забезпечується розвиток систем управління судновими тренажерами. В роботі запропонована нелінійна модель маневрування судна, яка розроблена на основі аналізу його гідродинаміки. Для розрахунку параметрів моделі пропонується алгоритм, заснований на розширеній теорії фільтра Кальмана, який синтезовано з використанням теорії ідентифікації систем. Для ідентифікації параметрів експерименту були використані циркуляція та зигзагоподібний маневр, які виконуються за допомогою імітатора управління судном. Використання даного алгоритму забезпечує усунення похибок, внесених під час процесу вимірювання.

Властивості лінійних моделей маневрування суден і налаштування моделі повної версії розглядаються в статті [40], в якій представлені нові результати про властивості лінійної динаміки судна. Основна увага надається формулюванню незв'язаних рівнянь руху і рискання другого порядку та нестандартній поведінці їх похідної при виконанні зигзагоподібного маневру. Додатком до налаштування моделі повної версії запропоновано дуже важливий цикл поведінки судна у області дрейфового рискання при зигзагоподібному маневрі, який регулюється константами часу, що залежні від швидкості судна. Якщо будуть використані добре відомі наближені рівняння руху судна першого порядку, то, швидше за все, цей і деякі інші залежні ефекти, такі як перевищення кута нахилу, будуть втрачені.

В роботі [41] відзначається, що зростання габаритів та

вантажопідйомності сучасних суден викликає необхідність застосування вдосконалених навігаційних комп'ютерних систем, які мають забезпечити їх безаварійне плавання. Сучасні системи, як правило, використовують застарілі прогнознi моделі руху суден, які успішно застосовуються протягом тривалого часу. Однак такі спрощені існуючі моделі прогнозів обмежують їх використання в частині поточного відображення руху судна при зміні положення керма та обертів двигуна, що викликає необхідність забезпечити підвищену точність реалізації криволінійної траєкторії руху судна більш вдосконаленими прогнозними моделями.

У роботі [42] приведені результати розробки інформаційної системи імітаційного моделювання руху суден із використанням складних динамічних моделей, що враховують залежності параметрів руху від кута кладки керма і оборотів двигуна. З допомогою цієї системи може бути забезпечений новий тип планування маневрів судна і контроль реалізації завданого маневру. Передбачено у процесі маневрування судна відображати завдані маневри одночасно з фактичним рухом судна та з індикацією прогнозованої траєкторії.

В статті [43] для автоматичного причалювання суден запропоновано контролер штучної нейронної мережі. Обговорюється його послідовне навчання, для якого запропоновано концепцію, яка мінімізує час маневру швартування. Дані послідовного навчання використовуються для тренінгу двох окремих багатошарових нейронних мереж по кладці пера керма та реверсу енергетичної установки. Оцінка ефективності запропонованого контролера проводилася після завершення навчання нейронних мереж моделюванням методом Монте-Карло. Під час таких експериментів також були проведені додаткові дослідження для виявлення можливого впливу початкових умов та наявності вітру на поведінку мережі. В цілях забезпечення безпеки судно за допомогою контролера виводиться в фінальну позицію, що знаходиться на деякій відстані від пірсu. Ця обставина

викликала обговорення в статті доцільність дослідження автоматичної допомоги буксира для остаточного виведення судна до пірсу.

В роботі [44] розглянуто інтелектуальну систему прогнозу руху судна, яка імітує процес навчання автономного блоку управління, створеного за допомогою штучної нейронної мережі. Блок управління, фіксуючи входні сигнали, обчислює значення необхідних параметрів маневрування судна в стислих водах. Основним завданням системи є безперервний контроль параметрів судна та прогноз їх значень після певного інтервалу часу накопичення.

Управління судном за допомогою гвинта, керма і підрулюючих пристроїв є важким через складні операції приведення в дію вказаних пристроїв відмічено в роботі [45]. Рішення задачі ускладнюється при зовнішніх збуреннях на найменшому ході під час причалювання або при проведенні океанографічних досліджень. Тому є необхідність в спрощенні маневрування на найменшому ході у разі суден, які повторно заходять в порт і виходять з нього, а також у разі океанографічних науково-дослідних суден.

В результаті проведеного аналізу пропонується управляючий пристрій, який працює на найменшому ході і забезпечує краще маневрування судна з використанням звичного ручного приладу управління. У статті обговорюється новий метод проектування системи управління шляхом застосування вагової матриці енергорозподілу, який є універсальним. Приведені результати натурних океанічних випробувань поліпшеної системи управління маневруванням судна.

Спосіб вибору моменту віддачі команди рульовому на зміну курсу судна при його проходженні у вузостях описаний в роботі [46]. У основу способу встановлене використання даних про відстань від точки перетину поточної і нової траєкторій до початку циркуляції судна, які наперед визначаються для різних кутів перекидання керма і швидкостей ходу судна. Перевірка

запропонованого способу вироблялася при плаванні у Внутрішньому Японському морі на судні «Тайсэй-мару», належному центру перепідготовки судноводіїв міністерства транспорту Японії. Приведені результати аналізу одержаних під час плавання даних і результати моделювання процесу зміни курсу із застосуванням нового способу.

У роботі [47] розглянуто нові способи управління судном з використанням новітніх технічних пристроїв, які забезпечують виконання заданих маневрів в найкоротший час. Приведені результати дослідження, яке проведене співробітниками Технічного науково-дослідного інституту фірми "Ісикавадзіма-Харіма дзюкоге" (Японія). Для аналітичного опису задачі виконання заданого маневру в найкоротший час використаний класичний метод варіаційного числення. У роботі приведені загальні дані про математичну модель руху судна, що маневрує. Одержано рішення задач реалізації різних типів маневрів - для зупинки судна, що йде своїм ходом, в заданій позиції за найкоротший час, шляхом управління кермом і гвинтом регульованого кроку (ГРК), а також кермом, ГРК і носовим підрулюючим пристроєм. Також описується спосіб виконання такого маневру за допомогою керма, ГРК, носового і кормового ПУ. Випробування, що проводилися на учбовому судні "Сиоміті мару", оснащеним ГРК, носовим і кормовим ПУ підтвердили ефективність способів виконання маневрування, що дослідилися, в найкоротший час.

У Токійському університеті торгового флоту, використовуючи теорію самоналагоджувального управління призначенням полюсів автоматизованих систем управління, розроблений адаптивний авторульовий, що настроюється на поточні умови плавання і маневрені характеристики судна, на якому він встановлений, повідомляється в статті [48].

Як наголошується в публікації [49], важливою областю використання тренажерів по управлінню судном є оцінка безпеки плавання по фарватерах в

різних умовах. У роботі приведена методика оцінки особливостей управління судном при плаванні по фарватеру, яка враховує маневрені характеристики керованості судна, скупчення суден на фарватері, його конфігурацію, персональні якості судноводія, впливи вітру і течії, а також наявність вільної акваторії. Для проведення дослідження були вибрані трейлерне судно, спеціалізоване судно для перевезення автомобілів, контейнеровоз і великотоннажний танкера для перевезення сирової нафти. У статті приведені їх головні габарити. Для дослідження використовувався тренажер по управлінню судном, приведені методика і результати дослідження, розроблена оцінка особливостей управління при плаванні по фарватеру. Здійснено аналіз здатності судноводія оцінювати величину максимального бічного зносу і ступінь впливу індивідуальної помилки на таку оцінку.

Фірма «Фуруно денки» (Японія) розробила систему підтримки прийняття рішень при управлінні рухом морських суден, в якій забезпечено взаємодію з кінематичними глобальними системами позиціонування, функціонуючими у реальному часі [50]. Рух суден ефективно відстежується за допомогою радіолокаційної станції, розроблені апаратні комплекси базових станцій з функціями обробки і візуалізація радіолокаційних зображень, обробки даних мережевої взаємодії.

Як наголошується в статті [51], створення швидко дійних ЕОМ дозволило забезпечити практичне застосування контролерів із змінним коефіцієнтом посилення для управління різними механізмами в реальному масштабі часу. У статті показано, що для управління судновим кермом за допомогою такого контролера можна використовувати алгоритм Брайсона-Хо.

У роботі приведені основи теорії автоматичного регулювання в частині забезпечення безперервного управління програмним і апаратним терміналами і способів такого управління при рішенні задачі забезпечення стійкості судна на заданому курсі. Приводиться опис лінійної математичної



моделі руху судна при маневруванні, розглядається задача зміни курсу судна при релейному управлінні. Приведені методика і результати випробувань системи управління кермом, що складається з контролера із змінним коефіцієнтом посилення і ЕОМ, яка була встановлена на учбовому судні "Сиодзи-мару" Токійського університету торгового флоту. Можливість реалізації даного способу управління судном при утриманні курсу і виконанні поворотів на задані кути довели випробування і проведені моделювання функціонування запропонованої системи.

Змістом роботи [52] є динамічний контроль і усунення перешкод при адаптивному зворотному регулюванні. У роботі показано, що поліпшена діаграма зворотного адаптивного регулювання AIC (Adaptive inverse control), яка узгоджена з характеристиками моделі судна. Замість методу найменших середніх квадратів для ідентифікації і проектування контролера алгоритм коректування діаграми використовує метод найменших квадратів. Результатами моделювання підтверджена можливість застосування AIC для зміни моделі судна, при цьому поліпшуються результати управління в порівнянні з методом PID.

Опис проектування системи інформації і управління судноплавством VTMISS в турецьких протоках приведений в статті [53]. У ній показується, що імітація і моделювання руху судів сприяють зростанню безпеки і ефективності судноплавства в обмежених водних шляхах з інтенсивним судноплавством. У статті описується модель імітації потоку судів і управління судном, а також моделі прогнозу гідрографії. Математична модель враховує умови стану зовнішнього середовища і інтенсивність транспортного потоку. У турецьких протоках за умов безпеки допускається проходження не більш 5 тис. судів в місяць. На закінчення статті виробляється обговорення використання таких імітаційних програм для запобігання морським аваріям на водних шляхах, які можуть привести до втрати людських життів і забруднення навколишнього середовища.

Роботи [54-76] присвячені аспекту точності контролю місця судна, як одного із напрямків вирішення проблеми забезпечення безпеки судноводіння в стислих умовах плавання.

Теорія випадкових похибок навігаційних вимірювань викладена в роботі [54], а дослідження властивостей похибок вимірювань навігаційних параметрів розглянуто в роботах [55, 56]. В роботі [57] показана залежність надійності навігації від точності контролю місця судна.

В роботі [58] викладено новий підхід на модель формування випадкових величин навігаційних вимірювань, що відрізнявся від моделі запропонованої К. Гаусом для обґрунтування нормального закону розподілу вірогідності випадкових величин. Через це в судноводінні стали розглядати гіпотези змішаних розподілів вірогідності випадкових похибок вимірювань навігаційних параметрів, відмінним від закону Гаусу [59-60]. Прийнята гіпотеза про змішаний розподіл похибок добре пояснює експериментальні дані по похибкам навігаційних вимірювань, гістограми яких мають в крайніх розрядах надмірне число членів, що не дозволяє в якості гіпотези використовувати розподіл Гауса. Змішаним законам розподілу похибок притаманні „важкі хвости”, але їх недоліком є те, що вони не являються ні стійкими, ні безмежно-ділимими розподілами, що лишає можливість їх застосування для опису систем залежних випадкових величин.

Можливість забезпечення високої точності визначення місця суден в стислих районах плавання за допомогою методів кореляційної навігації розглянута в роботах [61, 62].

В роботі [63] проведено аналіз вибірок випадкових похибок вимірювань навігаційних параметрів і показано, що найбільша відповідність статистичного матеріалу з теоретичним розподілом досягається для законів, відмінних від нормального. В цьому випадку застосування методу найменших квадратів для розрахунку обсервованих координат судна, як зазначається в роботах [64,65], не забезпечує можливості отримання їх

ефективних оцінок, - для цього необхідно використати метод максимальної правдоподібності, що враховує дійсний закон розподілу похибок. Дана обставина в даний час не враховується, і відповідні аналітичні вирази отримання ефективних оцінок відсутні.

Різні підходи до оцінки точності визначення місця судна супутниковою радіонавігаційною системою розглянуті в роботі [66]. Аналіз статистичних матеріалів точності визначення місця судна показав, що гіпотеза про розподіл випадкових похибок визначення широти і довготи за нормальним законом не підтверджується.

Дослідження останніх років показали, що система залежних випадкових величин може бути описана за допомогою узагальненого розподілу Пуассону [67], а в роботі [68] приведені результати дослідження можливості перетворення системи залежних випадкових величин в систему незалежних за допомогою узагальненого розподілу Пуассону з базовим нормальним законом.

У роботі [69] розглядається задача утримання судна в заданому положенні при наявності управління тільки за даними сигналів про момент рискання і силу подовжнього зносу. В роботі вирішення поставленої задачі досягається запропонованим змінним в часі методом управління із зворотним зв'язком, який враховує складову управляючої дії по інтегралу.

Питання законів розподілу вірогідності похибок навігаційної вимірювань початкової вибірки, яка є сумішшю маргінальних вибірок нормально розподілених похибок з різною дисперсією досліджується у роботах [70,71], причому розроблена процедура оцінки ефективності координат судна з урахуванням змішаних розподілів похибок початкової вибірки.

В роботі [72] приведені результати дослідження можливості застосування початкових поправок станції в районі порту Щецін при використанні радіонавігаційної системи DGPS, які показали доцільність їх

врахування. В ній також наголошується, що одержані результати сприятимуть більш широкому застосуванню системи DGPS при плаванні суден в районах підходу до порту Ілчін.

У роботі [73] показано, що при визначенні місцеположення за системою GPS, похибки вимірювань корегуються диференціальними методами введенням поправок, які із збільшенням відстані користувача системи від станції нульового відліку з часом можуть виявитися недостатніми. В роботі встановлено, що похибки зростають при збільшенні відстані між приймачем системи DGPS і базовою станцією, причому похибка зростає на 1 м на кожні 150 км відстані від базової станції. Оцінка реальної похибки приймача проводилась за допомогою шести приймачів DGPS, які були розміщені через 50 миль на північ і південь від станції відліку Sagres Broadcast Station уздовж португальського побережжя. Реальна похибка визначення позиції, як витікає з отриманих даних, менша теоретичного значення і складає 0,22 м на кожні 100 км відстані від станції відліку. В портах за відсутності прямої видимості супутника похибки можуть досягати значно більших значень.

В роботі [74] вказується, що в штормових умовах для входу судна в гавань, розташовану на відкритому морському побережжі, існують навігаційні обмеження. Судно, яке входить в гавань, при сильному хвилюванні має ризик зіткнення з хвилеломом через небезпечні зсуви щодо планованої траєкторії. На базі виконаних натурних досліджень траєкторій руху судна розроблені індекси оцінки безпеки входу в гавань.

У роботі [75] для оцінки вірогідності безпечного плавання в стислих районах приведені моделі, в яких обмеженість виражається у вигляді розподілу частот бічних відстаней від середини фарватеру до його меж. Оцінка вірогідності безпечного плавання заданим маршрутом враховує щільність розподілу похибки бічного відхилення судна і тривалості маршруту.

Робота [76] присвячена аналізу законів розподілу вірогідностей, яким можуть бути підлеглі похибки вимірювань навігаційних параметрів, в ній також досліджується залежність точності обсервованих координат судна від точності і числа ліній положення, закону розподілу їх похибок, а також методу розрахунку обсервованих координат.

При наявності надмірних ліній положення, для законів розподілу похибок які відрізняється від закону Гаусу, одержані аналітичні вирази оцінки ефективності обсервованих координат, розрахованих методом найменших квадратів. За допомогою комп'ютерного імітаційного моделювання підтверджена коректність одержаних аналітичних виразів. В умовах натурних спостережень було одержано 12 вибірок випадкових похибок навігаційних вимірювань і визначені закони розподілу вірогідності, які в своїй більшості відносяться до змішаних законів обох типів.

## 1.2. Вибір основного напрямку дисертації.

В попередньому розділі було показано, що одним із найбільш актуальних аспектів забезпечення безаварійного судноводіння є вдосконалення методів управління рухом судна, що в першу чергу залежить від ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна. Особливо ця проблема актуальна при плаванні в районах підвищеної інтенсивності судноплавства та великої кількості навігаційних небезпек.

Виконаний огляд та аналіз літературних джерел з питань забезпечення безаварійного судноводіння свідчать про те, що одним з аспектів вирішення проблеми зниження навігаційної аварійності є вдосконалення сучасних методів та засобів для забезпечення безпеки судноводіння в першу чергу розробкою заходів щодо підвищення точності та надійності маневрування суден. Ця проблема особливо актуальна при плаванні суден в стислих водах,

які характеризуються підвищеною інтенсивністю судноплавства та великою кількістю навігаційних небезпек, що ускладнюють безпечну навігацію суден.

Безаварійне плавання судна забезпечує система прийняття рішень по управлінню рухом судна, яка повинна ураховувати всі чинники, які впливають на безпеку судноводіння. Навігаційна аварійність залежить від точності реалізації судном безпечної програмної траєкторії руху, яка визначається урахуванням характеристик рискання судна і його бічного зсуву, що залежить від алгоритму керування судна по куту рискання. На точність реалізації програмної траєкторії судна також впливає точність контролю координат судна, яка залежить від стохастичної векторіальної похибки керування судном.

Тому питання розробки показника ефективності функціонування системи прийняття рішень по управлінню рухом судна та його оптимізації з урахуванням детермінованих та стохастичних чинників з метою підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, а таким чином і безпеки судноводіння є актуальною та перспективною тематикою і становить основний напрямок даної дисертаційної роботи.

### 1.3. Висновки за першим розділом.

У першому розділі виконано огляд літературних джерел та проведений аналіз основних напрямків вирішення проблеми забезпечення безпеки судноводіння та зниження аварійності суден, в результаті якого було виявлено, що основними напрямками вирішення даної проблеми є вдосконалення методів управління судном під час плавання в обмежених районах та забезпечення належного рівня точності судноводіння в стислих водах.

В розділі здійснено обґрунтування основних напрямів дисертаційного

дослідження, які присвячені вирішенню проблеми підвищення ефективності функціонування системи прийняття рішень по управлінню рухом судна.

Об'єктом дослідження дисертації є процес управління рухом судна.

Предметом дослідження є формування траєкторії руху для забезпечення безаварійного судноводіння.

## РОЗДІЛ 2

### МЕТОДОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

#### 2.1. Обґрунтування вибору теми дисертаційного дослідження.

В попередньому розділі було показано, що одним із найбільш актуальних аспектів забезпечення безаварійного судноводіння є вдосконалення методів управління рухом судна, що в першу чергу залежить від ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна. Особливо ця проблема актуальна при плаванні в районах підвищеної інтенсивності судноплавства та великої кількості навігаційних небезпек.

Вирішення зазначеного завдання потребує, по-перше, розробки показника ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна та дослідження його залежності від суттєвих детермінованих та стохастичних чинників.

По-друге, на базі одержаної моделі показника ефективності системи прийняття рішень провести дослідження по урахуванні впливу алгоритмів керування рухом судна на його детерміновану складову і визначити оптимальний алгоритм. В якості стохастичної складової доцільно розглянути коваріаційну матрицю векторіальної траєкторної похибки та визначити обставини, при яких вона набуває мінімального значення. Сукупне урахування обох складових, детермінованої та стохастичної, показника ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна є підставою для здійснення оптимізації показника ефективності. Для мінімізації коваріаційної матриці векторіальної траєкторної похибки слід визначити закон розподілу векторіальної траєкторної похибки, що потребує статистичних матеріалів по похибкам навігаційних вимірювань, одержаних в натурних спостереженнях в реальних умовах плавання судна. Одержаний тип



закону розподілу ймовірностей випадкових похибок визначить процедуру розрахунку координат судна, які мають мінімально можливі дисперсії і забезпечують оптимальне значення стохастичної складової показника ефективності системи прийняття рішень.

Таким чином, проблема вдосконалення методів управління рухом судна за допомогою оптимізації показника ефективності системи прийняття рішень є актуальною та перспективною, і це обумовлює вибір теми дисертації, яка формулюється так: «Оптимізація управління рухом судна за мінімумом траєкторної похибки».

Вирішення задачі із зазначеної проблематики потребує розгляду таких основних питань:

- з допомогою методів системного підходу виконати декомпозицію головної задачі дисертаційного дослідження на декілька складових незалежних задач;

- обґрунтувати вибір показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна та розробити математичну модель його залежності від суттєвих детермінованих та стохастичних чинників;

- дослідити можливість застосування узагальненого закону Пуассона для формалізації стохастичної складової показника ефективності системи прийняття рішень;

- розглянути напрямки подальшого підвищення ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна.

Актуальність тематики дисертаційного дослідження визначають необхідність підвищення рівня безпеки судноводіння і вдосконалення методів управління руху судна.

Наукову новизну дослідження можуть скласти розробка моделі оцінки показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна

та застосування узагальненого закону Пуассона для визначення двовимірної щільності розподілу векторіальної траєкторної похибки.

Економічна ефективність може бути досягнута за рахунок скорочення збитків від зниження рівня аварійності через запобігання навігаційних аварій.

Загальна ефективність дисертаційного дослідження можлива через забезпечення безпеки судноводіння, що пов'язана зі зменшенням ймовірних людських жертв та екологічних катастроф, які виникають при аваріях.

Реалізація пропонованого наукового дослідження полягає в розробці теоретичної частини роботи, яку потрібно перевірити за допомогою імітаційного моделювання та експериментальних досліджень.

Об'єктом дослідження дисертації є процес управління рухом судна.

Предметом дослідження є формування траєкторії руху для забезпечення безаварійного судноводіння.

Тематика обраного дисертаційного дослідження відповідає напрямку наукових досліджень трудового колективу здобувача.

## 2.2. Методи дослідження дисертаційної роботи.

На рис. 2.1 показана технологічна карта методологічного забезпечення дисертації, що представляє собою узагальнений алгоритм вирішення головного завдання дисертаційної роботи за допомогою застосування методів системного підходу.

Необхідність підвищення рівня безаварійності судноводіння та вдосконалення методів управління рухом судна є сучасними запитами практики.

Метою дисертаційного дослідження є забезпечення безаварійного плавання в стислих районах шляхом підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна.

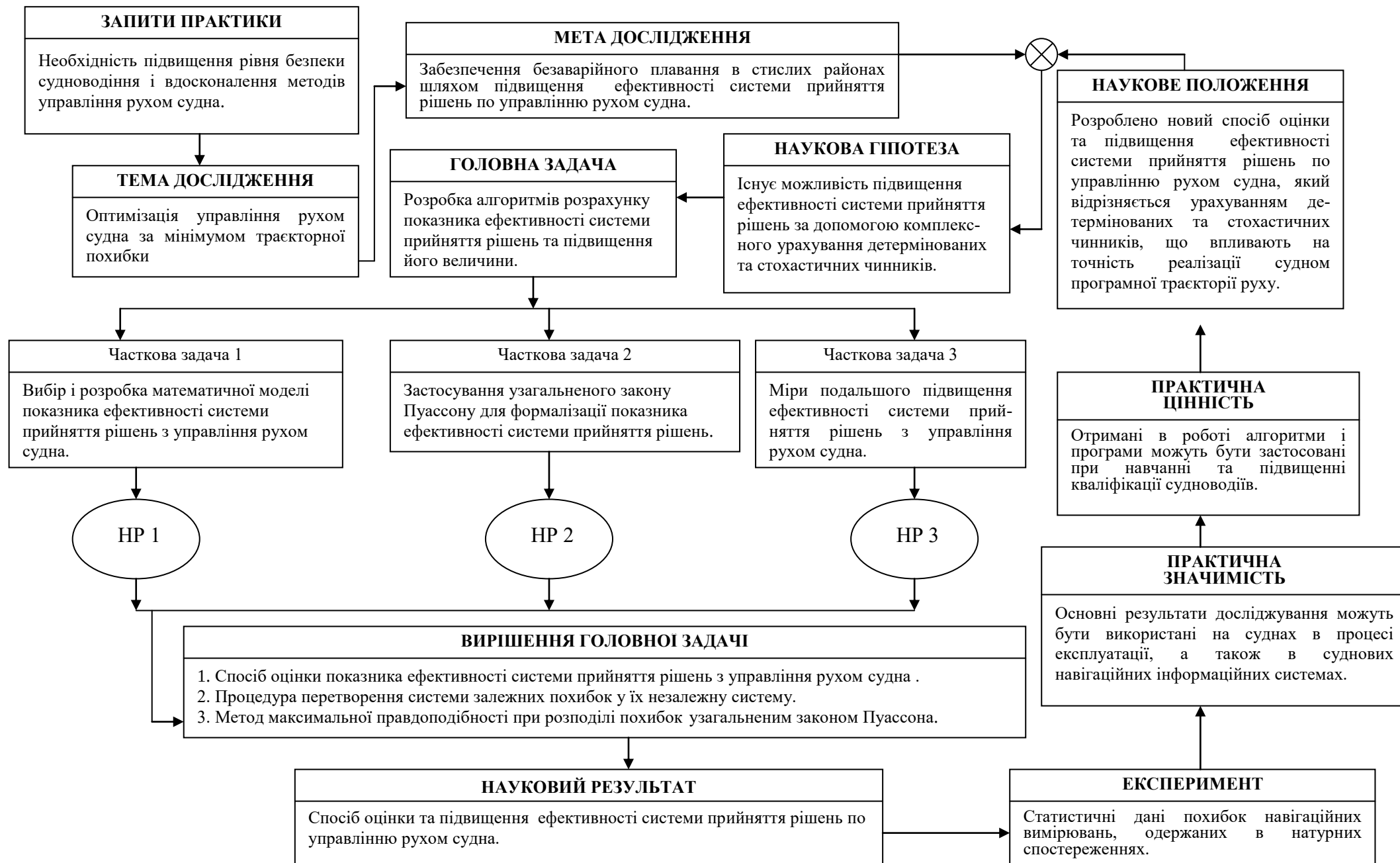


Рис. 2.1. Технологічна карта дисертації

Прийнято гіпотезу про існування можливості підвищення ефективності системи прийняття рішень за допомогою комплексного урахування детермінованих та стохастичних чинників.

Головна задача дослідження полягає в розробці алгоритмів розрахунку показника ефективності системи прийняття рішень та підвищення його величини.

Методами теорії дослідження операцій була проведена декомпозиція головної задачі дисертації на окремі складові задачі, за допомогою яких було отримано її загальне рішення.

Як показав проведений аналіз, головну задачу дисертаційного дослідження доцільно розділити на наступні три часткові складові задачі:

1. Аналіз існуючих методів управління рухом судна в стислих районах мореплавання та формування математичної моделі показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна.

2. Визначення можливості застосування узагальненого закону Пуассона для формалізації стохастичної складової показника ефективності руху судна.

3. Формування практичних дій для подальшого підвищення ефективності управління рухом судна.

Розгляд першої часткової складової задачі вимагає, вирішення питання вибору показника ефективності функціонування системи прийняття рішень з управління рухом судна, що відображає точність утримання судна на програмній траєкторії руху під впливом стохастичних та детермінованих факторів. Для цього необхідно здійснити формалізацію системи прийняття рішень з управління рухом судна, як багаторівневої ієрархічної системи. Визначити стохастичну складову показника ефективності системи прийняття рішень, яка відображає розсіяння істинної позиції судна відносно завданої траєкторії руху, при урахуванні прямолінійних частин траєкторії та ділянок поворотів. Також слід визначити детерміновану складову показника ефективності, яку доцільно характеризувати максимальним значенням

бічного зносу судна щодо програмної траєкторії руху. З такою метою необхідно дослідити диференціальне рівняння керованого руху судна по куту рискання при різних алгоритмах управління судна, та виділити той алгоритм, при якому величина бічного зносу судна буде рівна нулю.

Застосування узагальненого закону Пуассона для формалізації стохастичної складової показника ефективності системи прийняття рішень та двовимірної щільності розподілу векторіальної траєкторної похибки є другою частковою складовою задачею.

Для її вирішення потрібно розглянути основні закони розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань. Із них необхідно виділити, ті, що, по-перше, являються стійкими або безмежно подільними і, по-друге, їм властиві «обтяжені хвости», які характерні для реальних гістограм похибок навігаційних вимірювань.

Зазначені властивості притаманні узагальненому закону Пуассона. Тому для цього закону слід одержати вираз двовимірної щільності розподілу та запропонувати спосіб формування процедури перетворення системи залежних випадкових величин в систему незалежних тієї ж розмірності за допомогою ортогональної матриці. На базі двовимірної щільності розподілу для узагальненого закону Пуассона розподілу ймовірностей належить сформулювати алгоритм розрахунку ефективних координат судна, виходячи із методу максимальної правдоподібності.

Рішення третьої часткової складової задачі передбачає розробку мір подальшого підвищення ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна. З метою мінімізації коваріаційної матриці векторіальної похибки, як стохастичної складової показника ефективності функціонування системи прийняття рішень з управління рухом судна слід розробити процедуру розрахунку координат судна методом максимальної правдоподібності в разі наявності надлишкових ліній положення.

Слід розглянути деякі аспекти вдосконалення процесу управління сучасних суден різного призначення з використанням математичних моделей їх керованого руху та реалізацією їх на сучасних обчислювальних засобах із застосуванням інформаційних технологій.

В якості експериментальної частини роботи потрібно провести вимірювання похибок навігаційних параметрів, отриманих в натурних спостереженнях протягом рейсу судна. Після чого здійснити перевірку статистичних гіпотез одержаних вибірок похибок вимірювання навігаційних параметрів.

Одержані наукові результати (НР1, НР2 та НР3), які пов'язані із відповідними рішеннями кожної із складових незалежних задач:

- науковим результатом НР1 першої складової задачі є спосіб оцінки показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна;
- процедура перетворення системи залежних похибок у їх незалежну систему є науковим результатом НР2 другої складової задачі;
- метод максимальної правдоподібності при розподілі похибок навігаційних вимірів узагальненим законом Пуассона є науковий результат НР3 третьої складової задачі.

Отримані в дисертаційній роботі теоретичні результати підтвердили прийняту наукову гіпотезу про існування можливості підвищення ефективності системи прийняття рішень за допомогою комплексного урахування детермінованих та стохастичних чинників.

Практична значимість проведеного дисертаційного дослідження полягає в тому, що його результати можуть бути використані на суднах в процесі експлуатації, а також в суднових навігаційних інформаційних системах.

Результати дисертаційної роботи мають практичну цінність, яка визначається тим, що отримані в роботі алгоритми та програми можуть бути застосовані при навчанні та підвищенні кваліфікації судноводіїв.

Отримані в дисертаційному дослідженні наукові результати та результати проведеного імітаційного моделювання визначають наукове положення дисертаційної роботи, яке формулюється в такий спосіб:

Розроблено новий спосіб оцінки та підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, який відрізняється урахуванням детермінованих та стохастичних чинників, що впливають на точність реалізації судном програмної траєкторії руху.

### 2.3. Короткий виклад методики проведення дослідження за темою дисертації.

Розглянемо методику проведення дослідження за темою дисертаційної роботи та зазначимо ті методи наукового та експериментального дослідження, які для цього необхідні.

Насамперед слід провести аналіз існуючих основних підходів вирішення проблеми безпеки судноводіння, скориставшись сучасними методами дедукції, в результаті чого стає можливим здійснити вибір основного напрямку та теми дисертаційного дослідження.

Наступним етапом методологічної роботи є декомпозиція головної задачі дисертаційного дослідження на незалежні складові задачі, для чого використовуються методи теорії дослідження операцій, при цьому здійснюється методологічне забезпечення дослідження по темі дисертаційної роботи. Попередній аналіз показав, що доцільно використати три незалежні складові задачі.

Вивчення специфіки керованого руху судна показало, що показник ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна має відображати сумісний вплив детермінованих та стохастичних чинників, що обумовлює наявність його двох складових: детермінованої та стохастичної.

Опис детермінованої складової показника ефективності системи прийняття рішень потребує використання методів теоретичної механіки, за допомогою яких необхідно скласти диференційні рівняння руху судна по куту рискання в залежності від алгоритму формування кута кладки пера стерна. При цьому слід дослідити значення характеристик траєкторного руху і, в першу чергу, бічного зсуву судна відносно програмної траєкторії.

За допомогою методів теорії вірогідності та математичної статистики необхідно формалізувати стохастичну складову показника ефективності системи прийняття рішень, для чого слід одержати вираз двовимірної щільності розподілу для узагальненого закону Пуассона розподілу ймовірностей, який дозволить сформулювати метод максимальної правдоподібності для визначення ефективних координат судна при надлишкових вимірюваннях.

На завершення роботи необхідно провести аналіз статистичних матеріалів похибок вимірювань навігаційних параметрів, одержаних під час рейсу в натурних спостереженнях.

## 2.4. Висновки за другим розділом

Другий розділі дисертаційної роботи містить обґрунтування вибору теми дисертаційного дослідження і його основні напрямки.

Приведена технологічна карта дисертації, в якій відображена методологічна структура дисертаційного дослідження та за допомогою якої здійснено методологічне забезпечення дисертаційної роботи.

В технологічній карті представлені головна задача дисертаційного дослідження, яка розділена на три незалежні складові задачі, та його мета. Запропоновано робочу гіпотезу наукового дослідження з її наступним підтвердженням, та показано, що отримані наукові результати дисертаційної



роботи, яким притаманна наукова новизна, є рішеннями незалежних складових задач.

В цьому розділі показано практичну цінність і значимість дисертаційного дослідження, а також наведено зміст натурного експерименту, та сформульовано основне наукове положення. Також приведено методику досягнення рішення поставлених в роботі задач, яка є описом основних етапів наукового дослідження за темою дисертації та включає розробку теоретичних моделей і проведення експерименту.

## РОЗДІЛ 3.

ВИБІР ПОКАЗНИКА ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ  
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З УПРАВЛІННЯ РУХОМ СУДНА.

## 3.1. Формалізація системи прийняття рішень з управління рухом судна.

Система прийняття рішень з управління рухом судна забезпечує реалізацію цільових програм суден, тобто їх рух заданими траєкторіями. Слід зазначити, що вирішенню цієї проблеми присвячені значні та всебічні дослідження, в результаті яких з'явилися методи і засоби високоточного контролю поточного місця судна, системи подання інтегрованої інформації для прийняття судноводієм обґрунтованих рішень і т.п.

В даному підрозділі основна увага присвячена опису системи прийняття рішень з управління рухом судна  $S_m$  для з'ясування впливу її характеристик на ефективність функціонування судна з позицій реалізації програмної траєкторії. Іншими словами, аналіз системи  $S_m$  вимагає опису її елементів (підсистем) і зв'язків між ними.

Попередній аналіз показав, що система  $S_m$  в силу доцільної поведінки судна і збереження цілісності (попередження руйнування елементів) є системою прийняття рішень, яка має ієрархічну структуру.

Обґрунтування цього твердження вимагає короткого викладу основних принципів ієрархічних багаторівневих керуючих систем [77]. Ієрархічним системам властиві такі характеристики:

- вертикальна декомпозиція, чи вертикальне послідовне розташування підсистем, що становлять дану систему;
- право втручання або пріоритет дій підсистем верхнього рівня по відношенню до підсистем нижнього;
- дії підсистем верхнього рівня залежать від фактичного виконання нижніми рівнями своїх функцій.

В роботі [77] наведені основні види ієрархії, причому вводяться три поняття рівнів:

- рівень абстрагування або опису, який називається стратою;
- рівень організації, або ешелон;
- рівень складності прийнятого рішення, так званий шар.

Стратифікований опис системи полягає в тому, що описи функціонування системи на різних стратах не пов'язані між собою, отже, принципи і закони, які використовуються для характеристики системи на кожній страті, в загальному випадку не можуть бути виведені з принципів на інших стратах.

На кожній страті є свої концепції і принципи, причому об'єкт розгляду конкретної страти більш детально розглядається на нижче розташованій страті, а підсистема на даній страті є системою для нижче розташованої страти. На кожній страті вивчається поведінка відповідних систем з точки зору їх внутрішнього механізму, а їх взаємодії при утворенні нової системи вивчаються на вище розміщеній страті.

Наступним аспектом ієрархічної системи є організаційний, який виражають багато ешелонні системи, як організаційні ієрархії. Це поняття ієрархії має на увазі, що система складається з сімейства чітко виділених взаємодіючих підсистем, причому деякі з підсистем є приймаючими рішення елементами. Приймаючі рішення елементи розташовуються ієрархічно в тому сенсі, що деякі з них знаходяться під впливом або управляються іншими вирішальними елементами.

Третім найважливішим аспектом опису ієрархічних систем є опис шарів, як рівнів складності прийнятого рішення. У будь-якій реальній ситуації прийняття рішення виникає суперечлива проблема: з одного боку не можна відкласти прийняття і виконання рішення, а з іншого боку виникає неясність щодо наслідків різних альтернативних дій. Ці два фактори призводять до основної проблеми прийняття рішення, - з одного боку, необхідно діяти

негайно, з іншого - настільки ж необхідно, перш ніж приступати до дій, спробувати краще зрозуміти ситуацію.

Дана дилема дозволяється в ієрархічному підході, згідно з яким визначається сімейство проблем, які можна упорядкувати в послідовності рішення. Рішення кожної проблеми з цієї послідовності визначає і фіксує необхідні параметри в наступній проблемі так, що вона стає повністю параметризованою і можна починати її рішення. Рішення всієї проблеми буде отримано в тому випадку, коли всі підпроблеми будуть вирішені. Таку ієрархію називають ієрархією шарів прийняття рішень, а всю систему прийняття рішень - багатошаровою системою.

Не існує однозначного співвідношення між стратами, шарами і ешелонами, тобто кілька ешелонів можуть бути визначені з моделі однієї і тієї ж страти. Буває і так, що розв'язувана проблема на даному шарі може бути розподілена між кількома ешелонами, або ешелон може містити недоліки, що належать не одному, а ряду шарів.

Для всіх трьох типів ієрархії притаманні такі загальні риси:

1. Елемент верхнього рівня має справу з більш великими підсистемами або більш широкими аспектами поведінки системи в цілому.

2. У разі багато ешелонної ієрархії елемент верхнього рівня є командним по відношенню до нижчого рівнів і координує їх дії для досягнення спільної мети. Для концепції шарів це впливає з відповідальності елементів верхнього рівня за поведінку системи протягом більш тривалих проміжків часу. Аналогічно для концепції страт система на будь-якому рівні утворюється з підсистем нижніх рівнів і більш висока страта має справу з більш загальним аспектом.

3. Період прийняття рішення для елемента верхнього рівня більше, ніж для елементів нижніх рівнів. Для концепції шару і страти це очевидно, для ешелону - якщо період прийнятого рішення деякого рівня буде дорівнювати або менше попередніх рівнів, то він не зможе судити про ефект координації.

4. Елементи верхнього рівня мають справу з більш повільними аспектами поведінки всієї системи. Це впливає (для трьох типів) з того, що елементи верхнього рівня мають великі періоди прийняття рішень і мають справу з більш широкими аспектами системи.

В роботі [78] показано, що динамічна  $n$ -керована система взаємодіючих суден може бути описана в термінах ієрархічних багаторівневих систем у всіх трьох аспектах. Розглянемо систему прийняття рішень з управління рухом судна  $S_m$  з позицій стратифікованого опису, яка може бути представлена у вигляді ієрархії, що містить три страти, як показано на рис. 3.1. Найбільш узагальнена верхня - третя страта має в собі систему прийняття рішень з управління рухом судна  $S_m$ , яка впливає на процес руху судна  $P_t$  щодо програмної траєкторії, входом якого є управлінський вплив судна або, в залежності від специфіки розглянутого окремого завдання, їх швидкості і курси. Також на вхід процесу руху судна  $P_t$  надходять зовнішні збурення  $\psi_t$ , а виходом є поточне значення справжнього стану судна відносно програмного.

Друга страта являє собою склад системи прийняття рішень з управління рухом судна  $S_m$ , в загальному випадку містить систему управління рухом судна  $C_C$ , систему навігаційної інформації  $C_I$  і систему забезпечення структурної стійкості  $C_R$ .

Тактичні цілі перерахованих систем наступні. Система управління рухом судна  $C_C$  призначена для компенсації динамічних, навігаційних і ситуаційних збурень. Призначенням системи навігаційної інформації  $C_I$  є мінімізація інформаційних шумів та отримання повної і достовірної інформації про навколишнє оточення з урахуванням обмеження на час вимірювань. Тактична мета системи забезпечення структурної стійкості  $C_R$  полягає в підтримці максимального рівня експлуатаційної надійності при наявності обмежень на вартісні витрати.

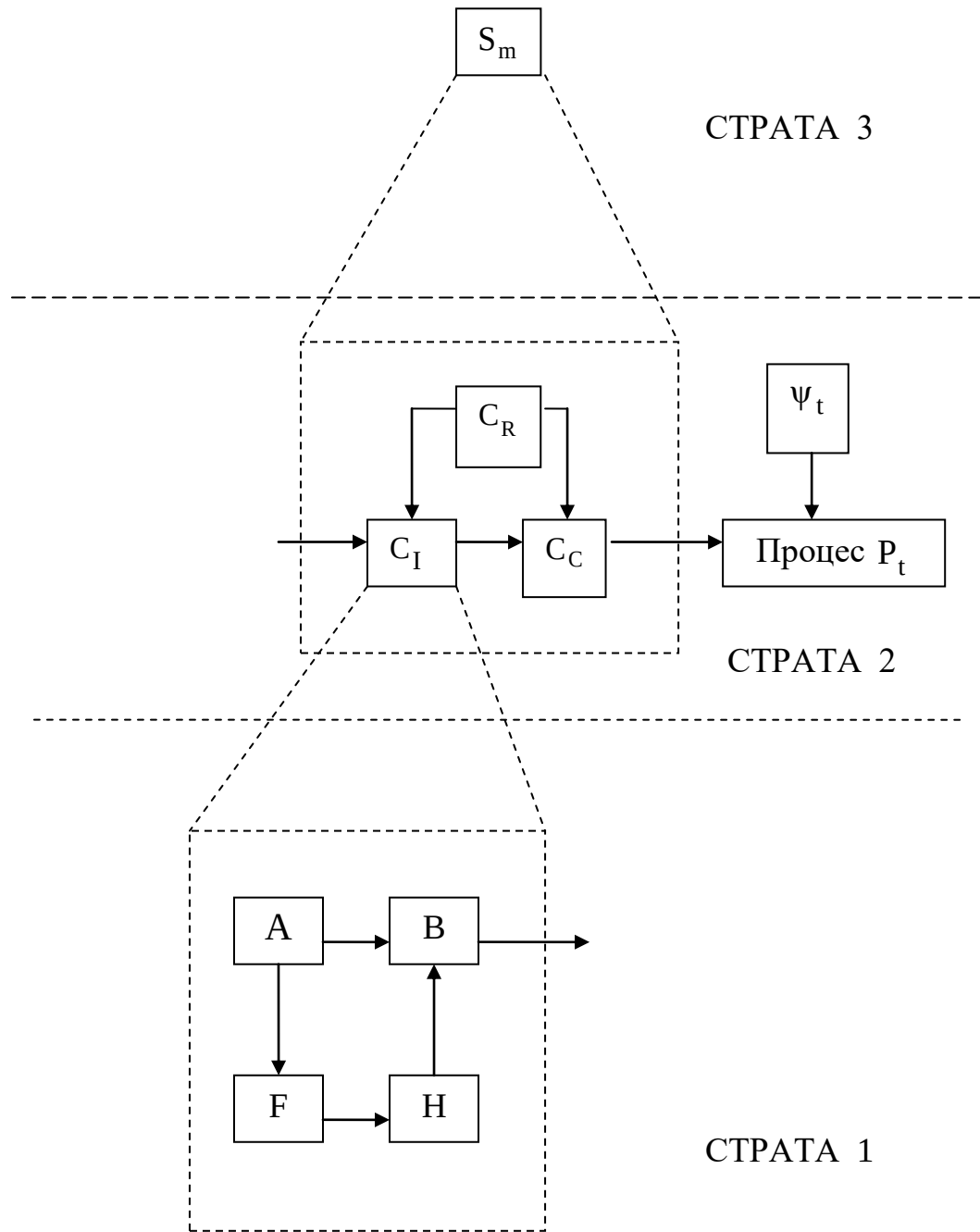


Рис. 3.1. Стратифікований опис системи  $S_m$

Першу страту отримуємо шляхом подальшої декомпозиції систем  $C_C$ ,  $C_I$  і  $C_R$ . Зокрема, система навігаційної інформації  $C_I$  в своєму складі містить сукупність навігаційних приладів  $A$ ,  $B$ ,  $F$  і  $H$  з наявними між ними зв'язками (рис. 3.1.). У свою чергу, система управління рухом судна  $C_C$ , крім

реалізаторів керуючих впливів, містить набір альтернативних алгоритмів їх формування за інформацією, одержуваної від системи  $C_1$ .

Звертаємо увагу на те, що система  $S_m$  не є організаційною ієрархією, тому даний аспект опису  $S_m$  відсутній.

З аналізу рис. 3.1 випливає, що друга страта є багат шаровою ієрархічною системою, так як на ній виробляється рішення задачі, яке містить кілька рівнів складності і рішення кожного вищого рівня параметризує завдання наступного нижнього рівня (рис. 3.2).

Так, шар найбільшої складності, - третій, вирішує завдання вибору програмної траєкторії руху судна, причому є два основних аспекти цього завдання.

По-перше, константи середовища на маршруті переходу (межі навігаційних небезпек, ізобати і т.п.) і детерміновані процеси (течії, припливно-відливні явища) дозволяють сформувати попередню програмну траєкторію на весь перехід судна. По-друге, в процесі реалізації програмної траєкторії можуть виникати ситуаційні обурення, породжувані небезпечно рухомими оточуючими судами, що вимагає розрахунку безпечних фрагментів програмної траєкторії з метою компенсації ситуаційних збурень. Однак завдання компенсації ситуаційних збурень в даному дисертаційному дослідженні розглядати не будемо. Отже, завданням третього шару є формування програмної траєкторії руху судна.

Отримане рішення задачі програмного руху судна є вихідним для другого шару вирішальної системи. На другому шарі проводиться компенсація навігаційних збурень, тобто вирішується завдання проводки судна по заданій програмній траєкторії. З цією метою здійснюється контроль поточного місця судна, і формуються параметри руху (курс і швидкість судна) для його проведення за програмною траєкторією. При цьому системою навігаційної інформації вимірюються необхідні навігаційні параметри і за

результатами вимірювань розраховуються коригувальні значення параметрів руху.

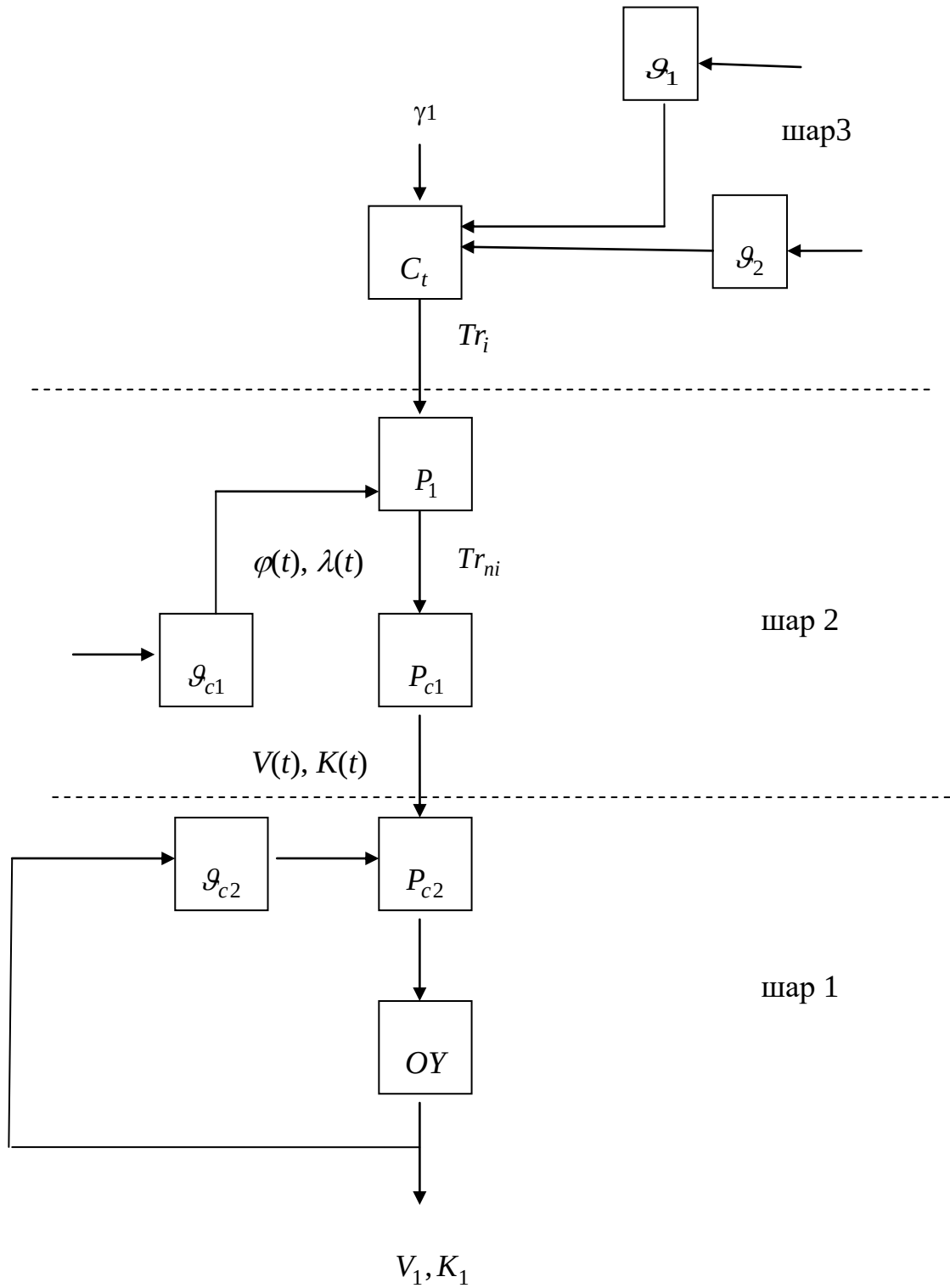


Рис. 3.2. Багатошаровий опис системи  $S_m$



На першому шарі рішення задачі проводиться стабілізація значень курсу і швидкості судна. Рішенням цього завдання є значення обертів гвинта (заданої швидкості) і кута кладки пера стерна.

Третій шар (рис. 3.2) містить системи  $\mathcal{A}_1$ ,  $\mathcal{A}_2$  і  $C_t$ , за допомогою яких відбувається формування вихідної програмної траєкторії. Причому  $\mathcal{A}_1$  - система знань про константи середовища на маршруті переходу,  $\mathcal{A}_2$  - система знань про детерміновані процеси середовища,  $C_t$  - система, яка вирішує і при необхідності коректує програмну траєкторію руху судна. Таким чином, системи  $\mathcal{A}_1$ ,  $\mathcal{A}_2$  і  $C_t$  вирішують задачу вибору вихідної траєкторії руху судна.

Другий шар містить системи  $P_1$ ,  $P_{c1}$  і  $\mathcal{A}_{c1}$  які вирішують задачу проводки судна по заданій траєкторії. Призначення систем наступне:

$P_1$  - система, що здійснює прогноз траєкторії руху судна на певну ділянку  $Tr_{ni}$ ,  $P_{c1}$  - система, яка реалізує стабілізацію судна на траєкторії, виробляючи розрахунок поправок  $\Delta K$  і  $\Delta V$  з метою компенсації зносу судна,  $\mathcal{A}_{c1}$  - інформаційна система, що реалізує зворотний зв'язок і визначає поточні координати судна  $\phi(t)$  і  $\lambda(t)$ .

Системи  $P_{c2}$  і  $\mathcal{A}_{c2}$  складають перший шар, і вирішують задачу стабілізації параметрів руху судна. Система  $\mathcal{A}_{c2}$  є інформаційною і визначає поточні параметри руху судна, система  $P_{c2}$  є системою стабілізації судна за курсом і швидкістю і вона формує керуючі впливи: обороти двигуна  $n(t)$  і кут кладки пера стерна  $\beta(t)$ .

Слід зазначити, що всі три рівні системи прийняття рішення  $S_m$  функціонують в циклічному режимі, тільки періодичності циклів на кожному рівні різні.

Так на першому рівні частота корекції програмної траєкторії, в першу чергу через зустрічі з небезпечно рухомими цілями, є досить низькою. Хоча частота контролю навколишньої навігаційної ситуації з метою виявлення суден, що мають тенденцію до небезпечного зближення досить висока.

Частота визначення приросту курсу або швидкості  $\Delta K$  і  $\Delta V$  на другому рівні значно вище, а процес стабілізації параметрів руху судна практично безперервний.

Таким чином, система  $S_m$  є складною ієрархічною системою, що містить за функціональною ознакою три страти, а за ознакою декомпозиції розв'язуваної задачі - три шари.

Функціонування другого і першого шарів ієрархічної системи прийняття рішень, які здійснюють стабілізацію судна на заданій програмній траєкторії руху (з урахуванням криволінійних ділянок), в даний час забезпечено в повній мірі, як на методичному, так і на апаратному рівні.

Завдання вибору попередньої програмної траєкторії руху судна  $Tr_i$  вирішується на третьому шарі, причому існуючі в даний час способи її вирішення є ефективними і коректними, що підтверджено практикою.

Однак для оцінки рівня ефективності функціонування системи прийняття рішень з управління рухом судна  $S_m$  необхідно розробити відповідний показник ефективності, що враховує отриманий формальний опис системи  $S_m$ , що є змістом наступного підрозділу.

3.2. Стохастичний показник ефективності функціонування системи прийняття рішень  $S_m$  з управління рухом судна.

При формуванні показника ефективності функціонування системи  $S_m$  необхідно враховувати її стратифікований опис, з якого випливає, що показник повинен враховувати структурну стійкість (надійність) підсистем системи  $S_m$ , точність інформації, необхідної для вирішення завдання управління, і алгоритм управління рухом судна щодо програмної траєкторії.

Очевидно, функціональним призначенням системи прийняття рішень  $S_m$  є мінімізація відхилення реальної траєкторії руху судна від програмної. Враховуємо, що функціонування системи  $S_m$  носить циклічний характер, і

програмна траєкторія в основному складається з прямолінійних ділянок, що мають різні курси, які з'єднані криволінійними траєкторіями.

Як вказується в роботі [79], при наявності зовнішніх збурень застосовується спосіб коригуючого водіння по обсерваціях, тобто в дискретні моменти часу  $t$  (причому  $t$  приймає цілочисельні значення  $0, 1 \dots$  з дискретним інтервалом часу  $\Delta t$ ) визначаються обсервовані координати судна. Інтервал  $\Delta t$  між обсерваціями є постійним і протягом цього інтервалу судно прямує з незмінними параметрами руху  $K$  і  $V$ .

У кожен момент часу  $t$  справжній стан судна характеризується вектором  $x(t)$  в системі координат  $O\Delta\varphi_t\Delta w_t$ , початок якої знаходиться в точці програмної траєкторії руху, відповідної моменту часу  $t$ , а вісі паралельні вісям географічної системи координат. Обсервація дозволяє отримати оцінку  $\hat{x}(t)$  вектора  $x(t)$ , яка є оцінкою зносу судна, відповідного моменту часу  $t$ . Зазначене знесення компенсується до моменту часу  $t + 1$ , тобто за інтервал часу  $\Delta t$  керуючим впливом судна  $u(t)$ . Вибір вектора  $u(t)$  виконується таким чином, щоб запобігти появі знесення судна до моменту часу  $t + 1$ .

Вектор  $x(t+1)$  (справжній стан судна) в момент часу  $t+1$  заданий в системі координат  $O$  з початком в точці програмної траєкторії руху, відповідної моменту часу  $t+1$ , визначається лінійним різницевим стохастичним рівнянням [80]:

$$x(t+1) = x(t) + \Gamma\{u(t), \Delta t\} + \Gamma\{z(t), \Delta t\}, \quad (3.1)$$

де  $\Gamma\{u(t), \Delta t\}$  - зміщення судна відносно програмної траєкторії за інтервал часу  $\Delta t$  в результаті прикладених керуючих впливів  $u(t)$ ;

$\Gamma\{z(t), \Delta t\}$  - переносне переміщення судна щодо програмної траєкторії під впливом зовнішнього збурення  $z(t)$  за інтервал часу  $\Delta t$ .

Очевидно, рівняння (3.1) можна записати також в вигляді:

$$x(t+1) = \chi(t, \Delta t) + v(t, \Delta t) + \varepsilon(t, \Delta t),$$

де  $\chi(t, \Delta t)$  – похибка обсервацій;

$\upsilon(t, \Delta t)$  - похибка в обліку впливу зовнішнього обурення  $z(t)$ ;

$\varepsilon(t, \Delta t)$ , - похибка, що виникає через похибки приладів зчислення.

З останнього рівняння випливає, що вектор  $x(t)$  є випадковою двовимірною величиною, яка є похибкою траєкторного управління, або просто траєкторною похибкою, а послідовність значень  $x(t)$  у часі представляє собою випадковий процес з дискретним часом [81,82], який описує рух судна щодо програмної траєкторії. Причому  $x(t)$  є випадковим процесом, утвореним сумою трьох двовимірних процесів  $\chi(t)$ ,  $\upsilon(t, \Delta t)$  і  $\varepsilon(t, \Delta t)$ .

При цьому коваріаційна матриця траєкторної похибки, яка позначена  $R(t+1)$ , має такий вигляд, з урахуванням того, що всі три складові процесу незалежні:

$$R(t+1) = E\{x(t+1) x(t+1)^T\} = K(t) + R_v(t, \Delta t) + R_e(t, \Delta t),$$

де  $K(t)$ ,  $R_v(t, \Delta t)$ ,  $R_e(t, \Delta t)$  - коваріаційні матриці відповідно похибок обсервації  $\chi(t)$ , врахування впливу зовнішніх збурень  $\upsilon(t, \Delta t)$  і приладів зчислення  $\varepsilon(t, \Delta t)$ . Отже, можна вважати, що якість реалізації судном програмної траєкторії тим вище, чим менші елементи коваріаційної матриці  $R(t)$  траєкторної похибки. Тому і навігаційна безпека судноводіння буде зростати при зменшенні елементів матриці  $R(t)$ .

Відзначимо, що коваріаційна матриця  $R(t)$  траєкторної похибки  $\eta = x(t)$ , як двовимірної величини, може бути позначена  $R(x, y)$  і виражається через центральні і змішані моменти другого порядку наступним чином:

$$R(x, y) = \begin{bmatrix} D_x & D_{xy} \\ D_{yx} & D_y \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Для виключення недіагонального елементу  $D_{xy} = D_{yx}$  коваріаційної матриці  $R(x, y)$  при відомих елементах  $D_x$ ,  $D_y$  і  $D_{xy}$ , необхідно розрахувати кут повороту  $\gamma$ , який визначається умовою [83]:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2D_{xy}}{D_x - D_y}.$$

При повороті на цей кут змінюються значення дисперсій  $D_x$  та  $D_y$ , які характеризують діагональну коваріаційну матрицю  $R(x, y)_1$ , а нові значення дисперсій позначені  $D_{x1}$  и  $D_{y1}$ , тобто:

$$R(x, y)_1 = \begin{bmatrix} D_{x1} & 0 \\ 0 & D_{y1} \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Матриця  $R(x, y)_1$  та, отже, її елементи  $D_{x1}$  та  $D_{y1}$  знаходяться за допомогою співвідношення [83]:

$$R(x, y)_1 = GR(x, y)G^T,$$

де  $G$  – матриця перетворення, елементи якої, як показано в [83], визначаються наступними формулами:

$$g_{11} = g_{22} = \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{(D_x - D_y)}{\sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}} \right] \right\}^{1/2},$$

$$g_{21} = -g_{12} = \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(D_x - D_y)}{\sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}} \right] \right\}^{1/2}.$$

Нові значення дисперсій розраховуються за формулами:

$$\begin{aligned} D_{x1} &= \frac{1}{2} [D_x + D_y + \sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}]; \\ D_{y1} &= \frac{1}{2} [D_x + D_y - \sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Отриманий вираз коваріаційної матриці  $R(x, y)_1$  характеризує випадкову траєкторну похибку  $\eta$  при русі судна на прямолінійних ділянках програмної траєкторії. Крім випадкової траєкторної похибки на прямолінійних ділянках програмної траєкторії руху судна через рискання судна виникає його бічний зсув, величина якого носить детермінований характер і визначається якістю утримання судна на заданому курсі. Тому в показнику ефективності функціонування системи  $S_m$  має враховуватися максимальне значення бокового зміщення.

При поворотах судна з одної програмної ділянки на іншу, коли судно прямує криволінійною траєкторією, виникає похибка повороту  $\xi$  через відмінності прогнозованої траєкторії повороту від реальної, яка характеризується коваріаційною матрицею  $R(x, y)_\xi$ .

Розглянемо докладніше стохастичну складову показника ефективності функціонування системи  $S_m$ , яка повинна бути пов'язана з коваріаційними матрицями  $R(x, y)_1$  та  $R(x, y)_\xi$ , що характеризують цільове призначення системи  $S_m$ . Однак коваріаційні матриці використовувати в якості показника ефективності незручно, бажано, щоб показник ефективності визначався скалярною характеристикою.

Для вибору скалярного показника ефективності звертаємо увагу на те, що в діагональній коваріаційній матриці  $R(x, y)_1$  (3.3) значення діагональних елементів  $D_{x1}$  та  $D_{y1}$  є дисперсіями складових двовимірної векторіальної

траєкторної похибки  $\eta$  по ортогональних осях. Отже, сума цих дисперсій є дисперсією модуля векторіальної траєкторної похибки  $D_1$ , тобто  $D_1 = D_{x1} + D_{y1}$ .

Якщо траєкторна похибка характеризується коваріаційною матрицею, другі змішані моменти якої не дорівнюють нулю, то сума дисперсій  $D_x$  та  $D_y$ , які є її діагональними елементами, також дорівнює дисперсії модуля векторіальної траєкторної похибки  $D_1$ . Іншими словами,  $D_1 = D_{x1} + D_{y1} = D_x + D_y$ .

Справедливість цього твердження випливає з виразів (3.4). Дійсно, скористаємося формулами для  $D_{x1}$  та  $D_{y1}$ , в результаті чого отримаємо:

$$\begin{aligned} D_{x1} + D_{y1} &= \frac{1}{2}[D_x + D_y + \sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}] + \frac{1}{2}[D_x + D_y - \sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}] = \\ &= D_x + D_y. \end{aligned}$$

Отже, скалярною характеристикою коваріаційної матриці, незалежно від величини її других змішаних моментів, є дисперсія модуля векторіальної траєкторної похибки  $\eta$ , тобто  $D = D_x + D_y$ .

Очевидно, аналогічне твердження справедливе і для коваріаційної матриці  $R(x, y)_\xi$  векторіальної похибки повороту  $\xi$ , і її скалярною характеристикою є дисперсія модуля похибки  $\xi$  тобто  $D_\xi = D_{\xi x} + D_{\xi y}$ .

Таким чином, стохастичними скалярними характеристиками якості реалізації програмної траєкторії руху судна системою  $S_m$  є величина  $D$  на прямолінійних ділянках траєкторії і величина  $D_\xi$  - на ділянках повороту. Тому в якості стохастичного показника ефективності  $Q_s$  функціонування

системи  $S_m$  доцільно вибрати суму дисперсій модулів векторіальних похибок  $\eta$  та  $\xi$ , тобто :

$$Q_s = D + fD_\xi, \quad (3.5)$$

де  $f$  - коефіцієнт, менше 1 і враховуючий співвідношення частот обсервацій і поворотів судна.

Векторіальну похибка  $\eta$  можна представити сумою двох похибок: похибки обсервації  $\chi(t)$  і похибки прогнозу програмних координат  $\theta$  за інтервал часу  $\Delta t$ . Причому похибка прогнозу  $\theta$ , в свою чергу, є сумою похибок обліку впливу зовнішніх збурень  $\upsilon(t, \Delta t)$  і приладів зчислення  $\varepsilon(t, \Delta t)$ . Отже:

$$D = D_\chi + D_\theta,$$

а стохастичний показник ефективності функціонування системи  $S_m$  :

$$Q_s = D_\chi + D_\theta + fD_\xi.$$

Таким чином, показник  $Q_s$  ефективності функціонування системи  $S_m$  в скалярному виразі відображає точність обсервації, прогнозу і управління судном при повороті, тобто показники системи інформації  $C_I$  і системи управління судном  $C_C$ .

Покажемо, що обраний стохастичний показник ефективності  $Q_s$ , також містить характеристики системи забезпечення структурної стійкості  $C_R$ , тобто показники надійності отримання дисперсій  $D_\chi$ ,  $D_\theta$  та  $D_\xi$ . Відзначимо, що система інформації  $C_I$  містить альтернативні джерела отримання обсервованих координат судна з різною точністю і вірогідністю їх отримання. Припустимо, в системі інформації для отримання обсервованих координат можна використовувати супутникову систему GPS, точність якої



$D_G$  і коефіцієнт готовності  $K_{ГГ}$ , який характеризує ймовірність справної роботи приймача в будь-який момент часу. Другим альтернативним джерелом отримання обсервованих координат є РЛС з дисперсією  $D_R$  і коефіцієнтом готовності  $K_{ГР}$ .

Також обсервоване місце судна можна отримати за допомогою гірокомпасу, який забезпечує обсервацію з дисперсією  $D_{ГК}$  і коефіцієнтом готовності  $K_{ГГК}$ . Очевидно, що має місце співвідношення між точностями зазначених систем  $D_G < D_R < D_{ГК}$ . Тому найбільш краща обсервація з точністю  $D_G$ , в разі неможливості отримати обсервацію по GPS використовується РЛС з точністю  $D_R$ . Обсервація з точністю  $D_{ГК}$  проводиться в разі відсутності можливості визначитися за GPS і РЛС. Зазначений алгоритм використання приладів системи інформації для визначення місця судна встановлює наступне відношення переваги:

$$\text{GPS} \succ \text{РЛС} \succ \text{ГК}. \quad (3.6)$$

Сукупність приладів, призначених для отримання обсервованих координат, (в нашому випадку GPS, РЛС та ГК) можна розглядати, як систему обсервації  $S_{ob}$ , що є підсистемою системи навігаційної інформації  $S_I$ . Кожен з приладів системи  $S_{ob}$  може знаходитися в одному з двох станів: справному або відмови, тому з точки зору працездатності система обсервації характеризується безліччю станів, число яких  $N$  дорівнює  $2^m$  ( $m$  - число приладів в системі). У нашому випадку  $m = 3$  і, отже,  $N = 8$ . Позначимо множину станів системи обсервації  $S_{ob}$  через  $M_Z = \{Z_i\}$  ( $i=1 \div 8$ ). Якщо позначити справний стан приладу через 1, а стан відмови - через 0, то стани  $Z_i$  системи  $S_{ob}$  обсервації представимо в табл. 3.1. Останній рядок у таблиці містить інформацію про точність системи обсервації в кожному з станів з урахуванням прийнятого відношення переваги (3.6).

Таблиця 3.1.

## Перелік станів системи обсервації

| $Z_i$    | $Z_1$ | $Z_2$ | $Z_3$ | $Z_4$ | $Z_5$ | $Z_6$ | $Z_7$    | $Z_8$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|
| GPS      | 1     | 1     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0        | 0     |
| РЛС      | 1     | 0     | 1     | 0     | 1     | 1     | 0        | 0     |
| ГК       | 1     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1        | 0     |
| $D_{GK}$ | $D_G$ | $D_G$ | $D_G$ | $D_G$ | $D_R$ | $D_R$ | $D_{GK}$ | -     |

Враховуємо, що ймовірність знаходження  $i$ -го приладу системи  $S_{ob}$  в справному стані  $P_i(1) = K_{Gi}$ , а ймовірність того, що прилад знаходиться в стані відмови -  $P_i(0) = 1 - K_{Gi}$ . З огляду на це зауваження ймовірності перебування системи обсервації в стані  $Z_i$ , які позначимо  $P(Z_i)$ , наведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2.

Значення ймовірностей  $P(Z_i)$ 

| $Z_i$ | GPS | РЛС | ГК | $P(Z_i)$                                           |
|-------|-----|-----|----|----------------------------------------------------|
| $Z_1$ | 1   | 1   | 1  | $P(Z_1) = K_{GK} K_{GR} K_{GGK}$                   |
| $Z_2$ | 1   | 0   | 1  | $P(Z_2) = K_{GK} (1 - K_{GR}) K_{GGK}$             |
| $Z_3$ | 1   | 1   | 0  | $P(Z_3) = K_{GK} K_{GR} (1 - K_{GGK})$             |
| $Z_4$ | 1   | 0   | 0  | $P(Z_4) = K_{GK} (1 - K_{GR}) (1 - K_{GGK})$       |
| $Z_5$ | 0   | 1   | 1  | $P(Z_5) = (1 - K_{GK}) K_{GR} K_{GGK}$             |
| $Z_6$ | 0   | 1   | 0  | $P(Z_6) = (1 - K_{GK}) K_{GR} (1 - K_{GGK})$       |
| $Z_7$ | 0   | 0   | 1  | $P(Z_7) = (1 - K_{GK}) (1 - K_{GR}) K_{GGK}$       |
| $Z_8$ | 0   | 0   | 0  | $P(Z_8) = (1 - K_{GK}) (1 - K_{GR}) (1 - K_{GGK})$ |

Нескладно переконатися, що  $\sum_{i=1}^8 P(Z_i) = 1$ , так як  $K_{\Gamma i} \leq 1$ . Очевидно, що дисперсія модуля векторіальної похибки обсервації  $D_\chi$  з урахуванням структури системи обсервації  $S_{ob}$  виражається наступним чином:

$$D_\chi = D_G P_G + D_R P_R + D_{GK} P_{GK}, \quad (3.7)$$

де  $P_G$ ,  $P_R$ ,  $P_{GK}$  - ймовірності використання для обсервації відповідно GPS, РЛС та ГК з урахуванням відношення переваги.

Аналізуючи табл. 3.1, відзначаємо, що ймовірність  $P_G$  використання GPS при обсервації місця судна є сумою ймовірностей станів, в яких GPS знаходиться в справному стані. Такими станами є  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  та  $Z_4$ , тому:

$$\begin{aligned} P_G &= K_{\Gamma G} K_{\Gamma R} K_{\Gamma GK} + K_{\Gamma G} (1 - K_{\Gamma R}) K_{\Gamma GK} + K_{\Gamma G} K_{\Gamma R} (1 - K_{\Gamma GK}) + \\ &\quad + K_{\Gamma G} (1 - K_{\Gamma R}) (1 - K_{\Gamma GK}), \text{ або} \\ P_G &= K_{\Gamma G}. \end{aligned}$$

РЛС використовується для обсервації в разі, якщо неможливо отримати інформацію від GPS, тобто в станах  $Z_5$  і  $Z_6$ , отже, ймовірність  $P_R$  визначається виразом:

$$\begin{aligned} P_R &= (1 - K_{\Gamma G}) K_{\Gamma R} K_{\Gamma GK} + (1 - K_{\Gamma G}) K_{\Gamma R} (1 - K_{\Gamma GK}), \text{ або} \\ P_R &= (1 - K_{\Gamma G}) K_{\Gamma R}. \end{aligned}$$

Визначення місця судна по ГК проводиться тільки в стані  $Z_7$ , коли GPS і РЛС не можуть бути використані для обсервації. Очевидно, в такому випадку:

$$P_{GK} = (1 - K_{\Gamma G}) (1 - K_{\Gamma R}) K_{\Gamma GK}.$$

Імовірність працездатного стану  $P_{ob}$  системи обсервації  $S_{ob}$  є сумою ймовірностей  $P_G$ ,  $P_R$  та  $P_{GK}$ , тобто:

$$\begin{aligned} P_{ob} &= P_G + P_R + P_{GK} = K_{\Gamma G} + (1 - K_{\Gamma G}) K_{\Gamma R} + (1 - K_{\Gamma G})(1 - K_{\Gamma R}) K_{\Gamma GK} = \\ &= K_{\Gamma G} + K_{\Gamma R} - K_{\Gamma G} K_{\Gamma R} + K_{\Gamma GK} (1 - K_{\Gamma G} - K_{\Gamma R} + K_{\Gamma G} K_{\Gamma R}), \text{ або} \\ P_{ob} &= 1 - (1 - K_{\Gamma G})(1 - K_{\Gamma R})(1 - K_{\Gamma GK}). \end{aligned}$$

Імовірність працездатного стану  $\bar{P}_{ob}$  системи  $S_{ob}$  дорівнює ймовірності стану  $Z_8$ , тобто:

$$\bar{P}_{ob} = P(Z_8) = (1 - K_{\Gamma G})(1 - K_{\Gamma R})(1 - K_{\Gamma GK}).$$

Вочевидь, що  $P_{ob} + \bar{P}_{ob} = 1$ , чим і доводиться коректність отриманих виразів для ймовірностей  $P_G$ ,  $P_R$  та  $P_{GK}$ .

Таким чином, дисперсія модуля векторіальної похибки обсервації  $D_\chi$  (3.7) приймає вигляд:

$$D_\chi = D_G K_{\Gamma G} + D_R (1 - K_{\Gamma G}) K_{\Gamma R} + D_{GK} (1 - K_{\Gamma G})(1 - K_{\Gamma R}) K_{\Gamma GK}.$$

У загальному випадку, коли система обсервації містить  $n$  незалежних приладів, з точки зору працездатності вона характеризується  $2^n$  станами, які характеризуються різними поєднаннями станів працездатності та відмови приладів системи обсервації. Якщо дисперсії обсервації приладів задовольняють нерівності:

$$D_1 < D_2 < \dots < D_i < \dots < D_n,$$

то відношення переваги на множині приладів  $G_i$  для визначення обсервованого місця судна виражається наступною впорядкованою

послідовністю:

$$G_1 \succ G_2 \succ \dots \succ G_i \succ \dots \succ G_n.$$

Дотримуючись цього відношення переваги, ймовірність  $P_i$  отримання обсервації з точністю  $D_i$  з урахуванням надійності приладів системи обсервації визначається наступними виразами:

$$\begin{aligned} P_1 &= K_{\Gamma 1}, \\ P_2 &= K_{\Gamma 2}(1 - K_{\Gamma 1}) \\ P_3 &= K_{\Gamma 3}(1 - K_{\Gamma 1})(1 - K_{\Gamma 2}) \\ &\dots\dots\dots \\ P_i &= K_{\Gamma i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - K_{\Gamma j}), \\ &\dots\dots\dots \\ P_n &= K_{\Gamma n} \prod_{j=1}^{n-1} (1 - K_{\Gamma j}). \end{aligned}$$

В цьому випадку дисперсія модуля векторіальної похибки обсервації  $D_\chi$  набирає вигляду:

$$D_\chi = \sum_i^n [D_i K_{\Gamma i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - K_{\Gamma j})], \quad (3.8)$$

де  $K_{\Gamma i}$  - коефіцієнт готовності  $i$ -го приладу системи обсервації.

Аналогічно можна отримати вираз дисперсії модуля векторіальної похибки прогнозу  $D_\theta$ :

$$D_\theta = \sum_i^m [\tilde{D}_i \tilde{K}_{\Gamma i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \tilde{K}_{\Gamma j})], \quad (3.9)$$

де  $m$  – число способів прогнозу збільшення координат судна за інтервал часу  $\Delta t$  з урахуванням приладів прогнозу параметрів руху судна;

$\tilde{D}_i$  - дисперсія модуля векторіальної похибки прогнозу при  $i$ -му способі прогнозу;

$\tilde{K}_{\Gamma i}$  - коефіцієнт готовності приладів, що забезпечують  $i$ -й спосіб прогнозу.

Прогноз руху судна може здійснюватися за допомогою лага і курсовказівника, причому на судні крім магнітного компасу є один або кілька гірокомпасів, або інерціальною навігаційною системою. В якості приладу прогнозу може бути використана GPS, якщо використовувати інформацію про путьовий кут і путьову швидкість.

Ще одним важливим аспектом, що характеризує точність утримання системою  $S_m$  судна на програмній траєкторії, є детермінована складова, яка викликана ризиканням судна щодо заданої траєкторії руху. Детерміновану складову показника ефективності функціонування системи  $S_m$  доцільно характеризувати максимальним значенням бокового зміщення (зносу) судна  $d_{\max}$  щодо його програмної траєкторії руху.

Тому в якості показника ефективності  $Q_\Sigma$  функціонування системи  $S_m$ , що враховує, як стохастичну, так і детерміновану складові пропонується сума їх характеристик:

$$Q_\Sigma = Q_s + d_{\max} \text{ або}$$

$$Q_\Sigma = D_\chi + D_\theta + fD_\xi + d_{\max}.$$

Так як вирази для дисперсій  $D_\chi$  і  $D_\theta$  отримані в явному вигляді (3.8) та (3.9), то в подальшому слід отримати аналітичні вирази для дисперсії  $D_\xi$  і бічного зносу судна  $d_{\max}$ .

Вираз для дисперсії  $D_\xi$  модуля векторіальної похибки повороту  $\xi$ , як впливає з роботи [84], може бути отримано наступним чином. Як показано в

роботі [84], при виконанні повороту судном векторіальна похибка управління судном  $S^{(c)}$  складається із векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$ , яка виникає через похибки перекладки пера стерна  $\Delta\beta_k$ , і векторіальної похибки  $S^{(t)}$ , яка виникає через похибки вибору моменту часу початку повороту  $\Delta t_n$ .

Згідно з роботою [84], розглянемо векторіальну похибку  $S^{(\beta)}$ , для чого звернемося до рис. 3.3. Якщо перекладення стерна проводиться без похибки, то після повороту судно виявиться в точці М на новій ділянці траєкторії, і векторіальна похибка  $S^{(\beta)}$  не виникає. У разі появи похибки  $\Delta\beta_k$  дійсний кут перекладки стерна становить величину  $\beta_k + \Delta\beta_k$ , а судно до кінця маневру виявляється в точці N. При цьому векторіальна похибка  $S^{(\beta)}$  дорівнює за величиною відрізка MN, причому її складові  $S_x^{(\beta)}$  та  $S_y^{(\beta)}$  визначаються виразами:

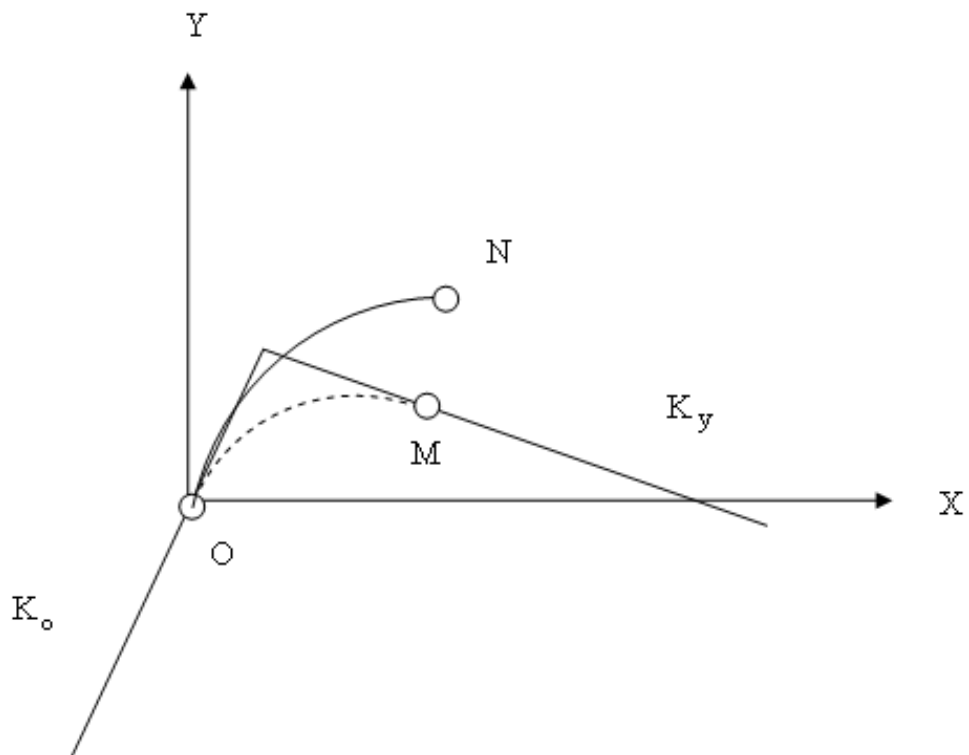


Рис. 3.3. Виникнення векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$

$$S_x^{(\beta)} = x_N - x_M \text{ и } S_y^{(\beta)} = y_N - y_M, \quad (3.10)$$

де  $x_M$  та  $y_M$  - координати точки M;

$x_N$  та  $y_N$  - координати точки N.

Якщо обертальний рух судна відбувається з постійною кутовою швидкістю, то він характеризується рівнянням:

$$\dot{K} = k_{\omega} \beta_k,$$

де  $k_{\omega}$  - коефіцієнт ефективності стерна.

У цьому випадку курс судна змінюється відповідно до виразу:

$$K = K_o + k_{\omega} \beta_k t,$$

причому тривалість  $\tau$  повороту судна :  $\tau = \Delta K / k_{\omega} \beta_k$ ,

де  $\Delta K = K_y - K_o$ .

Знайдемо координати точки M, які, очевидно, можна знайти з виразів:

$$x_M = \int_0^{\tau} V_o \sin[K_o + a_{\omega} t] dt = V_o \sin K_o \int_0^{\tau} \cos(a_{\omega} t) dt + V_o \cos K_o \int_0^{\tau} \sin(a_{\omega} t) dt,$$

$$y_M = \int_0^{\tau} V_o \cos(K_o + a_{\omega} t) dt = V_o \cos K_o \int_0^{\tau} \cos(a_{\omega} t) dt - V_o \sin K_o \int_0^{\tau} \sin(a_{\omega} t) dt,$$

где  $a_{\omega} = k_{\omega} \beta_k$ .

Відзначаємо, що в попередніх виразах інтеграли дорівнюють:

$$\int_0^{\tau} \sin(a_{\omega} t) dt = -\frac{1}{a_{\omega}} \cos a_{\omega} t \Big|_0^{\tau} = -\frac{1}{a_{\omega}} [\cos a_{\omega} \tau - 1],$$

$$\int_0^{\tau} \cos(a_{\omega} t) dt = \frac{1}{a_{\omega}} \sin a_{\omega} t \Big|_0^{\tau} = \frac{1}{a_{\omega}} \sin a_{\omega} \tau.$$



Враховуємо, що  $a_\omega \tau = \Delta K$  та  $K_o + \Delta K = K_y$ , тому вирази для координат  $x_M$  та  $y_M$  приймають вигляд:

$$x_M = \frac{V_o}{k_\omega \beta_k} (\cos K_o - \cos K_y),$$

$$y_M = \frac{V_o}{k_\omega \beta_k} (\sin K_y - \sin K_o).$$

Таким же чином виражаються координати  $x_N$  та  $y_N$  точки N:

$$x_N = \frac{V_o}{k_\omega (\beta_k + \Delta\beta_k)} (\cos K_o - \cos K_y),$$

$$y_N = \frac{V_o}{k_\omega (\beta_k + \Delta\beta_k)} (\sin K_y - \sin K_o).$$

Складові  $S_x^{(\beta)}$  та  $S_y^{(\beta)}$  векторіальної похибки згідно (3.10):

$$S_x^{(\beta)} = \frac{V_o}{k_\omega} (\cos K_o - \cos K_y) \left[ \frac{1}{(\beta_k + \Delta\beta_k)} - \frac{1}{\beta_k} \right],$$

$$S_y^{(\beta)} = \frac{V_o}{k_\omega} (\sin K_y - \sin K_o) \left[ \frac{1}{(\beta_k + \Delta\beta_k)} - \frac{1}{\beta_k} \right].$$

Якщо врахувати, що  $\beta_k \gg \Delta\beta_k$ , то мають місце рівності:

$$S_x^{(\beta)} = \frac{-V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\cos K_o - \cos K_y) \Delta\beta_k,$$

$$S_y^{(\beta)} = \frac{-V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\sin K_y - \sin K_o) \Delta\beta_k. \quad (3.11)$$

Таким чином, отримана залежність векторіального похибки  $S^{(\beta)}$  від похибки перекладення стерня  $\Delta\beta_k$ . На рис. 3.4 показана векторіальна похибка  $S^{(t)}$ , яка викликана похибкою визначення моменту часу початку повороту  $\Delta t_n$ .

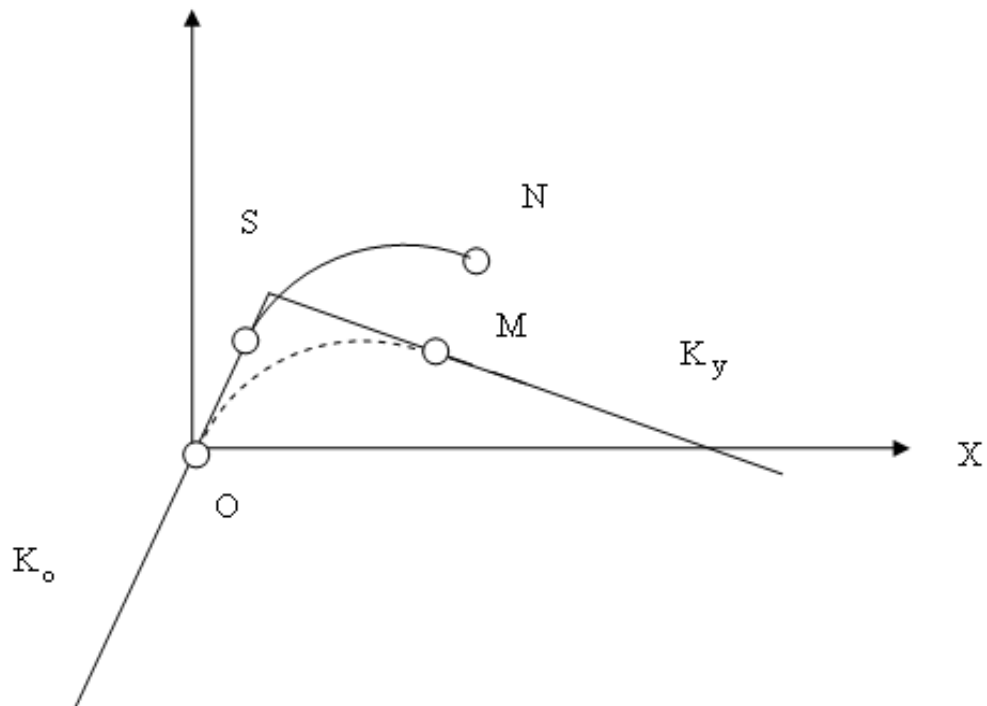


Рис. 3.4. Формування векторіальної похибки  $S^{(t)}$

Аналіз рис. 3.4, показує, що векторіальна похибка  $S^{(t)}$  виражається відрізком MN, рівним за величиною відрізка OS, що дозволяє записати:

$$S^{(t)} = OS = V_o \Delta t_n .$$

Очевидно, проекції  $S_x^{(t)}$  и  $S_y^{(t)}$  векторіальної похибки  $S^{(t)}$  мають вигляд:

$$S_x^{(t)} = V_o \sin K_o \Delta t_n, \quad S_y^{(t)} = V_o \cos K_o \Delta t_n. \quad (3.12)$$

Позначимо дисперсії центрованих випадкових величин  $\Delta\beta_k$  та  $\Delta t_n$  відповідно через  $D_\beta$  та  $D_t$ . Очевидно, що коваріаційна матриця векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$  при відсутності кореляції між складовими приймає наступний вигляд:

$$K_\beta^S(x, y) = \begin{vmatrix} D_{\beta x}^S & 0 \\ 0 & D_{\beta y}^S \end{vmatrix},$$

Дисперсії складових  $D_{\beta x}^S$  та  $D_{\beta y}^S$  з урахуванням виразів (3.11):

$$D_{\beta x}^S = \left[ \frac{V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\cos K_o - \cos K_y) \right]^2 D_\beta;$$

$$D_{\beta y}^S = \left[ \frac{V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\sin K_y - \sin K_o) \right]^2 D_\beta.$$

Аналогічно, коваріаційна матриця  $K_t^S(x, y)$  векторіальної похибки  $S^{(t)}$ , при її незалежних складових, має наступний вигляд:

$$K_t^S(x, y) = \begin{vmatrix} D_{tx}^S & 0 \\ 0 & D_{ty}^S \end{vmatrix}.$$

З урахуванням співвідношень (3.12) дисперсії складових  $D_{tx}^S$  и  $D_{ty}^S$  похибки  $S^{(t)}$  визначаються виразами:

$$D_{tx}^S = (V_o \sin K_o)^2 D_t;$$

$$D_{ty}^S = (V_o \cos K_o)^2 D_t.$$

Векторіальні похибки  $S^{(\beta)}$  та  $S^{(t)}$  є незалежними, і їх сума, тобто векторіальна похибка повороту  $\xi$ , характеризується коваріаційною матрицею  $K_c^S(x, y)$ , яка є сумою коваріаційних матриць доданків векторіальних похибок [85]:

$$K_c^S(x, y) = K_\beta^S(x, y) + K_t^S(x, y), \text{ або}$$

$$K_c^S(x, y) = \begin{bmatrix} D_{\beta x}^S + D_{tx}^S & 0 \\ 0 & D_{\beta y}^S + D_{ty}^S \end{bmatrix}.$$

Виходячи з коваріаційної матриці  $K_c^S(x, y)$ , можна записати вираз дисперсії  $D_\xi$  модуля векторіальної похибки повороту  $\xi$ :

$$D_\xi = D_{\beta x}^S + D_{tx}^S + D_{\beta y}^S + D_{ty}^S, \text{ чи}$$

$$D_\xi = D_\beta \left\{ \left[ \frac{V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\cos K_o - \cos K_y) \right]^2 + \left[ \frac{V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\sin K_y - \sin K_o) \right]^2 \right\} + D_t V_o^2.$$

Вираз дисперсії  $D_\xi$  можна записати в наступному вигляді:

$$D_\xi = D_\beta \left( \frac{V_o}{k_\omega \beta_k^2} \right)^2 [\cos^2 K_o - 2 \cos K_o \cos K_y + \cos^2 K_y + \\ + \sin^2 K_y - 2 \sin K_y \sin K_o + \sin^2 K_o] + D_t V_o^2,$$

або остаточно:

$$D_{\xi} = 2D_{\beta} \left( \frac{V_0}{k_{\omega} \beta_k^2} \right)^2 [1 - \cos(K_o - K_y)] + D_t V_0^2. \quad (3.13)$$

Таким чином, векторіальна похибка  $\xi$  повороту судна є сумою незалежних векторіальних похибок  $S^{(\beta)}$  та  $S^{(t)}$ , що виникають через неточності в перекладці пера стерна і вибору моменту часу початку повороту судна.

Коваріаційна матриця векторіальної похибки управління судном є сумою коваріаційних матриць похибок  $S^{(\beta)}$  та  $S^{(t)}$ , а дисперсія  $D_{\xi}$  формалізована виразом (3.13).

Отже, підвищення точності управління судном можливо мінімізацією коваріаційної матриці векторіальної похибки повороту, що вимагає максимального зниження похибки перекладки пера стерна і похибки вибору моменту часу початку повороту.

3.3. Оцінка максимального значення бокового зносу судна  $d_{\max}$  відносно програмної траєкторії руху.

У першому наближенні диференціальне рівняння руху судна по куту ристання  $\psi$  має вигляд:

$$I_z \ddot{\psi} + C_1 \dot{\psi} + C_2 \beta = L, \quad (3.14)$$

де  $I_z$  - момент інерції судна і приєднаних мас води щодо вертикальної осі;

$C_1$  - гідродинамічна характеристика судна;

$C_2$  - гідродинамічна характеристика стерна;

$L$  - момент збурення.

У лівій частині наведеного диференційного рівняння  $I_z \ddot{\psi}$  - інерційний момент судна,  $C_1 \dot{\psi}$  - момент опору обертанню судна,  $C_2 \beta$  - діючий момент

руля. Момент збурення  $L$  є сумою двох складових: постійної  $L_c$  і гармонійної  $L_p$ , тобто:

$$L = L_c + L_p = L_c + L_{po} \sin \omega_p t,$$

де  $L_{po}$  і  $\omega_p$  - відповідно амплітудне значення гармонійної складової і кругова частота її зміни.

З урахуванням цього диференціальне рівняння (3.14) приймає вид:

$$I_z \ddot{\psi} + C_1 \dot{\psi} + C_2 \beta = L_c + L_{po} \sin \omega_p t.$$

Поділяючи на коефіцієнт при старшій похідній в даному рівнянні, отримаємо:

$$\ddot{\psi} + \frac{C_1}{I_z} \dot{\psi} + \frac{C_2}{I_z} \beta = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z} \sin \omega_p t. \quad (3.15)$$

Кут кладки стерна  $\beta$  залежить від закону управління судном. У разі пропорційного закону управління кут  $\beta$  лінійно залежить від кута рискання судна  $\psi$ , тобто  $\beta = \frac{k_1}{k_4} \psi$ , де  $k_1$  та  $k_4$  - коефіцієнти. У цьому випадку рівняння (3.15) приймає вигляд:

$$\ddot{\psi} + \frac{C_1}{I_z} \dot{\psi} + \frac{C_2}{I_z} \frac{k_1}{k_4} \psi = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z} \sin \omega_p t$$

чи

$$\ddot{\psi} + 2\nu_\theta \dot{\psi} + \omega_o^2 \psi = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z} \sin \omega_p t, \quad (3.16)$$

де  $\nu_\theta = \frac{C_1}{2I_z}$  - коефіцієнт затухання;

$$\omega_0^2 = \frac{C_2}{I_z} \frac{k_1}{k_4} - \text{власна частота судна при рисканні.}$$

Диференційне рівняння (3.16) є неоднорідним лінійним з постійними коефіцієнтами. Знайдемо рішення диференціального рівняння (3.16), яке описує нишпорення судна. Згідно [86] рішення шукатимемо в наступній формі:

$$\psi = \psi_{ob} + \psi_r, \quad (3.17)$$

де  $\psi_{ob}$  - розв'язок відповідного (3.16) однорідного рівняння;

$\psi_r$  - частковий розв'язок, який визначається правою частиною рівняння (3.16).

Знайдемо частковий розв'язок  $\psi_r$  диференційного рівняння (3.16), яке описує рух судна при дії моменту збурення  $L$ . З огляду на структуру моменту  $L$ , згідно [86] частковий розв'язок будемо шукати в такій формі:

$$\psi_r = P_0 + P_1 \sin \omega_p t + P_2 \cos \omega_p t \quad (3.18)$$

де потрібно визначити невідомі коефіцієнти  $P_0$ ,  $P_1$  и  $P_2$ .

Для цього необхідно знайти першу і другу похідні кута рискання і підставити їх в рівняння (3.16).

$$\dot{\psi}_r = P_1 \omega_p \cos \omega_p t - P_2 \omega_p \sin \omega_p t,$$

$$\ddot{\psi}_r = -P_1 \omega_p^2 \sin \omega_p t - P_2 \omega_p^2 \cos \omega_p t.$$

Після підстановки в рівняння (3.16) отримаємо:

$$\begin{aligned} & -P_1 \omega_p^2 \sin \omega_p t - P_2 \omega_p^2 \cos \omega_p t + 2v_\theta (P_1 \omega_p \cos \omega_p t - P_2 \omega_p \sin \omega_p t) + \\ & + \omega_0^2 (P_0 + P_1 \sin \omega_p t + P_2 \cos \omega_p t) = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z} \sin \omega_p t. \end{aligned}$$

Групуємо члени в лівій частині рівняння:

$$(-P_1\omega_p^2 - 2v_\theta P_2\omega_p + \omega_o^2 P_1)\sin\omega_p t + (-P_2\omega_p^2 + 2v_\theta P_1\omega_p + \omega_o^2 P_2)\cos\omega_p t + \omega_o^2 P_o = \\ = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z}\sin\omega_p t.$$

Скористаємося методом невизначених коефіцієнтів [87], згідно з яким необхідно прирівняти коефіцієнти при  $\sin\omega_k t$  в обох частинах рівняння, в результаті отримаємо перше рівняння, що містить невідомі  $P_1$  і  $P_2$ . Аналогічно, прирівнюючи коефіцієнти при  $\cos\omega_k t$ , знаходимо друге рівняння. Третім рівнянням, що містить невідоме  $P_o$ , є рівність постійних членів.

Тому:

$$-P_1\omega_p^2 - 2v_\theta P_2\omega_p + \omega_o^2 P_1 = \frac{L_{po}}{I_z}; \\ -P_2\omega_p^2 + 2v_\theta P_1\omega_p + \omega_o^2 P_2 = 0; \\ \omega_o^2 P_o = \frac{L_c}{I_z},$$

або, групуючи члени в рівняннях:

$$P_1(\omega_o^2 - \omega_p^2) - 2v_\theta P_2\omega_p = \frac{L_{po}}{I_z}; \\ P_2(\omega_o^2 - \omega_p^2) + 2v_\theta P_1\omega_p = 0; \\ \omega_o^2 P_o = \frac{L_c}{I_z}.$$



Вирішуючи отримані рівняння щодо невідомих, знаходимо значення  $P_0$ ,  $P_1$  та  $P_2$ :

$$P_0 = \frac{L_c}{I_z \omega_o^2};$$

$$P_1 = \frac{L_{po}(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{I_z[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]};$$

$$P_2 = -\frac{L_{po} 2v_\theta \omega_p}{I_z[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]}.$$

Підставляємо отримані значення коефіцієнтів  $P_0$ ,  $P_1$  та  $P_2$  в вираз (3.18) і отримаємо шуканий вираз для кута рискання:

$$\psi_r = \frac{L_c}{I_z \omega_o^2} + \frac{L_{po}(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{I_z[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]} \sin \omega_p t - \frac{L_{po} 2v_\theta \omega_p}{I_z[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]} \cos \omega_p t.$$

Перетворимо цей вираз, виносячи загальний множник гармонік

$$\frac{L_{po}}{I_z[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]} \text{ за дужки:}$$

$$\psi_r = \frac{L_c}{I_z \omega_o^2} + \frac{L_{po}}{I_z[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]} \{(\omega_o^2 - \omega_p^2) \sin \omega_p t - 2v_\theta \omega_p \cos \omega_p t\}. \quad (3.19)$$

Зробимо амплітудно-фазове перетворення виразу в фігурних дужках, для чого кожне з доданків помножимо і розділимо на наведену амплітуду

$$A = [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}:$$

$$\{(\omega_o^2 - \omega_p^2)\sin\omega_p t - 2v_\theta \omega_p \cos\omega_p t\} = [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2} \times \\ \times \left\{ \frac{(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \sin\omega_p t - \frac{2v_\theta \omega_p}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \cos\omega_p t \right\}.$$

У амплітудно-фазовому перетворенні величини  $(\omega_o^2 - \omega_p^2)$  та  $2v_\theta \omega_p$  трактуються, як катети прямокутного трикутника, тоді його гіпотенуза визначається виразом  $[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}$ . Отже, за визначенням синуса і косинуса прямокутного трикутника можна записати:

$$\frac{2v_\theta \omega_p}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} = \sin \alpha, \quad \frac{(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} = \cos \alpha,$$

$$\text{де } \alpha = \arctg \frac{2v_\theta \omega_p}{\omega_o^2 - \omega_p^2}.$$

В цьому випадку вираз (3.19) набирає вигляду:

$$\psi_r = \frac{L_c}{I_z \omega_o^2} + \frac{L_{po} [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]} \{ \sin\omega_p t \sin \alpha - \cos\omega_p t \cos \alpha \},$$

або

$$\psi_r = \frac{L_c}{I_z \omega_o^2} + \frac{L_{po}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \sin(\omega_p t - \alpha).$$

Позначимо  $\psi_{ro} = \frac{L_{po}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}}$  - амплітудне значення кута  
 рискання від впливу гармонійної складової моменту збурення і остаточно  
 отримаємо:

$$\psi_r = \psi_{rc} + \psi_{ro} \sin(\omega_p t - \alpha), \quad (3.20)$$

де  $\psi_{rc} = \frac{L_c}{I_z \omega_o^2}$  - постійний кут рискання, викликаний постійною складовою моменту збурення.

Наступним кроком в отриманні рішення вихідного диференціального рівняння (3.14) є пошук  $\psi_{ob}$  відповідного однорідного рівняння:

$$\ddot{\psi}_{ob} + 2v_{\theta}\dot{\psi}_{ob} + \omega_o^2\psi_{ob} = 0. \quad (3.21)$$

Для цього складаємо характеристичне рівняння:

$$k^2 + 2v_{\theta}k + \omega_o^2 = 0,$$

яке має два кореня  $k_{1,2} = -v_{\theta} \pm \sqrt{v_{\theta}^2 - \omega_o^2}$ . Так як  $v_{\theta}^2 < \omega_o^2$ , то  $k_{1,2} = -v_{\theta} \pm \omega_d i$ ,

де  $\omega_d = \sqrt{\omega_o^2 - v_{\theta}^2}$ . При цьому розв'язок рівняння (3.21), згідно [86], має вигляд:

$$\psi_{ob} = \exp(k_1 t) + \exp(k_2 t),$$

або підставляючи значення коренів  $k_{1,2}$ :

$$\begin{aligned} \psi_{ob} &= C_1 \exp[(-v_{\theta} + \omega_d i)t] + C_2 \exp[(-v_{\theta} \pm \omega_d i)t] = \\ &= \exp(-v_{\theta} t) [C_1 \exp(\omega_d i t) + C_2 \exp(-\omega_d i t)]. \end{aligned}$$

За допомогою аналогій Ейлера перетворимо вираз в квадратних дужках, записавши його в тригонометричній формі:

$$C_1 \exp(\omega_d i t) + C_2 \exp(-\omega_d i t) = A_1 \sin \omega_d t + A_2 \cos \omega_d t.$$

У цьому випадку, з урахуванням (3.17) і (3.20), загальне рішення приймає вигляд:

$$\begin{aligned}\psi &= \exp(-v_{\theta} t)[A_1 \sin \omega_d t + A_2 \cos \omega_d t] + \psi_r = \\ &= \exp(-v_{\theta} t)[A_1 \sin \omega_d t + A_2 \cos \omega_d t] + \psi_{rc} + \psi_{ro} \sin(\omega_p t - \alpha),\end{aligned}\quad (3.22)$$

де  $A_1, A_2$  - постійні інтегрування, що залежать від початкових умов.

Для визначення постійних інтегрування  $A_1$  та  $A_2$  допускаємо, що в початковий момент часу  $t = 0$  відомі початковий кут нишпорення  $\psi_0$  і початкова кутова швидкість  $\dot{\psi}_0$ . Знайдемо, диференціюючи (3.22):

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= -v_{\theta} \exp(-v_{\theta} t)[A_1 \sin \omega_d t + A_2 \cos \omega_d t] + \omega_d \exp(-v_{\theta} t) \times \\ &\times [A_1 \cos \omega_d t - A_2 \sin \omega_d t] + \dot{\psi}_r.\end{aligned}\quad (3.23)$$

Для початкових умов, при  $t = 0$ , вирази (3.22) і (3.23) приймають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}\psi_0 &= A_2 + \psi_r(0), \\ \dot{\psi}_0 &= -v_{\theta} A_2 + \omega_d A_1 + \dot{\psi}_r(0).\end{aligned}$$

З отриманих рівнянь знаходимо постійні інтегрування  $A_1$  та  $A_2$ .

Спочатку  $A_2$  з першого рівняння:

$$A_2 = \psi_0 - \psi_r(0). \quad (3.24)$$

Після – з другого  $A_1$ :

$$A_1 = \frac{1}{\omega_d} \{ \dot{\psi}_0 - \dot{\psi}_r(0) + v_{\theta} [\psi_0 - \psi_r(0)] \}. \quad (3.25)$$

Знайдемо вирази  $\psi_r(0)$  та  $\dot{\psi}_r(0)$  з цією метою диференціюємо вираз (3.20):

$$\dot{\psi}_r = \psi_{ro} \omega_p \cos(\omega_p t - \alpha),$$

при  $t = 0$  знайдемо:

$$\psi_r(0) = \psi_{rc} - \psi_{ro} \sin \alpha, \quad \dot{\psi}_r(0) = \psi_{ro} \omega_p \cos \alpha.$$

Підставляючи значення  $\psi_{rc}$ ,  $\psi_{ro}$ ,  $\sin \alpha$  та  $\cos \alpha$ , отримаємо:

$$\psi_r(0) = \frac{L_c}{I_z \omega_o^2} - \frac{L_{po}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \frac{2v_\theta \omega_p}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}},$$

$$\dot{\psi}_r(0) = \frac{L_{po}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \omega_p \frac{(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}}.$$

Отримані вирази підставимо в (3.24) та (3.25):

$$A_1 = \frac{1}{\omega_d} \left\{ \dot{\psi}_o - \frac{L_{po}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \omega_p \frac{(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} + \right.$$

$$\left. + v_\theta \left[ \psi_o - \frac{L_c}{I_z \omega_o^2} - \frac{L_{po}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \frac{2v_\theta \omega_p}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \right] \right\},$$

$$A_2 = \psi_o - \left\{ \frac{L_c}{I_z \omega_o^2} - \frac{L_{po}}{I_z [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \frac{2v_\theta \omega_p}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} \right\}.$$

Аналіз загального рішення (3.22) показує, що при пропорційному законі управління власні затухаючі коливання судна по куту ристання доповнені гармонійними вимушеними коливаннями з частотою качки, причому є

постійний кут рискання, який виникає від несиметричних рискань в разі наявності постійного моменту збурення.

При русі судна його рискання щодо програмної траєкторії руху викликає бічний зсув судна  $d$ , який визначається ортогональною відносно програмної траєкторії складової швидкості судна, що виникає через його рискання, тобто  $V \sin \psi$ . Очевидно, що величина поточного значення бокового зміщення  $d$  визначається виразом:

$$d = \int_0^t V \sin \psi d\tau.$$

Враховуючи, що амплітудні значення кутів рискання суден в дійсних умовах експлуатації, як правило, не перевищують  $5-7^\circ$ , то  $\sin \psi$  можна замінити самим кутом  $\psi$  в радіанній мірі. Тому:

$$d = V \int_0^t \psi d\tau,$$

де кут рискання  $\psi$  визначається виразом (3.22).

У свою чергу, вираз (3.22) можна записати в більш зручному вигляді:

$$\psi = \exp(-v_\theta t) A \sin(\omega_d t - \beta) + \psi_{rc} + \psi_{ro} \sin(\omega_p t - \alpha), \quad (3.26)$$

де  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ ,  $\beta = \arctg \frac{A_2}{A_1}$ .

Отже, вираз для бокового зміщення судна  $d$ :

$$d = V \left[ A \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau + \psi_{rc} \int_0^t d\tau + \psi_{ro} \int_0^t \sin(\omega_p \tau - \alpha) d\tau \right]. \quad (3.27)$$

Знайдемо перший інтеграл виразу (3.27), використовуючи інтегрування частинами:

$$\int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau = \left| \begin{array}{l} u = \exp(-v_\theta \tau) \\ dv = \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau \end{array} \right|; \left| \begin{array}{l} du = -v_\theta \exp(-v_\theta \tau) d\tau \\ v = -\frac{1}{\omega_d} \cos(\omega_d \tau - \beta) \end{array} \right|,$$

тому

$$\begin{aligned} \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau &= uv - \int_0^t v du = -\frac{1}{\omega_d} \exp(-v_\theta \tau) \cos(\omega_d \tau - \beta) - \\ &- \frac{v_\theta}{\omega_d} \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \cos(\omega_d \tau - \beta) d\tau. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Розглянемо останній інтеграл у виразі (3.28), застосовуючи спосіб інтегрування по частинах:

$$\begin{aligned} \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \cos(\omega_d \tau - \beta) d\tau &= \left| \begin{array}{l} u = \exp(-v_\theta \tau) \\ dv = \cos(\omega_d \tau - \beta) d\tau \end{array} \right|; \left| \begin{array}{l} du = -v_\theta \exp(-v_\theta \tau) d\tau \\ v = \frac{1}{\omega_d} \sin(\omega_d \tau - \beta) \end{array} \right| = \\ &= \frac{1}{\omega_d} \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) + \frac{v_\theta}{\omega_d} \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau \end{aligned} \quad (3.29)$$

Отриманий вираз (3.29) підставляємо в (3.28):

$$\begin{aligned} \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau &= -\frac{1}{\omega_d} \exp(-v_\theta \tau) \cos(\omega_d \tau - \beta) - \\ &- \frac{v_\theta}{\omega_d} \left[ \frac{1}{\omega_d} \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) + \frac{v_\theta}{\omega_d} \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau \right]. \end{aligned}$$

В даному рівнянні інтеграл з правої частини переносимо в ліву і отримаємо:

$$(1 + \frac{v_\theta^2}{\omega_d^2}) \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau = -\frac{1}{\omega_d} \exp(-v_\theta \tau) \cos(\omega_d \tau - \beta) - \\ - \frac{v_\theta}{\omega_d^2} \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta),$$

Або, позначивши  $\mathfrak{I}_1 = \int_0^t \exp(-v_\theta \tau) \sin(\omega_d \tau - \beta) d\tau$ :

$$\mathfrak{I}_1 = -(\frac{\omega_d^2}{\omega_d^2 + v_\theta^2}) \{ \frac{1}{\omega_d} \exp(-v_\theta \tau) [\cos(\omega_d \tau - \beta) + \frac{v_\theta}{\omega_d} \sin(\omega_d \tau - \beta)] \} \Big|_0^t.$$

З урахуванням меж інтегрування:

$$\mathfrak{I}_1 = (\frac{\omega_d}{\omega_d^2 + v_\theta^2}) \{ \cos\beta - \frac{v_\theta}{\omega_d} \sin\beta - \exp(-v_\theta t) [\cos(\omega_d t - \beta) + \frac{v_\theta}{\omega_d} \sin(\omega_d t - \beta)] \}.$$

Розглянемо третій інтеграл виразу (3.27), який позначимо  $\mathfrak{I}_2$ :

$$\mathfrak{I}_2 = \int_0^t \sin(\omega_p \tau - \alpha) d\tau = -\frac{1}{\omega_p} \cos(\omega_p \tau - \alpha) \Big|_0^t = \frac{1}{\omega_p} [\cos\alpha - \cos(\omega_p t - \alpha)].$$

Підставимо інтеграли  $\mathfrak{I}_1$  та  $\mathfrak{I}_2$  в вираз (3.27):

$$d = V[A\mathfrak{I}_1 + \psi_{rc}t + \psi_{ro}\mathfrak{I}_2], \text{ або}$$

$$d = V \left\{ A \left( \frac{\omega_d}{\omega_d^2 + v_\theta^2} \right) \left\{ \cos\beta - \frac{v_\theta}{\omega_d} \sin\beta - \exp(-v_\theta t) \left[ \cos(\omega_d t - \beta) + \frac{v_\theta}{\omega_d} \sin(\omega_d t - \beta) \right] \right\} + \right. \\ \left. + \psi_{rc}t + \psi_{ro} \frac{1}{\omega_p} [\cos\alpha - \cos(\omega_p t - \alpha)] \right\}.$$



Звертаємо увагу, що величина зносу  $d$  є сумою трьох складових: власні затухаючі коливання судна по куту рискання, зростаючий знос судна під дією постійної складової моменту збурення і вимушене коливання судна по куту рискання, викликане гармонійною складовою моменту збурення. Відзначимо, що величина  $d$  визначається впливом моменту збурення, тобто другою і третьою складовими, в той час, як першою складовою в першому наближенні можна знехтувати. Тому для пропорційного закону управління знесення  $d_1$  виражається в такий спосіб:

$$d_1 = V\{\psi_{rc}t + \psi_{ro} \frac{1}{\omega_p} [\cos\alpha - \cos(\omega_p t - \alpha)]\}, \text{ або}$$

$$d_1 = V\left\{\frac{L_c}{I_z \omega_o^2} t + \frac{L_{po}}{I_z \omega_p [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_\theta^2 \omega_p^2]^{1/2}} [\cos\alpha - \cos(\omega_p t - \alpha)]\right\}. \quad (3.30)$$

Для компенсації постійного зміщення від несиметричних рискань в закон управління включається додатковий сигнал, пропорційний інтегралу, а також використовується сигнал, що залежить від кутової швидкості рискання.

У разі пропорційно-диференційного закону керування кут кладки керма

$\beta = \frac{k_1}{k_4} \psi + \frac{k_2}{k_4} \dot{\psi}$  та керування (3.15) приймає вигляд:

$$\ddot{\psi} + \frac{C_1}{I_z} \dot{\psi} + \frac{C_2}{I_z} \left( \frac{k_1}{k_4} \psi + \frac{k_2}{k_4} \dot{\psi} \right) = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z} \sin \omega_p t, \text{ або}$$

$$\ddot{\psi} + \left( \frac{C_1}{I_z} + \frac{C_2}{I_z} \frac{k_2}{k_4} \right) \dot{\psi} + \frac{C_2}{I_z} \frac{k_1}{k_4} \psi = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z} \sin \omega_p t.$$

Останнє рівняння записуємо у вигляді:

$$\ddot{\psi} + 2v_{\theta 1} \dot{\psi} + \omega_o^2 \psi = \frac{L_c}{I_z} + \frac{L_{po}}{I_z} \sin \omega_p t,$$

де  $v_{\theta 1} = \frac{1}{2} \left( \frac{C_1}{I_z} + \frac{C_2}{I_z} \frac{k_2}{k_4} \right)$  – коефіцієнт загасання;

У разі реалізації ПД закону керування знесення  $d_2$  має тільки гармонійну складову з частотою ривкання:

$$d_2 = \psi_{ro1} \frac{V}{\omega_p} [\cos \alpha - \cos(\omega_p t - \alpha)], \quad (3.31)$$

$$\text{де } \psi_{ro1} = \frac{L_{po}}{I_z \omega_p [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_{\theta 1}^2 \omega_p^2]^{1/2}}.$$

Знайдемо максимальне значення  $d_{2\max}$  зносу  $d_2$ , викликаного гармонійною складовою моменту збурення. Для цього знайдемо першу похідну виразу (3.31) за часом:

$$\frac{\partial d_2}{\partial t} = \psi_{ro1} \frac{V \omega_p}{\omega_p} \sin(\omega_p t - \alpha).$$

Момент часу  $t_{\max}$ , який відповідає значенню  $d_{2\max}$ , знаходиться з виразу:

$$\frac{\partial d_2}{\partial t} = 0, \text{ або } \sin(\omega_p t_{\max} - \alpha) = 0,$$

звідки  $t_{\max} = \frac{\pi + \alpha}{\omega_p}$ . Підставляємо отриманий вираз в (3.31):

$$d_{2\max} = \psi_{\text{ro1}} \frac{V}{\omega_p} [\cos \alpha - \cos(\omega_p \frac{\pi + \alpha}{\omega_p} - \alpha)] = \psi_{\text{ro1}} \frac{V}{\omega_p} (1 + \cos \alpha).$$

Підставляючи значення  $\psi_{\text{ro1}}$  та  $\cos \alpha$ , Отримаємо:

$$d_{2\max} = \frac{L_{\text{po}}}{I_z \omega_p [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_{\theta 1}^2 \omega_p^2]^{1/2}} \frac{V}{\omega_p} \left\{ 1 + \frac{(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_{\theta 1}^2 \omega_p^2]^{1/2}} \right\}.$$

Скориставшись виразом (3.30), аналогічно знаходимо максимальне значення  $d_{1\max}$  зносу  $d_1$ , викликаного гармонійною складовою моменту збурення при пропорційному законі управління:

$$d_{1\max} = \frac{L_{\text{po}}}{I_z \omega_p [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_{\theta}^2 \omega_p^2]^{1/2}} \frac{V}{\omega_p} \left\{ 1 + \frac{(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_{\theta}^2 \omega_p^2]^{1/2}} \right\}.$$

Вирази для максимальних зносів  $d_{1\max}$  та  $d_{2\max}$  відрізняються значеннями коефіцієнтів загасання  $v_{\theta 1}$  і  $v_{\theta}$ , причому:

$$v_{\theta 1} = \frac{1}{2} \left( \frac{C_1}{I_z} + \frac{C_2}{I_z} \frac{k_2}{k_4} \right) \quad \text{та} \quad v_{\theta} = \frac{C_1}{2I_z}.$$

Очевидно, що  $v_{\theta 1} > v_{\theta}$  і, отже,  $d_{1\max} > d_{2\max}$ . Тому найбільш прийнятним є ПД закон управління, так як попереджає появу постійного зміщення і забезпечує мінімальне значення максимальної амплітуди  $d_{\max}$  рискань вимушених коливань.

Таким чином, вираз критерію функціональної ефективності  $Q_{\Sigma}$  системи прийняття рішень  $S_m$  з управління рухом судна остаточно приймає вигляд:

$$Q_{\Sigma} = \sum_i^n [D_i K_{\Gamma i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - K_{\Gamma j})] + \sum_i^m [\tilde{D}_i \tilde{K}_{\Gamma i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \tilde{K}_{\Gamma j})] +$$

$$\begin{aligned}
& + 2fD_{\beta} \left( \frac{V_o}{k_{\omega} \beta_k^2} \right)^2 [1 - \cos(K_o - K_y)] + D_t V_o^2 + \\
& + \frac{L_{po}}{I_z \omega_p [(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_{\theta 1}^2 \omega_p^2]^{1/2}} \frac{V}{\omega_p} \left\{ 1 + \frac{(\omega_o^2 - \omega_p^2)}{[(\omega_o^2 - \omega_p^2)^2 + 4v_{\theta 1}^2 \omega_p^2]^{1/2}} \right\}. \quad (3.32)
\end{aligned}$$

### 3.3. Висновки за третім розділом.

У третьому розділі розглядається питання вибору показника ефективності функціонування системи прийняття рішень з управління рухом судна, який відображає точність утримання судна на програмній траєкторії руху з урахуванням впливу істотних стохастичних і детермінованих чинників.

Вироблено формальний опис системи прийняття рішень з управління рухом судна. Показано, що вона є багаторівневою ієрархічною вирішальною системою і приведено її стратифікований і багатосаровий опис.

В якості стохастичного показника ефективності функціонування системи прийняття рішень з управління рухом судна обрана дисперсія модуля векторіальної похибки, яка є сумою діагональних елементів коваріаційної матриці, тобто дисперсій складових векторіальної похибки. Показано, що векторіальна траєкторна похибка є сумою декількох незалежних векторіальних похибок, що характеризують точність обсервації, прогнозу збільшення координат і повороту судна при зміні програмного курсу руху. Отримано аналітичні вирази для дисперсій векторіальних похибок і для стохастичних показників в цілому.

Детермінована складова показника ефективності характеризується максимальним значенням бічного зносу судна щодо програмної траєкторії руху. Наведено диференціальне рівняння керованого руху судна по куту рискання. Отримано рівняння зміни кута рискання судна при різних типах його управління. Показано, що бічне знесення судна залежить від

характеристик моментів збурення, а також від частоти власних коливань судна за кутом нищпорення і його коефіцієнту загасання. Отримано аналітичні вирази максимального значення бокового зносу судна при пропорційно-диференційному і пропорційно-інтегрально-диференційному керуванню судна.

## РОЗДІЛ 4.

ЗАСТОСУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО ЗАКОНУ ПУАССОНА ДЛЯ ОПИСУ  
ПОХИБОК НАВІГАЦІЙНИХ ВИМІРІВ.

4.1. Нормальний закон розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань.

Нормальний закон розподілу (закон Гауса), який найбільш часто зустрічається на практиці закон розподілу, головною особливістю якого є те, що він є граничним законом, - до нього прагнуть інші закони розподілу при деяких типових умовах.

Щільність розподілу нормального закону має наступний аналітичний вираз:

$$f_N(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}\right],$$

де  $M$  та  $\sigma$  – відповідно математичне очікування і середньоквадратичне відхилення.

Для центрованої випадкової величини характеристична функція нормального розподілу має такий вигляд [88]:

$$g_N(t) = \exp\left[-\frac{(\sigma t)^2}{2}\right]. \quad (4.1)$$

Як показано в теорії ймовірностей, сума досить великого числа незалежних випадкових величин, підпорядкованих яким завгодно законам розподілу, наближено підпорядковується нормальному закону, і це виконується тим точніше, чим більша кількість випадкових величин підсумовується.

Похибки вимірювання навігаційних параметрів є сумою досить великого числа досить малих доданків - елементарних похибок, кожна з яких викликана дією окремої причини, що не залежить від інших. Незалежно від законів розподілу окремих елементарних похибок особливості цих розподілів в сумі великого числа доданків нівелюються, і сума виявляється підпорядкована закону, близькому до нормального. Головне обмеження, що накладається на підсумовуванні елементарні похибки, полягає в тому, щоб вони усі грали в загальній сумі відносно малу роль.

Припустимо, незалежні випадкові величини  $X_1, X_2, \dots, X_n$  мають один і той же закон розподілу з математичним очікуванням  $M$  і дисперсією  $\sigma^2$ . Через  $Y_n$  позначимо їх суму, тобто  $Y_n = \sum_{k=1}^n X_k$ . Випадкові величини  $X_1, X_2, \dots, X_n$  мають одну і ту ж щільність розподілу  $f(x)$  і, отже, одну і ту ж характеристичну функцію  $g_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx)f(x)dx$ .

Тому характеристична функція випадкової величини  $Y_n$  буде:

$$g_{yn}(t) = [g_x(t)]^n.$$

Розкладемо  $g_x(t)$  в околиці точки  $t=0$  в ряд Маклорена з трьома членами:

$$g_x(t) = g_x(0) + g'_x(0)t + \left[ \frac{g''_x(0)}{2} + \alpha(t) \right] t^2,$$

де  $\alpha(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow 0$ .

Знаходимо вирази  $g_x(0)$ ,  $g'_x(0)$  та  $g''_x(0)$ .

$$g_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1, \quad g'_x(t) = i \int_{-\infty}^{\infty} x e^{itx} f(x)dx, \quad g'_x(0) = i \int_{-\infty}^{\infty} x e^{itx} f(x)dx = iM.$$

Для центрованої випадкової величини  $M=0$ , тому  $g'_x(0)=0$ . Друга похідна має наступний вигляд:

$$g''_x(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{itx} f(x) dx, \text{ звідки } g''_x(0) = - \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = -\sigma^2.$$

Остаточно отримаємо:

$$g_x(t) = 1 - \left[ \frac{\sigma^2}{2} - \alpha(t) \right] t^2. \quad (4.2)$$

Перейдемо від сумарної величини  $Y_n$  до нормованої величини  $Z_n$  :

$$Z_n = \frac{Y_n}{\sigma\sqrt{n}}.$$

Знайдемо характеристичну функцію величини  $Z_n$  :

$$g_{zn}(t) = \left[ g_x\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right) \right]^n,$$

або, користуючись формулою (4.2),

$$g_{zn}(t) = \left\{ 1 - \left[ \frac{\sigma^2}{2} - \alpha\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right) \right] \frac{t^2}{n\sigma^2} \right\}^n \quad (4.3)$$

Виконаємо логарифмування виразу (4.3):

$$\ln g_{zn}(t) = n \ln \left\{ 1 - \left[ \frac{\sigma^2}{2} - \alpha\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right) \right] \frac{t^2}{n\sigma^2} \right\}.$$

Позначимо



$$\left[\frac{\sigma^2}{2} - \alpha\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right)\right] \frac{t^2}{n\sigma^2} = \mathcal{G}, \quad (4.4)$$

тоді

$$\ln g_{zn}(t) = n \ln\{1 - \mathcal{G}\}.$$

При необмеженому збільшенні значення  $n$  величина  $\mathcal{G}$ , як випливає з (4.4), прагне до нуля. При значному  $n$  її можна вважати дуже малою. Розкладемо  $\ln\{1 - \mathcal{G}\}$  в ряд і обмежимося першим членом розкладання, так як інші при  $n \rightarrow \infty$  стануть настільки малими, що ними можна знехтувати:

$$\ln\{1 - \mathcal{G}\} \approx -\mathcal{G}.$$

Тоді отримаємо:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln g_{zn}(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln n(-\mathcal{G}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[-\frac{t^2}{2} + \alpha\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right) \frac{t^2}{\sigma^2}\right] = -\frac{t^2}{2}, \quad \text{тобто}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln g_{zn}(t) = -\frac{t^2}{2}, \quad \text{звідки}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g_{zn}(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right).$$

Отриманий вираз і є характеристичною функцією нормального закону центрованої та нормованої випадкової величини.

Функція розподілу нормального закону не виражається через елементарні функції, тому для її розрахунку користуються таблицями спеціальної функції, так званої функції Лапласа, або інтегралу вірогідностей [85]:

$$\Phi_N(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt.$$

Нормальний розподіл є стійким, тобто сума випадкових величин, що мають нормальний розподіл, є також щільністю нормального закону розподілу. Іншими словами,  $k$  - кратна згортка щільності нормального розподілу дає щільність нормального розподілу. Властивість стійкості нормального закону розподілу дозволяє застосовувати його при описі як незалежних, так і залежних випадкових величин.

4.2. Змішані закони розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань першого і другого типу.

У багатьох випадках статистичні дані похибок навігаційних вимірювань, отриманих в натурних спостереженнях, не підкоряються нормальному закону [58], в силу чого була запропонована модель змішаного закону розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань [56-58]. Модель отримана в припущенні, того, що при незмінних умовах спостереження похибка навігаційних вимірювань підпорядкована нормальному закону з постійною дисперсією. При зміні умов спостереження дисперсія похибки змінюється випадковим чином. У цьому випадку щільність розподілу ймовірностей центрованої похибки навігаційних вимірювань  $\xi$  має такий вигляд [58]:

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) d\sigma. \quad (4.5)$$

Причому, середньоквадратичне відхилення  $\sigma$  є випадковою величиною і має щільність розподілу  $\varphi(\sigma)$ , яка, враховуючи що  $0 < \sigma < \infty$ , повинна відповідати таким вимогам:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \varphi(\sigma) = 0, \quad \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \varphi(\sigma) = 0.$$

Можливість отримання щільності змішаного розподілу  $f(\xi)$  в явному вигляді і її основні закономірності визначаються щільністю розподілу  $\varphi(\sigma)$  с. к. в.  $\sigma$ . В роботі [89], використовуючи модельні гіпотези, запропоновано в якості  $\varphi(\sigma)$  обрати два закони розподілу з щільностями  $\varphi_1(\sigma)$  та  $\varphi_2(\sigma)$ , які дозволяють отримати змішані щільності в явному вигляді і мають такий вигляд:

$$\varphi_1(\sigma) = 2\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha}{\sigma^2}\right); \quad \varphi_2(\sigma) = 2\alpha \frac{1}{\sigma^3} \exp\left(-\frac{\alpha}{\sigma^2}\right).$$

Дані щільності дозволяють отримати базові щільності змішаного розподілу відповідно першого  $f_{b1}(x)$  (Коші) і другого  $f_{b2}(x)$  (Пірсону VII типу) виду [89]:

$$f_{b1}(x) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)}; \quad f_{b2}(x) = \frac{\alpha}{\sqrt{2}2} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{\frac{3}{2}}}. \quad (4.6)$$

З двох останніх виразів отримано безліч щільностей змішаного закону розподілу ймовірностей навігаційних похибок, що виражаються в явному вигляді:

$$f_1(x) = \frac{2^n \alpha^{n+\frac{1}{2}} n!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+1}}, \quad (n \leq 6) \quad (4.7)$$

$$f_2(x) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2n+1) \alpha^{n+1}}{\sqrt{2} 2^{n+1} n!} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+1,5}}, \quad (n \leq 5) \quad (4.8)$$

де  $\alpha$  - масштабний параметр;

$n$  – істотний параметр.

Вираз (4.7) є щільністю розподілу ймовірностей змішаного закону першого типу, а вираз (4.8) - змішаного закону другого типу. Криві щільності розподілу ймовірностей змішаних законів першого та другого типів нормованих похибок навігаційних вимірювань з істотними параметрами, що не перевищують значення 6 наведені на рис. 4.1.

Функція розподілу змішаного закону першого типу визначається виразом:

$$F_{kn}(x) = \frac{2^n \alpha^{n+\frac{1}{2}} n!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdot (2n-1)} \int_{-\infty}^x \frac{d\xi}{\left(\frac{\xi^2}{2} + \alpha\right)^{n+1}}.$$

Після інтегрування отримаємо функцію розподілу [89]:

$$F_{kn}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2\alpha}} + \sum_{i=1}^n \frac{2^{n-i} \alpha^{(n-i)+\frac{1}{2}} (n-i)!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdot [2n - (2i-1)]} \frac{x}{\left(\frac{x^2}{2} + \alpha\right)^{n+1-i}}. \quad (n \leq 6) \quad (4.9)$$

Графіки функції розподілу  $F_{k1}(x) \dots F_{k6}(x)$  представлені на рис. 4.2, причому нормована випадкова величина змінюється в межах від - 6 до 6 С.К.В. Звертаємо увагу на ту обставину, що з ростом істотного параметра  $n$  змішаний розподіл прагне до розподілу Гауса.

Змішаний розподіл першого типу може бути застосований для істотного параметра  $n \leq 6$ , тому нижче наведені аналітичні вирази функції розподілу  $F_{k1}(x) \dots F_{k6}(x)$ , приймаючи позначення:

$$F_k(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2\alpha}}.$$

$$F_{k1}(x) = F_k(x) + \frac{\frac{1}{\alpha^2} x}{\sqrt{2\pi}(x^2/2 + \alpha)},$$

$$F_{k2}(x) = F_{k1}(x) + \frac{2\alpha^{\frac{3}{2}} x}{3\sqrt{2\pi}(x^2/2 + \alpha)^2},$$

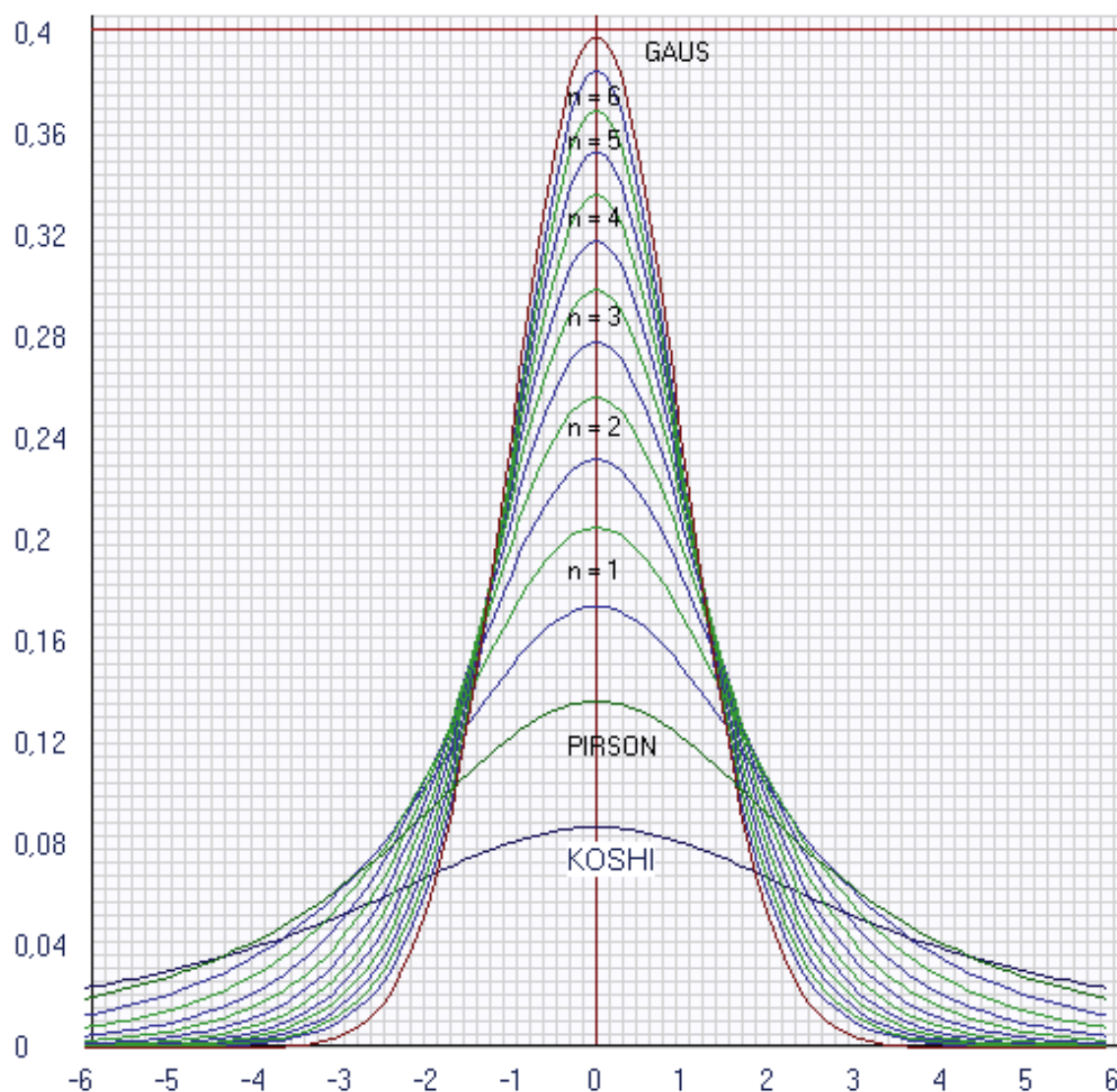


Рис. 4.1. Криві щільностей змішаних розподілів

$$F_{k3}(x) = F_{k2}(x) + \frac{8\alpha^{\frac{5}{2}}x}{15\sqrt{2}\pi(x^2/2 + \alpha)^3},$$

$$F_{k4}(x) = F_{k3}(x) + \frac{48\alpha^{\frac{7}{2}}x}{105\sqrt{2}\pi(x^2/2 + \alpha)^4},$$

$$F_{k5}(x) = F_{k4}(x) + \frac{384\alpha^{\frac{9}{2}}x}{945\sqrt{2}\pi(x^2/2 + \alpha)^5},$$

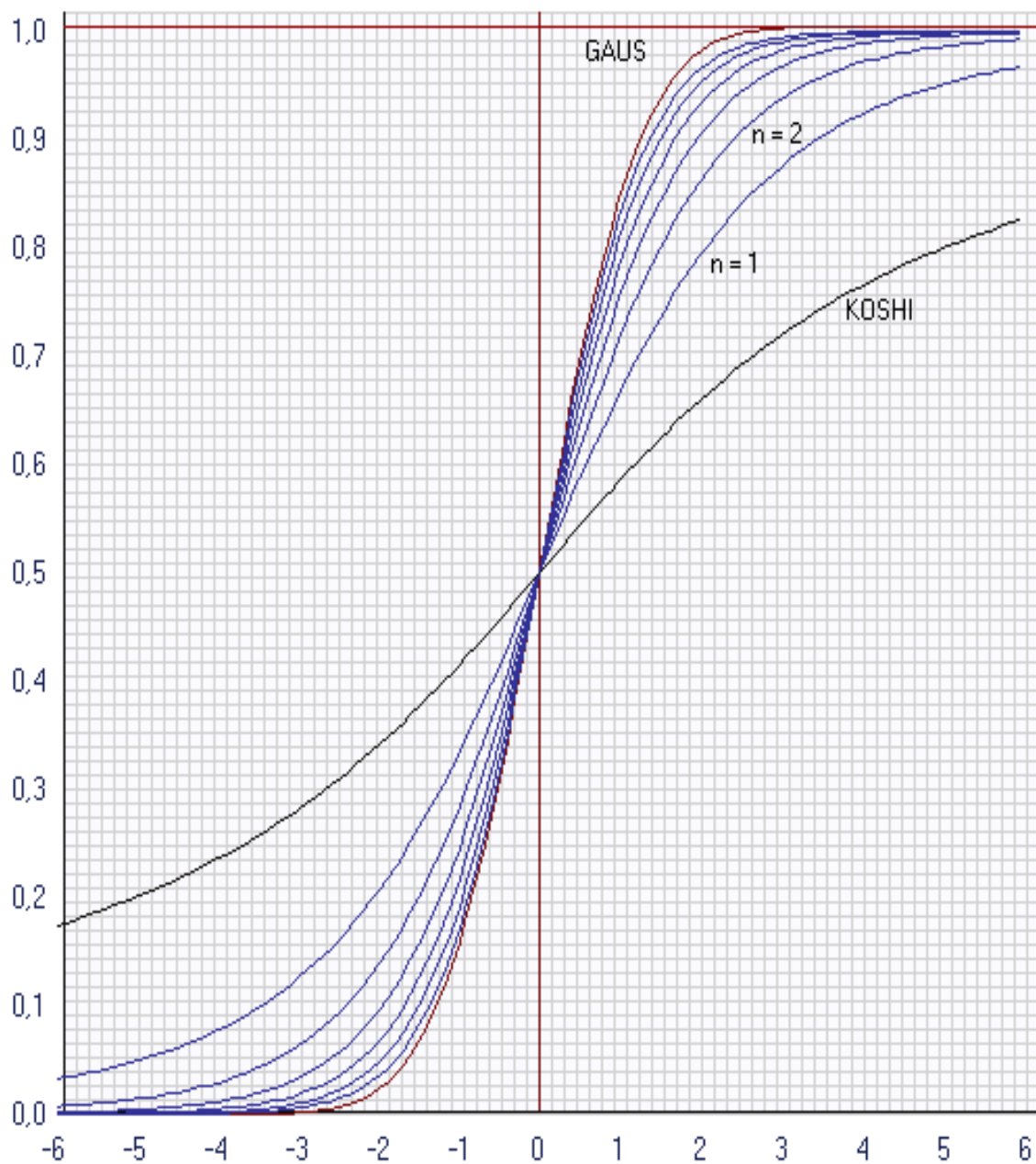


Рис. 4.2. Функції розподілу змішаного закону першого типу

$$F_{k6}(x) = F_{k5}(x) + \frac{3840\alpha^{\frac{11}{2}}x}{10395\sqrt{2}\pi(x^2/2 + \alpha)^6}.$$

Аналогічно отримана функція розподілу  $F_{Pn}(x)$  для змішаного розподілу другого типу [89]:

$$F_{Pn}(x) = 1 - 2^n 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2n+1) \left\{ \sum_{j=0}^n \frac{(-1)^j}{j!(n-j)!(n+1+j)} \frac{\alpha^{n+1+j}}{(x^2 + 2\alpha + x\sqrt{x^2 + 2\alpha})^{n+1+j}} \right\}. \quad (4.10)$$

Істотний параметр  $n$  змішаного розподілу другого типу менше або дорівнює 5 ( $n \leq 5$ ), тому нижче наведені аналітичні вирази функції розподілу  $F_{P1}(x) \dots F_{P5}(x)$ , а їх графіки представлені на рис. 4.3. У наведених виразах прийнято позначення:

$$z = x^2 + 2\alpha + x\sqrt{x^2 + 2\alpha}.$$

$$F_{P1}(x) = 1 - \left[ \frac{3\alpha^2}{z^2} - \frac{2\alpha^3}{z^3} \right],$$

$$F_{P2}(x) = 1 - \left[ \frac{10\alpha^3}{z^3} - \frac{15\alpha^4}{z^4} + \frac{6\alpha^5}{z^5} \right],$$

$$F_{P3}(x) = 1 - \left[ \frac{35\alpha^4}{z^4} - \frac{84\alpha^5}{z^5} + \frac{70\alpha^6}{z^6} - \frac{20\alpha^7}{z^7} \right],$$

$$F_{P4}(x) = 1 - \left[ \frac{126\alpha^5}{z^5} - \frac{420\alpha^6}{z^6} + \frac{540\alpha^7}{z^7} - \frac{315\alpha^8}{z^8} + \frac{70\alpha^9}{z^9} \right],$$

$$F_{P5}(x) = 1 - \left[ \frac{462\alpha^6}{z^6} - \frac{1980\alpha^7}{z^7} + \frac{3465\alpha^8}{z^8} - \frac{3080\alpha^9}{z^9} + \frac{1386\alpha^{10}}{z^{10}} - \frac{252\alpha^{11}}{z^{11}} \right].$$

В роботі [89] наведені результати перевірки правильності отриманих виразів функції розподілу змішаних законів обох типів за допомогою чисельного інтегрування методом Сімпсона.

#### 4.3. Узагальнений закон розподілу Пуассона.

В роботі [67] розглянуто модель формування узагальненого розподілу Пуассона, в якій робиться припущення про те, що на точність вимірювання навігаційного параметра впливає нескінченне число факторів, кожен з яких

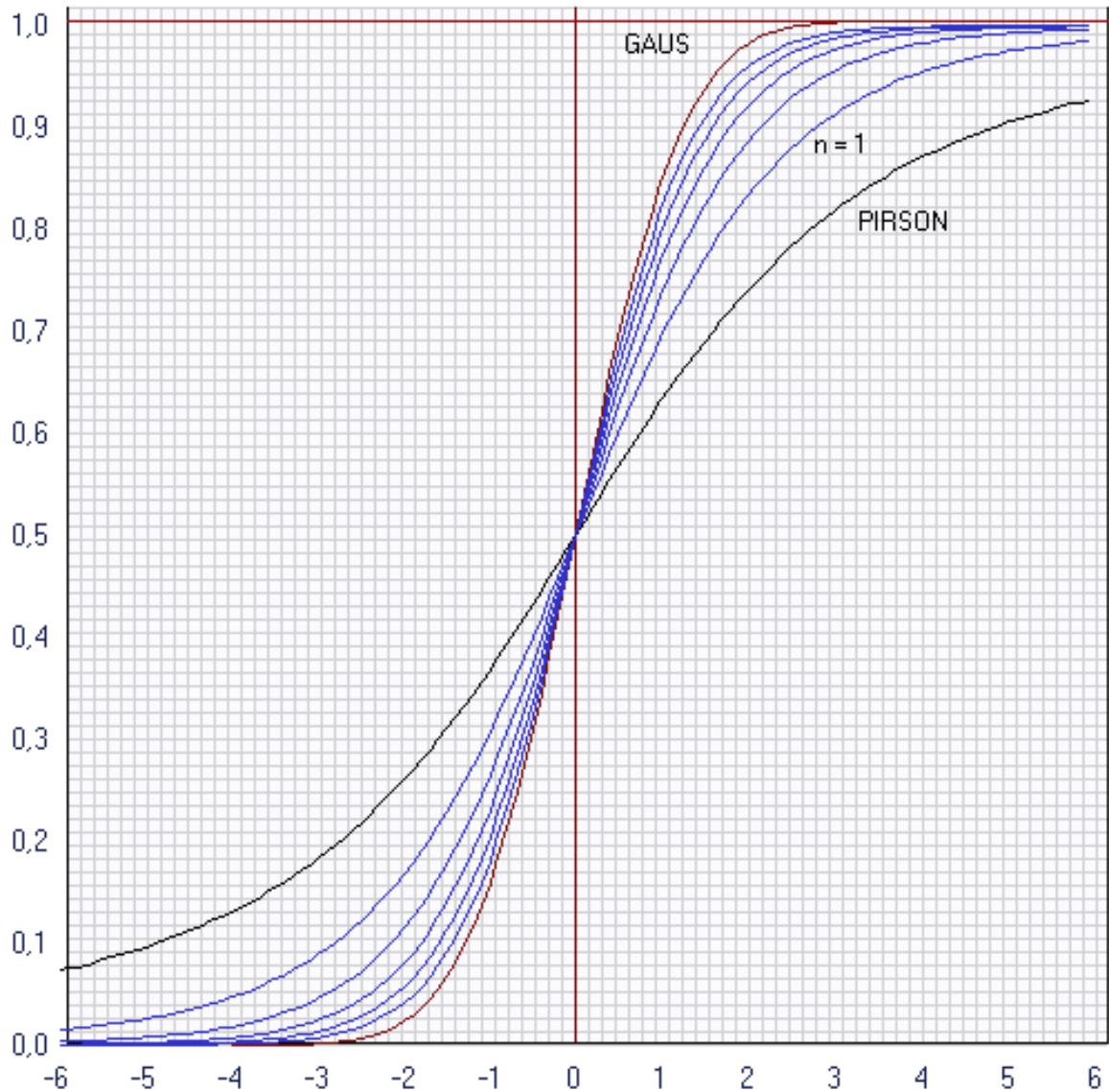


Рис. 4.3. Функції розподілу змішаного закону другого типу

зумовлює появу елементарної похибки  $\zeta_i$ , причому всі похибки  $\zeta_i$  є однаково розподіленими незалежними випадковими величинами з щільністю  $g(\zeta)$ .



Основною особливістю даної моделі є припущення про те, що кількість факторів, одночасно діючих на точність вимірювань, є випадковою величиною, тому що ймовірність наявності кожного з факторів у комплексі умов вимірювання параметра відрізняється від 1. Іншими словами, вплив кожного з факторів на процес вимірювання випадковий, - в одних умовах фактор може впливати, а в інших – бути відсутнім.

Очевидно, в такій ситуації похибка навігаційних вимірювань  $\xi$  дорівнює випадковій сумі елементарних похибок  $\zeta_i$ , тобто  $\xi = \sum_{i=1}^N \zeta_i$ , Де  $N$  - випадкова дискретна величина. Причому щільність розподілу буде  $N$  - кратної згортки щільності  $g(\zeta)$ , таку згортку позначають  $g^{N*}(\zeta)$ .

Якщо ймовірність появи кожного з факторів прийняти однаковою і рівною  $\frac{c}{n}$ , то ймовірність одночасного впливу  $k$  факторів на точність вимірювання підпорядковується розподілу Пуассона, маючого наступний аналітичний вираз:

$$P\{N = k\} = e^{-c} \frac{c^k}{k!}.$$

Покажемо, що сума ймовірностей  $P\{N = k\}$  закону Пуассона дорівнює 1.

$$\sum_{k=0}^{\infty} P\{N = k\} = \exp(-c) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k}{k!}.$$

Звертаємо увагу на те, що сума  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k}{k!}$  є розкладанням функції  $\exp(c)$  в ряд

Маклорена, тобто  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k}{k!} = \exp(c)$ . Отже,

$$\sum_{k=0}^{\infty} P\{N = k\} = \exp(-c) \exp(c) = 1.$$

Враховуючи, що число чинників може змінюватися від 1 до  $\infty$  ( $k = 1, \dots, \infty$ ), випадкова величина (похибка вимірювання)  $\xi$  приймає значення  $\sum_{i=1}^k \zeta_i$  з імовірністю  $\exp(-c) \frac{c^k}{k!}$ , при цьому її щільність розподілу  $g^{k*}(\xi)$  та, отже, для всього діапазону  $k$  щільність  $f(\xi)$  визначається узагальненим Пуассонівським розподілом:

$$f(\xi) = \exp(-c) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k}{k!} g^{k*}(\xi). \quad (4.11)$$

Щільність  $f(\xi)$  характеризує сімейство узагальнених розподілів Пуассона, яке породжується щільністю  $g(\xi)$ .

Основною і дуже важливою перевагою узагальнених розподілів Пуассона є їх безмежна подільність. Причому, як буде показано далі, щільність  $f(\xi)$  можна розкласти на складові з різними дисперсіями, що є вирішальною обставиною для випадку залежних вимірювань.

Наявність «важкого» хвоста щільності  $f(\xi)$  також можна виразити через характеристичну функцію  $\varphi(t)$ .

Для цього нагадаємо, що характеристична функція  $\psi(t)$  щільності  $f(\xi)$  визначається виразом [88]:

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(it\xi) f(\xi) d\xi, \quad (4.12)$$

або в розгорнутій формі:

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos \xi t f(\xi) d\xi + \int_{-\infty}^{\infty} i \sin \xi t f(\xi) d\xi.$$

У цій же роботі вказується, що чим повільніше зменшуються хвости розподілу  $f(\xi)$ , тобто чим вони «важчі», тим більшими є значення парних похідних характеристичної функції в точці 0 ( $\psi^{(2k)}(0)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ). Тому для характеристики ступеня «важкості» хвостів розподілу з щільністю  $f(\xi)$  доцільно скористатися другою і четвертою похідними характеристичної функції  $\psi(t)$ .

При цьому характеристика ступеня «важкості» хвостів закону розподілу з щільністю  $f(\xi)$  визначається відношенням  $\frac{\psi_N^{(IV)}(0)}{[\psi_N''(0)]^2}$ . Так, у разі нормального розподілу, що має характеристичну функцію

$$\psi_N(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2}\sigma^2\right) \quad (m_x = 0; D_x = \sigma^2), \text{ знайдемо перші чотири похідні.}$$

Перша похідна:  $\psi_N^I(t) = -t\sigma^2 \exp(-\frac{t^2}{2}\sigma^2).$

Для другої похідної:  $\psi_N^{II}(t) = (t^2\sigma^2 - 1)\sigma^2 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\sigma^2\right).$

Третя похідна:  $\psi_N^{III}(t) = (3t - t^3\sigma^2)\sigma^4 \exp(-\frac{t^2}{2}\sigma^2).$

Четверта похідна:  $\psi_N^{IV}(t) = (3 - 6t^2\sigma^2 + t^4\sigma^4)\sigma^4 \exp(-\frac{t^2}{2}\sigma^2).$

При підстановці  $t = 0$  в вираз другої та четвертої похідної маємо:

$$\psi_N''(0) = -\sigma^2 \quad \text{и} \quad \psi_N^{(IV)}(0) = 3\sigma^4. \quad (4.13)$$

Отже відношення  $\frac{\psi_N^{(IV)}(0)}{[\psi_N''(0)]^2}$  для нормального розподілу, що є нейтральним по відношенню до ступеня важкості «хвостів» приймає значення:

$$\frac{\psi_N^{(IV)}(0)}{[\psi_N''(0)]^2} = \frac{3\sigma^4}{\sigma^4} = 3.$$

Тепер, для порівняння хвостів щільності розподілу  $f(\xi)$  з нормальним законом можна використовувати одну з двох характеристик:

$$j_1 = \frac{\psi^{IV}(0)}{[\psi''(0)]^2} - 3 \quad \text{або} \quad j_2 = \frac{\psi^{IV}(0)}{3[\psi''(0)]^2}.$$

Якщо щільність  $f(\xi)$  має хвости «важче», ніж в нормального закону, то  $j_1 > 0$  та  $j_2 > 1$ .

Звертаємо увагу на те, що характеристика  $j_1$  є ексцесом розподілу  $f(\xi)$ , так як  $\psi^{IV}(0)$  є четвертим центральним моментом розподілу, а  $[\psi''(0)]^2$  - квадратом його дисперсії. В дійсності з (4.12) випливає:

$$\begin{aligned} \psi''(t) &= - \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 \exp(it\xi) f(\xi) d\xi \\ \psi^{IV}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \xi^4 \exp(it\xi) f(\xi) d\xi \end{aligned}$$

$$\text{при } t = 0 \quad \psi''(0) = - \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 e^0 f(\xi) d\xi = - \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 f(\xi) d\xi = -\mu_2 = -D$$

$$\psi^{IV}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^4 f(\xi) d\xi = \mu_4,$$

так як  $\xi$  - центрована випадкова величина, а  $f(\xi)$  - симетричний розподіл.

Тому також можна стверджувати, що щільності  $f(\xi)$  з позитивними-ним ексцесом мають «обтяжені» хвости. Характеристична функція щільності  $f(\xi)$  узагальненого закону розподілу Пуассона, яку позначимо  $\psi(t)$ , повністю визначається характеристичною функцією щільності  $g(\zeta)$  (її позначимо  $\varphi(t)$ ) формулою [67]:

$$\psi(t) = \exp\{-c[1 - \varphi(t)]\}. \quad (4.14)$$

Раніше зазначалось, що щільність  $f(\xi)$  володіє «обтяженим» хвостом при

$$\frac{\psi^{IV}(0)}{3[\psi''(0)]^2} > 1.$$

Тому знайдемо чотири перших похідних  $\psi(t)$  з виразу (4.14):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \psi(t) &= \exp\{-c[1 - \varphi(t)]\} c \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t); \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(t) &= \exp\{-c[1 - \varphi(t)]\} \{c \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(t) + c^2 [\frac{\partial}{\partial t} \varphi(t)]^2\}; \\ \frac{\partial^3}{\partial t^3} \psi(t) &= \exp\{-c[1 - \varphi(t)]\} \{c \frac{\partial^3}{\partial t^3} \varphi(t) + 3c^2 [\frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(t)] \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) + \\ &\quad + c^3 [\frac{\partial}{\partial t} \varphi(t)]^3\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4}{\partial t^4} \psi(t) = \exp\{-c[1 - \varphi(t)]\} \{ &c \frac{\partial^4}{\partial t^4} \varphi(t) + 4c^2 \left[ \frac{\partial^3}{\partial t^3} \varphi(t) \right] \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) + \\ &+ 3c^2 \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(t) \right]^2 + 6c^3 \left[ \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) \right]^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(t) + c^4 \left[ \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) \right]^4 \}. \end{aligned}$$

При  $t = 0$  похідні непарного порядку характеристичної функції  $\varphi(t)$  звертаються в нуль, тому що дійсна  $\varphi(t)$  означає симетричність  $g(\zeta)$ , отже, рівність нулю непарних центральних моментів, які дорівнюють (з точністю до  $(i)^m$ ) зазначеним похідним непарного порядку. Тому з урахуванням  $\varphi(0) = 1$ :

$$\begin{aligned} \psi^{IV}(0) &= c \frac{\partial^4}{\partial t^4} \varphi(0) + 3c^2 \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(0) \right]^2, \\ \psi^{II}(0) &= c \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(0), \end{aligned} \quad (4.15)$$

Отже, отримаємо умову наявності «тяжких хвостів»:

$$\frac{\psi^{IV}(0)}{3[\psi^{II}(0)]^2} = 1 + \frac{c \frac{\partial^4}{\partial t^4} \varphi(0)}{3c^2 \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(0) \right]^2} > 1. \quad (4.16)$$

Звертаємо увагу, що при  $c \rightarrow \infty$  маємо  $\frac{\psi^{IV}(0)}{3[\psi^{II}(0)]^2} \rightarrow 1$ .

Отже, за будь-якою симетричною  $g(\zeta)$  узагальнений закон розподілу Пуассона  $f(\xi)$  матиме «обтяжений хвіст».

Попередній аналіз показує, що  $k$  - кратна згортка щільності сама з собою існує в явному вигляді для розподілів Гауса, Коші та сімейства щільності Лапласа. Однак узагальнений закон розподілу Пуассона,

породжений щільністю Коші, не має моментів, тому не може бути використаний в якості розподілу похибок навігаційних вимірювань. Узагальнений закон розподілу Пуассона, породжений щільністю Лапласа, не має безперервну першу похідну. Виявляється, що тільки узагальнений закон Пуассона з базовим розподілом Гауса може бути використаний для опису похибок навігаційних вимірювань.

#### 4.4. Узагальнений закон Пуассона з базовою щільністю Гауса.

Покажемо, що узагальнений закон Пуассона, що породжується розподілом Гауса, може бути використаний для опису похибок навігаційних вимірювань.

Вирази для щільності нормального закону розподілу і її  $k$ -кратна згортка сама з собою мають відповідно такий вигляд:

$$g(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right), \quad g^{k*}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right).$$

Отже, узагальнений закон Пуассона з щільністю Гауса буде виражатися наступним чином:

$$f_I(\xi) = \exp(-c) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k}{k!} \frac{1}{\sqrt{2\pi k}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right),$$

або виконавши необхідні перетворення:

$$f_I(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-c) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right). \quad (4.17)$$

Характеристична функція, відповідна щільності  $f_{\Gamma}(\xi)$ , відповідно до виразу (4.14) має вигляд:

$$\psi(t) = \exp\left\{-c\left[1 - e^{-\frac{t^2}{2}\sigma^2}\right]\right\}.$$

Ступінь «важкості хвостів» узагальненого закону Пуассона  $f_{\Gamma}(\xi)$  визначається виразом (4.16). Для нормального розподілу з урахуванням виразу (4.13):

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(0) = -\sigma^2, \text{ и } \frac{\partial^4}{\partial t^4} \varphi(0) = 3\sigma^4.$$

Тому вираз (4.16) набирає вигляду:

$$\gamma = 1 + \frac{c \frac{\partial^4}{\partial t^4} \varphi(0)}{3c^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(0)\right]^2} = 1 + \frac{c 3\sigma^4}{3c^2 \sigma^4} = 1 + c^{-1}.$$

При цьому другий і четвертий моменти узагальненого закону Пуассона з щільністю Гауса  $f_{\Gamma}(\xi)$  відповідно до виразу (4.15) мають вигляд:

$$\mu_2 = D = c\sigma^2, \quad \mu_4 = 3c\sigma^4(c+1).$$

Розглянемо можливість застосування щільності  $f_{\Gamma}(\xi)$  для опису взаємозалежних похибок навігаційних вимірювань. Відзначимо, що при надлишкових вимірах навігаційних параметрів для визначення місця судна з мінімальною ковариаційною матрицею необхідно, щоб похибки вимірювань були незалежними. Якщо ж похибки вимірювань залежні, то для стійких і безмежно-подільних розподілів, до яких належить узагальнений закон Пуассона, систему залежних випадкових величин  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_1, \dots, \xi_n)$  можна



замінити системою незалежних випадкових величин  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n)$ , що мають таку ж спільну щільність розподілу.

При цьому всі випадкові величини  $\xi_i$  повинні мати однаковий закон розподілу і системи лінійних випадкових величин  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n)$  та  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n)$  повинні бути пов'язані лінійним ортогональним перетворенням [83].

В цьому випадку наявні другі змішані моменти між випадковими величинами  $\xi_i$  та  $\xi_j$  системи залежних величин перетворюються на значення дисперсій системи незалежних випадкових величин  $\eta_i$ . Матрицю других моментів вектора  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n)$  позначимо  $\Lambda$ . Розглянемо новий  $n$ -мірний випадковий вектор  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n)$ , який пов'язаний з вектором  $\xi$  лінійним перетворенням [90]:

$$\eta = A\xi, \text{ т. е. } \eta_j = \sum_{k=1}^n A_{jk} \xi_k \quad (j = 1, \dots, n),$$

де  $A$  – квадратна матриця з елементами  $A_{jk}$ .

Матриця других моментів введеної випадкової величини  $\eta$ , яка позначена  $M$ , пов'язана з матрицею  $\Lambda$  співвідношенням:

$$M = A \Lambda A^T, \quad (4.18)$$

де  $A^T$  – транспонована матриця  $A$ . Будемо розглядати центровані випадкові величини  $\xi_i$ , математичне сподівання яких дорівнює нулю, тобто  $E(\xi_i) = 0$ . Отже, і випадкові величини  $\eta_j$  також центровані ( $E(\eta_j) = 0$ ). Другі моменти випадкових величин  $\xi$  та  $\eta$  позначені відповідно через  $\lambda_{ik}$  і  $\mu_{ik}$ , причому:

$$\lambda_{ik} = E(\xi_i \xi_k), \quad \mu_{ik} = E(\eta_i \eta_k).$$

Так як ранги розподілів векторних випадкових величин  $\xi$  і  $\eta$  однакові, то з урахуванням співвідношення (4.18) можна записати [90]:

$$\mu_{ik} = \sum_{r,s=1}^n A_{jr} \lambda_{rs} A_{ks}. \quad (i \neq k) \quad (4.19)$$

Як показано в [83], якщо в якості матриці перетворення  $A$  вибрати ортогональну матрицю, то її елементи можна підібрати таким чином, що матриця других моментів  $M$  буде діагональною. Це означає, що другі змішані моменти  $\mu_{ik} = 0$  при  $i \neq k$  і матриця других моментів  $M$  містить  $n$  діагональних елементів, які є дисперсіями тепер випадкових величин, які вже не корельовано.

При уявній простоті операції перетворення системи залежних випадкових величин  $\xi_i$  в систему незалежних  $\eta_k$  залишається відкритим питання пошуку ортогональної матриці  $A$ , яка дозволяє перетворити матрицю других моментів  $\Lambda$  випадкового вектора  $\xi$  в діагональну матрицю других моментів  $M$  вектора  $\eta$  з незалежними компонентами  $\eta_i$ .

Можна запропонувати кілька способів формування ортогональної матриці  $A$ . Найбільш очевидним є спосіб складання системи рівнянь для пошуку елементів матриці  $A_{ij}$ . Так як число невідомих елементів матриці дорівнює  $n^2$ , то необхідно, щоб система рівнянь містила  $n^2$  незалежних рівнянь щодо змінних  $A_{ij}$ . Для складання рівнянь системи скористаємося властивостями ортогональної матриці, з яких випливає:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij}^2 = 1 \quad \text{та} \quad \sum_{j=1}^n A_{ij} A_{kj} = 0, \quad (i \neq k)$$

а також вимогою, щоб недиагональні елементи матриці  $M$  (4.19) дорівнювали нулю, тобто:

$$\mu_{ik} = \sum_{r,s=1}^n A_{jr} \lambda_{rs} A_{ks}. \quad (i \neq k) \quad (4.20)$$

Перша властивість ортогональної матриці дозволяє отримати  $n$  рівнянь, а друга властивість і вимога (4.20) по  $n$   $(n-1) / 2$  рівнянь. Таким чином, загальне число рівнянь в даному випадку дорівнює  $2n(n-1) / 2 + n = n^2$ . Отже, система рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n A_{ij}^2 = 1, \quad (i=1, \dots, n), \\ \sum_{j=1}^n A_{ij} A_{kj} = 0, \quad (i=1, \dots, n), \\ \sum_{r,s=1}^n A_{jr} \lambda_{rs} A_{ks} = 0, \quad (i \neq k, i, k=1, \dots, n). \end{array} \right. \quad (4.21)$$

розв'язок дозволить знайти невідомі значення елементів матриці  $A_{ij}$  і саму матрицю  $A$ .

Недоліком першого способу є велика розмірність ( $n^2$ ) системи рівнянь (4.21). Тому розглянемо другий спосіб пошуку матриці  $A$ , який заснований на методі обертань [83]. Відзначимо, що довільна ортогональна матриця  $A$  може бути отримана в результаті послідовних обертань в  $n$  - вимірному просторі, причому її елементи  $A_{ij}$  залежать тільки від функцій кутів обертання, тобто  $A_{ij}$  є функцією  $\sin$  та  $\cos$   $n(n-1) / 2$  кутів обертання. У загальному випадку можна записати  $A_{ij} = \rho_{ij}(\alpha_{ij})$  ( $j > i$ ). Отже для визначення матриці  $A$  необхідно знайти значення кутів обертання  $\alpha_{ij}$ , що звертають

матрицю  $M$  в діагональну. Потім по знайдених кутах розраховуємо шукані значення елементів матриці  $A_{ij}$ .

Для пошуку кутів обертання  $\alpha_{ij}$  необхідно  $n(n-1)/2$  (по кількості кутів) рівнянь, що забезпечують діагональність матриці  $M$ . В якості таких рівнянь доцільно вибрати умови рівності нулю недіагональних елементів матриці  $M$  (4.21), тобто:

$$\sum_{r,s=1}^n A_{ir} \lambda_{rs} A_{ks} = 0, \quad (i \neq k, i, k = 1, \dots, n), \quad \text{або}$$

$$\sum_{r,s=1}^n \rho_{ir}(\alpha_{ir}) \lambda_{rs} \rho_{ks}(\alpha_{ks}) = 0, \quad (i \neq k, i, k = 1, \dots, n).$$

Розв'язок наведеної системи рівнянь дозволяє знайти значення кутів обертання  $\alpha_{ij}$ , а, отже, і елементів матриці  $A_{ij}$ .

Третій спосіб пошуку елементів ортогональної матриці  $A$  полягає в одночасному формуванні матриць  $A$  і  $M$ , маючи в своєму розпорядженні матрицею других моментів  $\Lambda$  вихідної системи залежних випадкових величин  $\xi$ . У цьому способі також використаний метод обертань. Виконується  $n(n-1)/2$  послідовних обертань, в результаті кожного з яких визначається проміжна матриця  $A_i$ , що виключає один з недіагональних елементів матриці  $\Lambda$ . Так, для виключення першого недіагонального елемента  $\lambda_{IK}$  з матриці  $\Lambda$  виконується обертання на кут  $\alpha_1$ , який знаходиться з наступного аналітичного виразу [83]:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{2\lambda_{IK}}{\lambda_{II} - \lambda_{KK}}.$$

З отриманого значення  $\alpha_1$  обчислюється проміжна матриця  $A_1$ , елементи якої в загальному випадку знаходять за формулою [83]:

$$A_{ik} = \delta_k^i [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_I^i - \delta_K^i)] + \sin \alpha_1 (\delta_K^i \delta_k^I - \delta_I^i \delta_k^K),$$

де  $\delta_k^i$ ,  $\delta_I^i$ ,  $\delta_K^i$ ,  $\delta_k^I$ ,  $\delta_k^K$  - символи Кронекера рангу 2, які визначаються наступними умовами:

$$\delta_k^i = 0, \quad \text{при } (i \neq k),$$

$$\delta_k^i = 1, \quad \text{при } (i = k).$$

При цьому отримуємо матрицю  $\Lambda^{(1)}$ , яка замість елемента  $\lambda_{IK}$  містить нуль, причому  $\Lambda^{(1)} = A_1^{-1} \Lambda A_1$ .

Потім аналогічним чином за допомогою матриці  $A_2$  матриця других моментів  $\Lambda^{(1)}$  перетвориться до матриці  $\Lambda^{(2)}$ , в якій виключається наступний недіагональний елемент. Повторюючи зазначену операцію  $n(n-1)/2$  разів, виключаються всі недіагональні елементи, і формується шукана матриця  $M$ , причому  $M = \Lambda^{(n(n-1)/2)}$ , ортогональна ж матриця  $A$  знаходиться шляхом добутку проміжних матриць  $A_i$ :

$$A = A_1 A_2 \dots A_i \dots A_{n(n-1)/2}.$$

Особливості індексації  $\delta$ -символів Кронекера полягає в наступному. Індокси маленькими літерами відносяться до обчислюваного елемента матриці  $A_{ij}$ , індексація великими літерами відноситься до виключаємого недіагонального елемента  $\lambda_{IK}$ . З матриці  $\Lambda$  першим виключається елемент  $\lambda_{IK}$ , який має максимальне значення. Цього принципу дотримуються відносно наступних матриць  $\Lambda^{(1)}$ ,  $\Lambda^{(2)}$  і т. д., тобто в них першим виключається максимальний недіагональний елемент.

Виконаємо аналіз пропонованих трьох способів формування ортогональної матриці  $A$  для виявлення найбільш доцільного. Для цього спочатку одержимо ортогональну матрицю  $A$  кожним з розглянутих способів для  $n = 2$ . Матриця других моментів  $\Lambda$  задана, а елементи матриці  $A$  необхідно знайти, причому:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}.$$

Вихідна система рівнянь (4.21) в даному випадку приймає вид:

$$A_{11}^2 + A_{12}^2 = 1,$$

$$A_{21}^2 + A_{22}^2 = 1,$$

$$A_{11} A_{21} + A_{12} A_{22} = 0,$$

$$A_{11} (A_{21} \lambda_{11} + A_{22} \lambda_{21}) + A_{12} (A_{21} \lambda_{12} + A_{22} \lambda_{22}) = 0.$$

З третього і четвертого рівнянь відповідно маємо:

$$A_{11} = -A_{12} A_{22} / A_{21},$$

$$A_{11} = -A_{12} (A_{21} \lambda_{12} + A_{22} \lambda_{22}) / (A_{21} \lambda_{11} + A_{22} \lambda_{21}), \quad \text{звідки}$$

$$A_{22} / A_{21} = (A_{21} \lambda_{12} + A_{22} \lambda_{22}) / (A_{21} \lambda_{11} + A_{22} \lambda_{21}), \quad \text{або}$$

$$A_{22} (A_{21} \lambda_{11} + A_{22} \lambda_{21}) = A_{21} (A_{21} \lambda_{12} + A_{22} \lambda_{22}).$$

З другого рівняння системи отримуємо:  $A_{22}^2 = 1 - A_{21}^2$  і підставляємо

$A_{22} = \sqrt{1 - A_{21}^2}$  в останній вираз та враховуючи, що  $\lambda_{21} = \lambda_{12}$ , отримаємо:

$$(1 - A_{21}^2)\lambda_{12} + A_{21}\sqrt{1 - A_{21}^2}\lambda_{11} = A_{21}^2\lambda_{12} + A_{21}\sqrt{1 - A_{21}^2}\lambda_{22} \quad \text{або}$$

$$\lambda_{12} - 2A_{21}^2\lambda_{12} = -A_{21}\sqrt{1 - A_{21}^2}(\lambda_{11} - \lambda_{22}).$$

Зводимо обидві частини рівняння в квадрат і отримаємо:

$$\lambda_{12}^2 - 4\lambda_{12}^2 A_{21}^2 + 4\lambda_{12}^2 A_{21}^4 = A_{21}^2(1 - A_{21}^2)(\lambda_{11} - \lambda_{22})^2.$$

Наводячи подібні члени, знаходимо бікватратне рівняння щодо

$A_{21}$ :

$$A_{21}^4 - A_{21}^2 + \lambda_{12}^2/[4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2] = 0,$$

Розв'язуючи яке, отримаємо:

$$A_{21}^2 = 1/2 \pm \{1/4 - \lambda_{12}^2/[4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2]\}^{1/2} =$$

$$1/2 \pm \{(\lambda_{11} - \lambda_{22})^2/4[4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2]\}^{1/2}, \quad \text{або остаточно:}$$

$$A_{21}^2 = 1/2 \{1 - (\lambda_{11} - \lambda_{22})/[4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2]\}^{1/2},$$

де для визначеності перед знаком радикала обраний знак «-». Так як

$A_{22}^2 = 1 - A_{21}^2$ , то:

$$A_{22}^2 = 1/2 \{1 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})/[4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2]\}^{1/2}.$$

З першого рівняння вихідної системи вираз  $A_{12}^2 = 1 - A_{11}^2$  підставляємо в третє рівняння:

$$A_{11} A_{21} = -A_{22} \sqrt{1 - A_{11}^2}, \text{ або } A_{11}^2 A_{21}^2 + A_{22}^2 A_{11}^2 = A_{22}^2, \text{ тобто } A_{11}^2 (A_{21}^2 + A_{22}^2) = A_{22}^2, \text{ но } A_{21}^2 + A_{22}^2 = 1, \text{ отже, } A_{11}^2 = A_{22}^2.$$

Однак

$$A_{12}^2 = 1 - A_{11}^2 = 1 - A_{22}^2 = A_{21}^2, \text{ т. є. } A_{21}^2 = A_{12}^2.$$

Але для виконання третього рівняння вихідної системи необхідно, щоб  $A_{21} = -A_{12}$ . Тому остаточно отримаємо:

$$A_{11} = A_{22} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{(\lambda_{11} - \lambda_{22})}{\sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}} \right]},$$

$$A_{21} = -A_{12} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(\lambda_{11} - \lambda_{22})}{\sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}} \right]}.$$

Знайдемо ортогональну матрицю  $A$  другим способом. Для випадку  $n = 2$  вихідна довільна ортогональна матриця  $A$  має вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

Потрібно визначити значення кута  $\alpha$ , який перетворює матрицю  $M$  в діагональну. Так як матриця  $M$  містить тільки два недіагональних елементи  $\mu_{12}$  та  $\mu_{21}$ , причому  $\mu_{12} = -\mu_{21}$ , то запишемо умову рівності  $\mu_{12}$  нулю. Як було показано вище, воно має такий вигляд:



$$\mu_{12} = A_{11} \lambda_{11} A_{21} + A_{11} \lambda_{12} A_{22} + A_{12} \lambda_{22} A_{22} + A_{12} \lambda_{12} A_{21} = 0.$$

Підставляючи значення коефіцієнтів  $A_{ij}$  з матриці  $A$  в останнє рівняння, отримаємо наступну рівність:

$$\mu_{12} = -\cos\alpha \sin\alpha \lambda_{11} + \cos^2\alpha \lambda_{12} + \sin\alpha \cos\alpha \lambda_{22} - \sin^2\alpha \lambda_{12} = 0, \quad \text{або}$$

$$\lambda_{12} (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \cos\alpha \sin\alpha (\lambda_{11} - \lambda_{22}), \quad \text{тобто}$$

$$\lambda_{12} \cos 2\alpha = \sin 2\alpha (\lambda_{11} - \lambda_{22})/2.$$

Обидві частини останнього рівняння розділимо на  $\cos 2\alpha$  та отримаємо:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2\lambda_{12} / (\lambda_{11} - \lambda_{22}), \quad \text{або} \quad \cos 2\alpha = (\lambda_{11} - \lambda_{22}) / [4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2]^{1/2}.$$

Враховуємо, що  $\sin^2\alpha = 1/2 - 1/2 \cos 2\alpha$  и  $\cos^2\alpha = 1/2 + 1/2 \cos 2\alpha$ , тому:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{(\lambda_{11} - \lambda_{22})}{\sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}} \right]},$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(\lambda_{11} - \lambda_{22})}{\sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}} \right]}.$$

Отже, з урахуванням того, що  $A_{11} = A_{22} = \cos\alpha$  та  $A_{21} = -A_{12} = \sin\alpha$ , остаточно отримаємо елементи ортогональної матриці  $A$ :

$$A_{11} = A_{22} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{(\lambda_{11} - \lambda_{22})}{\sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}} \right]},$$

$$A_{21} = -A_{12} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(\lambda_{11} - \lambda_{22})}{\sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}} \right]}.$$

Маючи в своєму розпорядженні отримані значення для  $A_{ij}$ , нескладно отримати вирази для діагональних елементів  $\mu_{11}$  та  $\mu_{22}$  матриці М:

$$\mu_{11} = A_{11}^2 \lambda_{11} + 2A_{11}A_{12}\lambda_{12} + A_{12}^2 \lambda_{22} = \frac{1}{2}[\lambda_{11} + \lambda_{22} + \sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}],$$

$$\mu_{22} = A_{21}^2 \lambda_{11} + 2A_{21}A_{22}\lambda_{12} + A_{22}^2 \lambda_{22} = \frac{1}{2}[\lambda_{11} + \lambda_{22} - \sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}],$$

або остаточно:

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= \frac{1}{2}[\lambda_{11} + \lambda_{22} + \sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}], \\ \mu_{22} &= \frac{1}{2}[\lambda_{11} + \lambda_{22} - \sqrt{4\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{22})^2}]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Розглянемо третій спосіб спільного пошуку ортогональної матриці А і діагональної матриці других моментів М. При  $n = 2$  виключимо єдиний недіагональний елемент  $\lambda_{12}$ . Для цього знаходимо кут обертання  $\alpha_1$  зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = 2\lambda_{12}/(\lambda_{11} - \lambda_{22}).$$

Знаходимо елементи матриці  $A_{ik}$ , знаючи, що  $I=1$  та  $K=2$ .

$$\begin{aligned} A_{11} &= \delta_1^1 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^1 + \delta_2^1)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^1 \delta_1^1 - \delta_1^1 \delta_2^1) = \\ &= 1 \cdot [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(1 + 0)] + \sin \alpha_1 (0 \cdot 1 - 1 \cdot 0) = 1 + 1 = \cos \alpha_1, \end{aligned}$$

$$A_{12} = \delta_1^2 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^1 + \delta_2^1)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^1 \delta_2^1 - \delta_1^1 \delta_2^2) =$$

$$= 0 + \sin \alpha_1 (0 - 1 \cdot 1) = -\sin \alpha_1,$$

$$\begin{aligned} A_{21} &= \delta_2^1 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^2 + \delta_2^2)] + \sin \alpha_1 (\delta_1^1 \delta_2^2 - \delta_1^2 \delta_2^1) = \\ &= 0 + \sin \alpha_1 (1 \cdot 1 - 0) = \sin \alpha_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{22} &= \delta_2^2 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^2 + \delta_2^2)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^2 \delta_2^1 - \delta_2^1 \delta_2^2) = \\ &= 1 \cdot [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(0 + 1)] + \sin \alpha_1 (1 \cdot 0 - 0 \cdot 1) = 1 + 1 = \cos \alpha_1. \end{aligned}$$

Подальший пошук чисельних значень отриманих елементів матриці проводиться аналогічно попередньому випадку, використовуючи отримане значення  $\operatorname{tg} 2\alpha_1$ .

Попередній аналіз показує, що третій спосіб формування ортогональної матриці  $A$  найбільш зручний, так як при  $n > 2$  при використанні двох попередніх методів виникають значні обчислювальні труднощі.

Для того, щоб показати переваги третього способу знайдемо ортогональну матрицю для випадку  $n = 3$ , що може виявитися корисним при визначенні місця судна за трьома лініями положення.

Припустимо, матриця других моментів  $\Lambda$  містить максимальний недіагональний елемент  $\lambda_{12}$ , який належить виключити в першу чергу. Знайдемо елементи першої проміжної матриці  $A_1$ , з огляду на те, що символ  $\delta_p^s$  дорівнює одиниці тільки в тому випадку, якщо індекси  $s$  і  $p$  мають однакові чисельні значення, в іншому випадку  $\delta_p^s = 0$ .

$$A_{11} = \delta_1^1 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^1 + \delta_2^1)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^1 \delta_1^1 - \delta_1^1 \delta_2^1) = \cos \alpha_1,$$

$$A_{12} = \delta_2^1 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^1 + \delta_2^1)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^1 \delta_2^1 - \delta_1^1 \delta_2^1) = -\sin \alpha_1,$$

$$A_{13} = \delta_3^1 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^1 + \delta_2^1)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^1 \delta_3^1 - \delta_1^1 \delta_3^1) = 0,$$

$$A_{21} = \delta_1^2 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^2 + \delta_2^2)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^2 \delta_1^1 - \delta_1^2 \delta_3^2) = \sin \alpha_1,$$

$$A_{22} = \delta_2^2 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^2 + \delta_2^2)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^2 \delta_2^1 - \delta_2^1 \delta_2^2) = \cos \alpha_1,$$

$$A_{23} = \delta_3^2 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^2 + \delta_2^2)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^2 \delta_3^1 - \delta_1^2 \delta_3^2) = 0,$$

$$A_{31} = \delta_1^3 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^3 + \delta_2^3)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^3 \delta_1^1 - \delta_1^3 \delta_1^2) = 0,$$

$$A_{32} = \delta_2^3 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^3 + \delta_2^3)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^3 \delta_2^1 - \delta_1^3 \delta_2^2) = 0,$$

$$A_{33} = \delta_3^3 [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_1^3 + \delta_2^3)] + \sin \alpha_1 (\delta_2^3 \delta_3^1 - \delta_1^3 \delta_3^2) = 1.$$

Отже, матриця  $A_1$  має наступний вигляд:

$$A_1 = \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

а зворотна матриця  $A_1^{-1} = \{B_{ij}\} / \det A_1$ , де  $B_{ij}$  - алгебраїчне доповнення елемента  $A_{ij}$ . Так як матриця  $A_1$  ортогональна, то  $\det A_1 = 1$ . Тому:

$$C_1^{-1} = \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 \\ -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

При цьому для розрахунків елементів матриці використовується співвідношення:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = 2\lambda_{12} / (\lambda_{11} - \lambda_{22}).$$

Аналогічно, при виключенні недіагональні елемента  $\lambda_{13}$  проміжна матриця  $A_2$  та зворотна  $A_2^{-1}$  мають вигляд:

$$A_2 = \begin{vmatrix} \cos\alpha_2 & 0 & -\sin\alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha_2 & 0 & \cos\alpha_2 \end{vmatrix}, \quad A_2^{-1} = \begin{vmatrix} \cos\alpha_2 & 0 & \sin\alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha_2 & 0 & \cos\alpha_2 \end{vmatrix}.$$

Значення  $\sin\alpha_2$  та  $\cos\alpha_2$  знаходяться з рівняння:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_2 = 2\lambda_{13}^{(1)} / (\lambda_{11}^{(1)} - \lambda_{33}^{(1)}).$$

В даному виразі  $\lambda_{13}^{(1)}$ ,  $\lambda_{11}^{(1)}$  та  $\lambda_{33}^{(1)}$  - другі моменти проміжної матриці  $\Lambda^{(1)}$ , отриманої після виключення першого елемента  $\lambda_{12}$ .

Завершальний недіагональні елемент  $\lambda_{23}$  виключається за допомогою матриці  $A_3$ , причому вона і зворотня  $A_3^{-1}$  матриця мають такий вигляд:

$$A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_3 & -\sin\alpha_3 \\ 0 & \sin\alpha_3 & \cos\alpha_3 \end{vmatrix}, \quad A_3^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_3 & \sin\alpha_3 \\ 0 & -\sin\alpha_3 & \cos\alpha_3 \end{vmatrix}.$$

Причому  $\sin\alpha_3$  та  $\cos\alpha_3$  знаходяться зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_3 = 2\lambda_{23}^{(2)} / (\lambda_{22}^{(2)} - \lambda_{33}^{(2)}),$$

де  $\lambda_{23}^{(2)}$ ,  $\lambda_{22}^{(2)}$  и  $\lambda_{33}^{(2)}$  - елементи проміжної матриці других моментів  $\Lambda^{(2)}$ .

Для ілюстрації пошуку ортогональної матриці  $A$  і діагональної матриці  $M$  наведемо чисельний приклад. Припустимо, є три випадкові похибки  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  та  $\xi_3$  з дисперсіями рівними відповідно 9, 16 і 36. Коефіцієнти кореляції мають чисельні значення  $\rho_{12} = 0,50$ ,  $\rho_{13} = 0,28$  і  $\rho_{23} = 0,71$ . Знайдемо другі змішані моменти  $\lambda_{ij}$  ( $i \neq j$ ), використовуючи формулу  $\lambda_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ , де  $\sigma_i$  - середньоквадратичне відхилення випадкової величини  $\xi_i$ . Тому отримаємо  $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 6$ ,  $\lambda_{13} = \lambda_{31} = 5$  та  $\lambda_{23} = \lambda_{32} = 17$ . Таким чином, вихідна матриця других моментів  $\Lambda$  має вигляд:

$$\Lambda = \begin{vmatrix} 9 & 6 & 5 \\ 6 & 16 & 17 \\ 5 & 17 & 36 \end{vmatrix}.$$

Виключаємо максимальний недіагональний елемент  $\lambda_{23}$ , використовуючи проміжну матрицю  $A_3$ . Для цього спочатку знайдемо значення кута обертання  $\alpha_3$  з відомого співвідношення для  $\tan 2\alpha_3$ :

$$\tan 2\alpha_3 = 2\lambda_{23} / (\lambda_{22} - \lambda_{33}) = 2 \cdot 17 / (16 - 36) = -1,7.$$

Звідки  $\alpha_3 = -29,8^\circ$ ,  $\sin \alpha_3 = -0,497$ ,  $\cos \alpha_3 = 0,868$ . Отже, перша проміжна

матриця других моментів  $\Lambda^{[1]}$  має вигляд:

$$\Lambda^{[1]} = A_3^{-1} \Lambda A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,868 & -0,497 \\ 0 & 0,497 & 0,868 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 9 & 6 & 5 \\ 6 & 16 & 17 \\ 5 & 17 & 36 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,868 & 0,497 \\ 0 & -0,497 & 0,868 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} 9 & 2,723 & 7,322 \\ 2,723 & 6,280 & 0 \\ 7,322 & 0 & 45,743 \end{vmatrix}.$$

В отриманій проміжній матриці  $\Lambda^{[1]}$  максимальним є недіагональні елементи  $\lambda_{13}^{(1)} = 7,322$ . Виключаємо його проміжною матрицею  $A_2$ , елементи якої знайдемо, використовуючи вираз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_2 = 2\lambda_{13}^{(1)} / (\lambda_{11}^{(1)} - \lambda_{33}^{(1)}) = 2 \cdot 7,322 / (9 - 45,743) = -0,398.$$

Тому  $\alpha_2 = -10,86^\circ$ ,  $\sin \alpha_2 = -0,188$ ,  $\cos \alpha_2 = 0,982$ . Чергова проміжна матриця других моментів  $\Lambda^{[2]}$  визначається виразом :

$$\begin{aligned} \Lambda^{[2]} = A_2^{-1} \Lambda^{[1]} A_2 &= \begin{vmatrix} 0,982 & 0 & -0,188 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,188 & 0,497 & 0,982 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 9 & 2,723 & 7,322 \\ 2,723 & 6,280 & 0 \\ 7,322 & 0 & 45,743 \end{vmatrix} \times \\ &= \begin{vmatrix} 0,982 & 0 & 0,188 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,188 & 0,497 & 0,982 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7,592 & 2,674 & 0 \\ 2,674 & 6,280 & 0 \\ 0 & 0 & 47,131 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Нарешті, з матриці  $\Lambda^{[2]}$  виключаємо останній недіагональні елемент  $\lambda_{12}^{(2)}$  за допомогою проміжної матриці  $A_3$ , для пошуку елементів якої використовуємо вираз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_3 = 2\lambda_{12}^{(2)} / (\lambda_{11}^{(2)} - \lambda_{22}^{(2)}) = 2 \cdot 2,674 / (7,592 - 6,28) = 4,076.$$

Тому  $\alpha_3 = 38,11^\circ$ ,  $\sin \alpha_3 = 0,617$ ,  $\cos \alpha_3 = 0,787$ .

Знаходимо останню матрицю других моментів яка дорівнює діагональній матриці  $M$  незалежних випадкових величин:

$$M = A_1^{-1} \Lambda^{[2]} A_1 = \begin{vmatrix} 0,787 & 0,617 & 0 \\ -0,617 & 0,787 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 7,592 & 2,674 & 0 \\ 2,674 & 6,280 & 0 \\ 0 & 0 & 47,131 \end{vmatrix} \times$$

$$\begin{vmatrix} 0,787 & -0,617 & 0 \\ 0,617 & 0,787 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9,36 & 0 & 0 \\ 0 & 4,183 & 0 \\ 0 & 0 & 47,131 \end{vmatrix}.$$

Таким чином, отримані три некорельовані випадкові величини  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  та  $\eta_3$  з дисперсіями відповідно 9,36, 4,183 і 47,183. Ортогональна матриця перетворення  $A$  має наступний вигляд:

$$A = A_3 A_2 A_1 = \begin{vmatrix} 0,773 & 0,601 & 0,188 \\ 0,462 & 0,740 & 0,488 \\ -0,379 & -0,22 & 0,852 \end{vmatrix}.$$

Наведений спосіб перетворення системи залежних випадкових величин в систему незалежних шляхом формування ортогональної матриці  $A$  дозволяє знаходити ефективні оцінки обсервованих координат і для випадку залежних похибок навігаційних параметрів.

4.5. Перетворення залежної системи випадкових величин в незалежну при узагальненому законі розподілу Пуассона.

Як вказувалося в попередньому підрозділі, спільну щільність розподілу  $n$  залежних випадкових величин  $\xi_i$  можна знайти, замінюючи їх незалежними випадковими величинами за допомогою ортогонального



перетворення, при якому кожна з випадкових величин  $\xi_i$  виражається лінійною комбінацією незалежних  $\eta_i$ :

$$\xi_j = \sum_{i=1}^n A_{ji} \eta_i \quad (4.23)$$

Можливість зазначеної заміни цілком визначається вибором розподілу  $\xi_i$ , який в даному випадку допускає розкладання  $\xi_i$  на складові відповідно до (4.23) при дотриманні правила складання дисперсій, яке в нашому випадку має вигляд:

$$\lambda_{jj} = \sum_{i=1}^n A_{ji}^2 \mu_{ii},$$

де  $\lambda_{jj}$  и  $\mu_{ii}$  - дисперсії відповідно випадкових величин  $\xi_i$  та  $\eta_i$ .

Позначимо  $\eta'_{ji} = A_{ji} \eta_i$ . Випадкова величина  $\eta_i$  має дисперсію  $A_{ji}^2 \mu_{ii}$  та

$$\xi_j = \sum_{i=1}^n \eta'_{ji}.$$

Розглянемо випадок, коли випадкові величини  $\xi_i$  мають щільність узагальненого закону Пуассона  $f_{\Gamma}(\xi)$ . За умовою, величини  $\xi_j$  повинні бути однаково розподіленими, тобто істотний параметр  $c$  повинен бути незмінним, а різноманітність дисперсій  $\lambda_{jj}$  виражається різними параметрами масштабу  $\sigma_j^2$ . Таким чином, характеристичні функції  $\psi_j^{(\xi)}(t)$  випадкових величин  $\xi_j$  мають наступний аналітичний вигляд:

$$\psi_j^{(\xi)}(t) = \exp\left\{-c\left[1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2} \sigma_j^2\right)\right]\right\}.$$

Причому  $\lambda_{jj} = c\sigma_j^2$  та  $c = \frac{\lambda_{jj}}{\sigma_j^2}$ , тобто  $c = \frac{\sum_{i=1}^n A_{ji}^2 \mu_{ii}}{\sigma_j^2}$ , та для усіх  $\xi_j$  значення  $c$  є однаковими.

Характеристичні функції для кожної з  $n$  випадкових величин  $\xi_j$  можна представити у вигляді добутку  $n$  співмножників характеристичної функції випадкових величин  $\eta_{ji}$ , тобто:

$$\psi_j^{(\xi)}(t) = \exp\{-c[1 - \exp(-\frac{t^2}{2}\sigma_j^2)]\} = \exp\{-\sum_{i=1}^n c_{ji}[1 - \exp(-\frac{t^2}{2}\sigma_j^2)]\}.$$

Отже:

$$\psi_{ji}^{(\eta)}(t) = \exp\{-\sum_{i=1}^n c_{ji}[1 - \exp(-\frac{t^2}{2}\sigma_j^2)]\}.$$

Таким чином, випадкова похибка  $\xi_j$  розкладається на  $n$  величин  $\eta_{ji}$ , які незалежні, також мають розподіл  $f_{\Gamma}(\xi)$ , але з істотними параметрами

$c_{ji} \left( \sum_{i=1}^n c_{ji} = c \right)$  та однаковими масштабними параметрами  $\sigma_j^2$ . Причому

$c_{ji} = \frac{A_{ji}^2 \mu_{ii}}{\sigma_j^2}$ . Так як  $c$  незмінний для всіх  $\xi_j$ , то справедлива рівність:

$$\frac{\sum_{i=1}^n A_{1i}^2 \mu_{ii}}{\sigma_1^2} = \frac{\sum_{i=1}^n A_{2i}^2 \mu_{ii}}{\sigma_2^2} = \dots = \frac{\sum_{i=1}^n A_{ni}^2 \mu_{ii}}{\sigma_n^2},$$

з якого випливає рівність коефіцієнтів при  $\mu_{ii}$ , тобто:

$$\frac{A_{11}^2}{\sigma_1^2} \mu_{11} = \frac{A_{21}^2}{\sigma_2^2} \mu_{11} = \dots = \frac{A_{n1}^2}{\sigma_n^2} \mu_{11};$$

$$\frac{A_{12}^2}{\sigma_1^2} \mu_{22} = \frac{A_{22}^2}{\sigma_2^2} \mu_{22} = \dots \frac{A_{n2}^2}{\sigma_n^2} \mu_{22};$$

.....

$$\frac{A_{1n}^2}{\sigma_1^2} \mu_{nn} = \frac{A_{2n}^2}{\sigma_2^2} \mu_{nn} = \dots \frac{A_{nn}^2}{\sigma_n^2} \mu_{nn}.$$

З цього випливає, що істотні параметри  $c_{ji}$  величин  $\eta'_{ji}$  рівні при фіксованому  $i$ , тобто:

$$\begin{aligned} c_{11} = c_{21} = c_{31} = \dots = c_{n1} = c_1 \\ c_{12} = c_{22} = c_{32} = \dots = c_{n2} = c_2 \end{aligned} \quad \text{та т. д.}$$

Це веде до того, що характеристичні функції  $\psi_{ji}^{(\eta)}(t)$  містять незмінний істотний параметр  $c_i$  при фіксованому  $i$  та різні масштабні параметри  $\sigma_j^2$ , пропорційні дисперсіям випадкових величин  $\eta'_{ji}$ . Тому для фіксованих  $i$ :

$$\psi_{ji}^{(\eta)}(t) = \exp\left\{-c_i \left[1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2} \sigma_j^2\right)\right]\right\}.$$

Виразимо  $\sigma_j^2$  через  $c_i$ :  $\sigma_j^2 = \frac{A_{ji}^2 \mu_{ii}}{c_i}$ , тобто при фіксованому індексі  $i$ :

$$\psi_{ji}^{(\eta)}(t) = \exp\left\{-c_i \left[1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2c_i} A_{ji}^2 \mu_{ii}\right)\right]\right\}$$

Тепер неважко переконатися, що для конкретного  $i$  незалежно від  $j$ :

$$\psi_i^{(\eta)}(t) = \psi_{ji}^{(\eta)}\left(\frac{1}{A_{ji}} t\right) = \exp\left\{-c_i \left[1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2c_i A_{ji}^2} A_{ji}^2 \mu_{ii}\right)\right]\right\}, \text{ або}$$

$$\psi_i^{(\eta)}(t) = \exp\left\{-c_i\left[1 - \exp\left(-\frac{t^2 \mu_{ii}}{2c_i}\right)\right]\right\}.$$

Позначив  $\sigma_i^2 = \frac{\mu_{ii}}{c_i}$ , переконуємося, що характеристична функція

$$\psi_i^{(\eta)}(t) = \exp\left\{-c_i\left[1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2} \sigma_i^2\right)\right]\right\}$$

відповідає щільності розподілу:

$$f_{\Gamma}(\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp(c_i) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_i^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2k\sigma_i^2}\right) \quad (4.24)$$

Таким чином, отримано узагальнений закон Пуассона з щільністю  $f_{\Gamma}(\xi)$ , яка породжується розподілом Гауса. Отриманий розподіл може бути використано для опису як незалежних, так і залежних похибок навігаційних вимірювань.

#### 4.6. Висновки за четвертим розділом.

У розділі розглянуто основні закони розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань. Наведено відомості з нормального закону і двом типам змішаних законів. Нормальний закон розподілу є стійким, і застосовується для опису, як незалежних, так і залежних випадкових похибок, проте йому не властиві «обтяжені хвости», які характерні для реальних гістограм похибок навігаційних вимірювань. Змішані закони розподілу позбавлені цього недоліку, - їх відрізняють позитивний ексцес, що свідчить про «тяжкі хвости». Змішані закони не можуть використовуватися,

якщо похибки вимірювань є залежними, так як вони не володіють властивістю стійкості або безмежної подільності.

Зазначених двох недоліків позбавлені узагальнені пуассонівські розподіли. У розділі отримана щільність і характеристична функція узагальненого пуассонівського розподілу з базовою щільністю закону Гауса. Для цього розподілу сформульовано умову наявності «обтяженого хвосту».

Отримана процедура перетворення системи залежних випадкових величин в систему незалежних тієї ж розмірності за допомогою ортогональної матриці, і запропонований спосіб її формування. Для узагальненого пуассонівського розподілу за допомогою характеристичних функцій показана можливість розкладання залежних випадкових величин за допомогою ортогональної матриці в систему незалежних, і отримано вираз для щільності розподілу, що дозволяє сформувати процедуру розрахунку ефективних оцінок обсервованих координат.

## РОЗДІЛ 5.

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З  
УПРАВЛІННЯ РУХОМ СУДНА.

5.1. Оцінка ефективності обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона.

Як показано в роботі [64] при надлишкових вимірах, похибки яких розподілені за законом відмінним від нормального закону, а оцінюваний параметр (в нашому випадку обсервовані координати) розраховується методом найменших квадратів, відбувається втрата точності, яка характеризується ефективністю  $e$ , що є відношенням значень мінімально можливої коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)_{\min}$ , отриманої методом максимальної правдоподібності, до коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)$ , що виникає при розрахунку методом найменших квадратів:

$$e = \frac{K(\Delta w, \Delta \varphi)_{\min}}{K(\Delta w, \Delta \varphi)}.$$

Використовуючи результати роботи [64], для ефективності можна записати наступний вираз:

$$e = \frac{q^2}{ps}, \quad (5.1)$$

в якому невластні інтеграли:

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x)] \phi(x) - [\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx,$$

$$p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[ \frac{\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 \right\} dx \quad \text{и} \quad s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial x} f(x) \right]^2}{f(x)} dx.$$

У наведених виразах  $\phi(x)$  - щільність нормального розподілу, а  $f(x)$  - щільність узагальненого закону Пуассона, причому:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \quad \text{та} \quad f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-c) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right), \quad \text{або}$$

$$f(\xi) = \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right], \quad (5.1)$$

$$\text{де } B = \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}}, \quad a_k = \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}}.$$

Необхідні похідні для щільності нормального розподілу мають такий вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right\} = -\frac{x}{\sigma_m^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right), \quad \text{тому}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\frac{x}{\sigma_m^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right\} = \left( -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right).$$

Отже:

$$\left[ \frac{\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 = \left[ -\frac{x}{\sigma_m^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right]^2 / \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right]^2 = \frac{x^2}{\sigma_m^4}, \quad (5.2)$$

$$\frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right]}{\phi(x)} = \left[ \left( -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right] / \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right] = -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4}. \quad (5.3)$$

Знайдемо невласні інтеграли для узагальненого закону Пуассона.

З огляду на вирази (5.2) і (5.3) знайдемо невласний інтеграл:

$$\begin{aligned} q &= \int_{R1} \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})] (-\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{\xi^2}{\sigma_m^4}) d\xi - \int_{R1} \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})] (\frac{\xi^2}{\sigma_m^4}) d\xi = \\ &= -\frac{1}{\sigma_m^2} \int_{R1} \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})] d\xi = -\frac{1}{\sigma_m^2}, \end{aligned}$$

так як  $\int_{R1} \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})] d\xi = 1.$

Отже,

$$q = -\frac{1}{\sigma_m^2}.$$

Невласний інтеграл р з урахуванням виразу (5.2):

$$p = \int_{R1} f(\xi) \frac{\xi^2}{\sigma_m^4} d\xi = \frac{1}{\sigma_m^4} \int_{R1} \xi^2 f(\xi) d\xi = \frac{\mu_2}{\sigma_m^4}.$$

Однак, для узагальненого закону Пуассона  $\mu_2 = c\sigma^2$ , тому

$$p = \frac{c\sigma^2}{\sigma_m^4}.$$

Для невласного інтеграла з необхідно знайти похідну  $\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})] \right\} = -\frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{\xi}{k\sigma^2} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\} = \\ &= -\frac{B}{\sigma} \frac{\xi}{\sigma^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\} = -\frac{\xi}{\sigma^2} \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Отже:

$$\frac{\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) \right]^2}{f(\xi)} = \frac{\frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{B^2}{\sigma^2} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\}^2}{\frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})]} =$$



$$= \frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{\frac{B}{\sigma} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right] \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right]}.$$

Таким чином,

$$s = \frac{1}{\sigma^4} \int_{R1}^{\xi^2} \frac{\frac{B}{\sigma} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right] \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right]} d\xi, \text{ або } s = \frac{1}{\sigma^4} \mathfrak{I},$$

$$\text{де } \mathfrak{I} = \int_{R1}^{\xi^2} \frac{\frac{B}{\sigma} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right] \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right]} d\xi.$$

Отже, ефективність обсервованих координат в даному випадку визначається виразом:

$$e = \frac{q^2}{ps} = \frac{\sigma_m^4 \sigma^2}{\sigma_m^4 c \mathfrak{I}} = \frac{\sigma^2}{c \mathfrak{I}}.$$

Так як отриманий вираз для ефективності  $e$  залежить від істотного параметра  $c$  та масштабного параметра  $\sigma$ , то слід знайти вираз для ефективності  $e$  в залежності тільки від істотного параметра  $c$ , так як параметр  $\sigma$  визначає тільки масштаб кривої щільності, не впливаючи на її форму. Для цього скористаємося нормованими щільностями нормального  $g_G(x)$  і узагальненого закону Пуассона  $g_{Pg}(x)$ . Вираз нормованої щільності нормального закону має вигляд:

$$g_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (5.4)$$

Вираз для нормованої щільності узагальненого закону Пуассона  $g_{Pg}(x)$  знаходимо, використовуючи співвідношення між нормованою  $g(x)$  і  $f(x)$  стандартною щільностями:

$$g(x) = \sqrt{\mu_2} f(\sqrt{\mu_2} x).$$

Так як для узагальненого закону Пуассона  $\mu_2 = c\sigma^2$ , тому

$$\begin{aligned} g_{Pg}(x) &= \sqrt{c\sigma} f(\sqrt{c\sigma} x) = \frac{\sqrt{c\sigma}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp(-c) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{c\sigma^2 x^2}{2k\sigma^2}\right), \text{ або} \\ g_{Pg}(x) &= \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Для значень істотного параметра  $c=0,5$  та  $c=20$  розраховувалися значення нормованої щільності  $g_{Pg}(x)$ . Розрахунок проводився для суми  $\sum_{k=1}^n \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right)$  при значеннях  $n=10, 20, 30$  та  $40$ . Значення  $g_{Pg}(x)$  для  $n=30$  та  $n=40$  збігаються до сьомого знака після коми, тому в подальшому обмежувалися  $n=30$ , тобто

$$\sum_{k=1}^n \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) = \sum_{k=1}^{30} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right).$$

Так як для практичних цілей число чинників, що формують похибку лінії положення, яка підпорядковується узагальненому закону Пуассона, не перевищує 40, то їх математичне очікування перебуває в межах від 5 до 20. З урахуванням зазначеної обставини проводився розрахунок нормованих

щільностей (1.20) для  $c = 5 \div 20$ . Криві нормованої щільності  $g_{Pg}(x)$  показані на рис. 5.1.

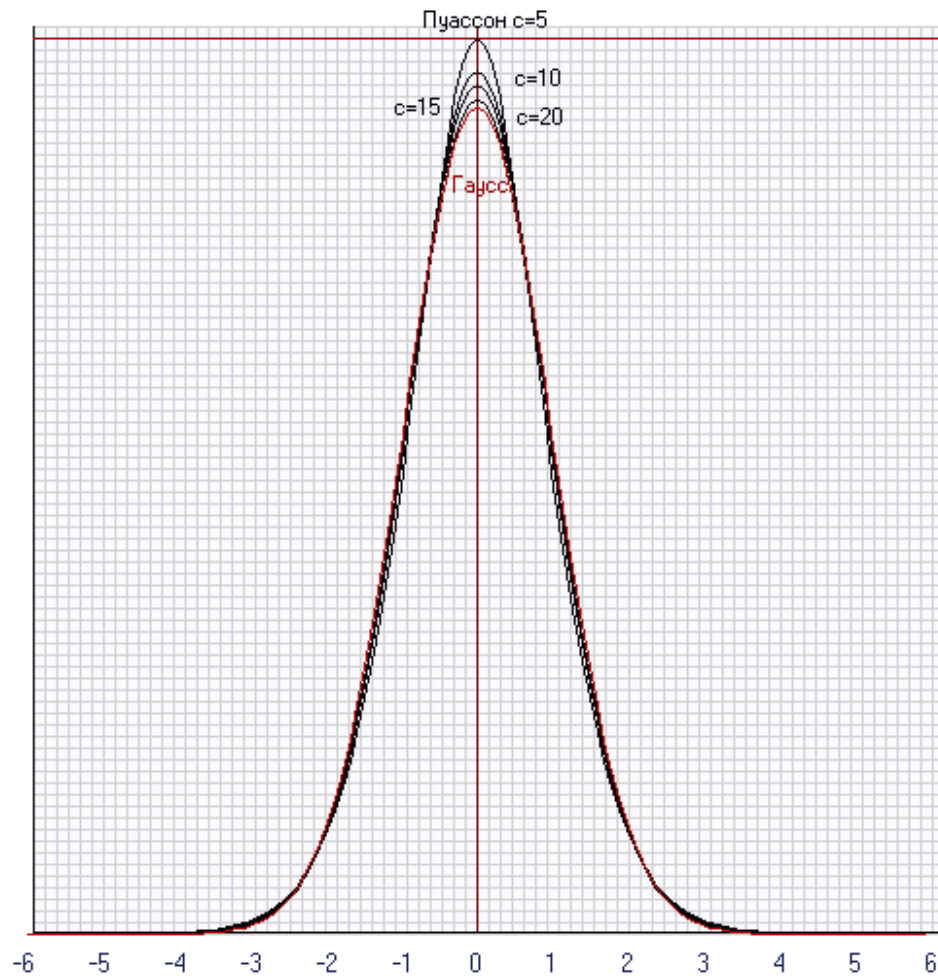


Рис. 5.1. Криві нормованої щільності  $g_{Pg}(x)$

З урахуванням нормованих щільностей (5.4) та (5.5) знайдемо вираз для ефективності  $e$ , для чого знайдемо похідні, необхідні для визначення невластних інтегралів  $p$  і  $q$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right\} = -x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \text{ тому}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right\} = (-1 + x^2) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right).$$

Отже:

$$\left[\frac{\frac{\partial}{\partial x}\phi(x)}{\phi(x)}\right]^2 = \left[-x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right]^2 / \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right]^2 = x^2,$$

$$\frac{\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(x)\right]}{\phi(x)} = \left[(-1+x^2) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] / \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] = x^2 - 1.$$

Тому інтеграл  $q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(x)\right]\phi(x) - \left[\frac{\partial}{\partial x}\phi(x)\right]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx$  з урахуванням отриманих виразів приймає вигляд:

$$q = \int_{R1} f(x)(x^2 - 1)dx - \int_{R1} f(x)x^2 dx = -1.$$

Отже,

$$q = -1.$$

Невласний інтеграл з урахуванням виразу  $p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[\frac{\frac{\partial}{\partial x}\phi(x)}{\phi(x)}\right]^2 \right\} dx$  має наступний вигляд:

$$p = \int_{R1} f(x)x^2 dx = \mu_2.$$

Однак, для нормованого узагальненого закону Пуассона  $\mu_2 = c$ , тому

$$p = c.$$

Для пошуку інтеграла  $s$  знаходимо  $\frac{\partial}{\partial x} f(x)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) \right\} &= \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{cx}{k}\right) \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) = \\ &= cx \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{[\frac{\partial}{\partial x} f(x)]^2}{f(x)} &= \frac{c^2 x^2 \left\{ \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k}) \right\}^2}{\frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k})} = \\ &= \frac{c^2 x^2 \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k}) \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k})}. \end{aligned}$$

Тому

$$s = c^{\frac{5}{2}} \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \int_{R1} x^2 \frac{\left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k}) \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k})} dx,$$

якщо позначити інтеграл в останньому виразі:

$$\mathfrak{I}(c) = \int_{R1} x^2 \frac{\left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k}) \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp(-\frac{cx^2}{2k})} dx,$$

то  $s = c^{\frac{5}{2}} \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \mathfrak{I}(c)$ . Отже,

$$e = \frac{1}{c c^{\frac{5}{2}} \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \mathfrak{I}(c)} = \frac{\sqrt{2\pi} \exp(c)}{c^{\frac{7}{2}} \mathfrak{I}(c)}.$$

Для значень істотного параметра  $c$  від 3 до 20 були розраховані значення ефективності  $e$ , а результати розрахунку представлені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1.

Залежність ефективності  $e$  від істотного параметра  $c$

|     |     |     |     |     |       |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-----|
| $c$ | 2,3 | 3   | 5   | 10  | 15    | 20  |
| $e$ | 1,0 | 0,7 | 0,4 | 0,2 | 0,133 | 0,1 |

З табл. 5.1 випливає, що з ростом істотного параметра  $c$  ефективність  $e$  зменшується.

5.2. Розрахунок обсервованих координат методом максимальної правдоподібності при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона.

Як випливає з попереднього підрозділу, в разі розподілу похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона розрахунок обсервованих координат по надлишковим лініям положення методом найменших квадратів веде до значної втрати їх точності. Так при значеннях істотного параметра  $c \geq 5$  ефективність обсервованих координат  $e$  падає нижче 0,4 (таблиця 5.1). Тому для забезпечення максимальної точності, тобто мінімальної ковариаційної матриці розрахунок обсервованих координат слід проводити методом максимальної правдоподібності.

Розглянемо застосування методу максимальної правдоподібності для розрахунку обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона. Для реалізації методу максимальної правдоподібності необхідно скласти функцію правдоподібності, яка має вигляд:

$$L(X, Y) = \prod_{i=1}^n f_i(\xi_i),$$

де  $\xi_i$  - похибка лінії положення, аналітична залежність якої від координат  $X, Y$  виражається наступним чином:

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i,$$

тут  $\alpha_i$  та  $r_i$  - напрямки градієнта навігаційного параметра  $i$ -ї лінії положення і її перенесення. Тому:

$$L(X, Y_i) = \prod_{i=1}^n f_i (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i).$$

Для ефективних оцінок обсервованих координат використовують не саму функцію правдоподібності  $L(X, Y)$ , а її логарифм, тобто:

$$\ln[L(X, Y)] = \ln\left[\prod_{i=1}^n f_i (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)\right], \text{ або}$$

$$\ln[L(X, Y)] = \sum_{i=1}^n \ln[f_i (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)].$$

Слід знайти такі значення  $X = \Delta X_c$  та  $Y = \Delta Y_c$ , при яких логарифм функції правдоподібності  $\ln[L(X, Y)]$  досягає максимуму. Припустимо, перша похідна функції правдоподібності існує і неперервна. Отже, для визначення значень  $\Delta X_c$  та  $\Delta Y_c$  необхідно вирішити систему рівнянь правдоподібності:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial X} \ln[L(X, Y)] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial X} \ln[f_i (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = 0, \\ \frac{\partial}{\partial Y} \ln[L(X, Y)] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial Y} \ln[f_i (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = 0. \end{cases} \quad (5.6)$$

Її розв'язком  $X = \Delta X_c$  та  $Y = \Delta Y_c$  є ефективні значення шуканих приращень координат до счислимих координат.

Так як:

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i,$$

то справедливий наступний вираз [86]:

$$\frac{\partial}{\partial X} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)] \frac{\partial}{\partial X} \xi_i.$$

Очевидно,  $\frac{\partial}{\partial X} \xi_i = \sin \alpha_i$ , тому справедлива наступна рівність:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial X} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)]. \quad (5.7)$$

Аналогічно:

$$\frac{\partial}{\partial Y} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)] \frac{\partial}{\partial Y} \xi_i,$$

враховуючи  $\frac{\partial}{\partial Y} \xi_i = \cos \alpha_i$ , отже:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial Y} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)]. \quad (5.8)$$

Вихідна система рівнянь правдоподібності (5.6) з урахуванням отриманих виразів (5.7) і (5.8) записується таким чином:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)] = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)] = 0, \end{cases} \quad (5.9)$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$



Так як справедливо співвідношення:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)] = \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)},$$

то система рівнянь правдоподібності (5.9) приймає наступний вигляд:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = 0, \end{cases} \quad (5.10)$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

При нормальному законі розподілу ймовірностей похибок ЛП  $\xi_i$  алгоритм розрахунку приросту координат методом максимальної правдоподібності знаходимо з урахуванням аналітичного виразу щільності:

$$f_i(\xi_i) = f(\xi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}\right).$$

Складання рівнянь правдоподібності вимагає знайти вираз:

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)}.$$

Похідна щільності розподілу має вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[ \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \right] = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}\right).$$

Очевидно, 
$$\frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}\right) / \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}\right) = -\frac{\xi_i}{\sigma_i^2}.$$

Тому (5.10) приймає вигляд:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} = 0, \end{cases}$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

З урахуванням останньої рівності:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i) = 0, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} X \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} + Y \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i = 0, \\ X \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_i}{\sigma_i^2} + Y \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i = 0, \end{cases}$$

Введемо позначення:  $A = \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2}, \quad B = \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_i}{\sigma_i^2}, \quad C = \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i,$

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2}, \quad E = \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i.$$

З урахуванням прийнятих позначень отримаємо систему:

$$\begin{cases} AX + BY = C, \\ BX + DY = E, \end{cases}$$

Розв'язуючи яку отримаємо значення  $X$  та  $Y$ , які є ефективними оцінками приросту координат, тобто  $\Delta X_c = X$ ,  $\Delta Y_c = Y$ , причому:

$$\Delta X_c = \frac{CD - BE}{AD - B^2}, \quad \Delta Y_c = \frac{AE - BC}{AD - B^2}. \quad (5.11)$$

Для узагальненого Пуассоновського розподілу з щільністю (5.1) знайдемо вираз для  $\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)/f(\xi)$ , який було отримано в попередньому підрозділі і має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})] \right\} = -\frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{\xi}{k\sigma^2} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\} = \\ &= -\frac{B}{\sigma} \frac{\xi}{\sigma^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\} = -\frac{\xi}{\sigma^2} \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Отже:

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)}{f(\xi)} = \frac{-\frac{\xi B}{\sigma^3} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\}}{\frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})]} = -\frac{\xi}{\sigma^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})]}.$$

Система рівнянь правдоподібності для розглянутого випадку приймає такий вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} = 0, \end{array} \right. \quad (5.12)$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

Розглянемо розв'язок отриманої нелінійної системи рівнянь методом простої ітерації. Перше рівняння можна записати в наступному вигляді:

$$X \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} + \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} (Y \cos \alpha_i - r_i) = 0,$$

звідки

$$X = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} (r_i - Y \cos \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}.$$

Отримали рівняння, в лівій частині якого знаходиться шукана змінна  $X$ . Аналогічно, з другого рівняння системи (5.12) знаходимо вираз для другої невідомої змінної  $Y$ :

$$Y \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} + \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} (X \sin \alpha_i - r_i) = 0,$$

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} (r_i - X \sin \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}.$$

Отримані рівняння складають систему нелінійних рівнянь, яка вирішується методом простих ітерацій, причому в якості початкового наближення приймаються  $X = X_0$  и  $Y = Y_0$ .

Початкові значення змінних  $X$  і  $Y$  підставляються в третє рівняння, потім ті ж змінні і значення  $\xi_i$  підставляються в праві частини першого і другого рівнянь системи (5.13), в результаті чого розраховують чергові наближення шуканих змінних, які є вихідними для чергової ітерації. Розрахунок обсервованих координат по надлишковим лініям положення, похибки яких підкоряються узагальненому закону Пуассона, за допомогою (5.13) забезпечує мінімальну коваріаційну матрицю векторіальної похибки.

### 5.3. Деякі аспекти вдосконалення процесу управління рухом судна.

Одним з ключових елементів сучасних систем управління рухом судна є авторульовий. З появою електронних карт і супутникових навігаційних

$$\left\{ \begin{aligned}
 X &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} (r_i - Y \cos \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}; \\
 Y &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} (r_i - X \sin \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}; \\
 \xi_i &= X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.
 \end{aligned} \right. \quad (5.13)$$

систем, актуальною стала проблема не тільки автоматичної стабілізації судна на курсі, але і управління судном по заданій траєкторії, що передбачає виконання маневрів курсом в автоматичному режимі. У зв'язку з цим, виникає потреба в розробці алгоритмів оцінки ефективності роботи та адаптації параметрів авторульового в режимі маневрування.

Розглянемо задачу автоматизованого маневрування курсом судна, яку в загальному вигляді представимо як  $\langle O, S, \theta, U \rangle$ . Стандартна задача управління визначається метою управління  $O$ , класом законів управління  $U$ , та сукупністю взаємозв'язків  $S$ . Взаємозв'язки, тут, - функціональні залежності, що дозволяють описати поведінку динамічної системи. Функціональні зв'язки визначають структуру  $S$  та параметри  $\theta$  системи.

Рішення завдання управління має на увазі вибір з  $U$  закону управління  $U$  який дозволяє досягти  $O$  при завданнях  $C$ . Якість виконання  $O$  може бути оцінена показником ефективності  $J$ , відповідно до якого можна визначити найкраще рішення серед безлічі можливих.

Показник ефективності  $J$  в разі виконання одиничного маневру залежить від часу виходу на заданий курс, інтенсивності роботи стернового пристрою і точності утримання заданого курсу в режимі стабілізації.

Якщо  $J \in (0,1)$ , а  $Z \in (0,1)$  – цільова функція, що характеризує мінімум відхилень від завдання, тоді

$$J = 1 - Z. \quad (5.14)$$

Для того щоб досягти максимуму ефективності для заданого об'єкта управління необхідно визначити структуру і параметри регулятора  $\langle S_c, \theta_c \rangle$  такі, щоб  $Z$  була мінімальна. При наявності відомої структури закону управління визначення оптимальних параметрів регулятора може бути вироблено як в режимі он-лайн адаптації (підстроювання параметрів на основі аналізу поведінки об'єкта в реальному часі), так і оф-лайн адаптації (підстроювання параметрів на основі аналізу поведінки математичної моделі об'єкта).

Он-лайн адаптація є прийнятною в режимі стабілізації судна на одному курсі, проте непридатна при виконанні маневру, зважаючи на відносно швидку зміну динамічного стану об'єкта управління.

Для визначення параметрів і структури регулятора в режимі оф-лайн в першу чергу необхідно визначити структуру і параметри моделі об'єкта управління  $\langle S_p, \theta_p \rangle$  та моделі обурюючих впливів  $\langle S_w, \theta_w \rangle$ . При цьому обмеження і неточності моделей об'єкта і навколишнього середовища відображаються на ефективності управління в цілому. Зважаючи на це, високий рівень ефективності регулювання курсу, розрахований по математичній моделі не завжди адекватний рівню ефективності, що досягається на реальному об'єкті. Тому важливою характеристикою

регулятора також є його робастність - стійкість до неточностей у визначенні параметрів моделей об'єкта та зовнішнього середовища.

З огляду на різноманіття станів зовнішніх збурень, стохастичну природу і значну зміну характеру їх впливу на судно при маневруванні на ранньому етапі розробки регулятора доцільно ними знехтувати.

При подальшій розробці та адаптації регулятора підвищення ефективності управління при обліку збурюючих впливів, як правило, домагаються наступними способами [91]:

- введенням в закон керування інтегруючої складової;
- введенням в закон керування складової по збуренню;
- додаванням в систему керування фільтра низьких частот на виході вимірювального пристрою (гірокомпас);
- адаптацією параметрів регулятора (в режимі стабілізації на курсі).

Класичним законом регулювання курсу судна при маневруванні є ПД - закон. Математична модель системи судно - стернова машина-ПД - регулятор може бути представлена рівняннями (5.15) - (5.19):

$$T_1 T_2 \ddot{r} + (T_1 + T_2) \dot{r} + r = K \delta + K T_3 \dot{\delta}, \quad (5.15)$$

$$\psi = \int r dt, \quad (5.16)$$

$$\Delta \psi = \psi_3 - \psi, \quad (5.17)$$

$$\delta_3 = C_p \Delta \psi + C_d r, \quad (5.18)$$

$$\delta = \int \min \left\{ \max \left\{ \frac{\delta_3 - \delta}{T_\delta}, -\dot{\delta}_{\lim} \right\}, \dot{\delta}_{\lim} \right\} dt. \quad (5.19)$$

де  $T_1, T_2, T_3, K$  – коефіцієнти моделі судна;  $r$  – кутова швидкість судна, рад/с;  $\delta, \delta_3$  – поточний і заданий кути перекладки стерна, рад;  $\dot{\delta}_{\lim}$  – гранична швидкість перекладки стерна, рад/с;  $T_\delta$  – постійна часу стернової машини;  $\psi, \psi_3$  – поточний і заданий курси судна, рад;  $C_p, C_d$  – пропорційний і диференціальний коефіцієнти відповідно.



Таким чином, щоб знайти оптимальні параметри ПД регулятора, необхідно визначити параметри моделей судна і стернового пристрою, вид цільової функції і вид функції завдання.

За умови, що контролером можуть задаватися максимальні керуючі впливу, максимальна ефективність управління досягається при мінімумі відхилень від курсу і перекладань стерна на всьому діапазоні завдань, що може бути відображено цільовою функцією виду:

$$Z = \sum_{n=1}^N \left[ \sum_{t=1}^T \left( \frac{\Delta \psi_t}{\max(|\Delta \psi_n(1,t)|)} \right)^2 + C_\delta \cdot \sum_{t=1}^T \left( \frac{\delta_t}{\max(|\delta_n(1,t)|)} \right)^2 \right] \quad (5.20)$$

де  $\Delta \psi_t$  – відхилення від заданого курсу в момент часу  $t$ ;  $\delta_t$  – відхилення пера стерна від нульового положення в момент часу  $t$ ;  $C_\delta$  - ваговий коефіцієнт;  $T$  – загальний час виконання маневру і стабілізації на заданому курсі.

У свою чергу, функція завдання може бути представлена як

$$\psi_z(n,t) = \frac{\Delta_\psi \cdot n}{(-1)^{n-1}}, \quad (5.21)$$

$$\Delta_\psi = 1, 5, 10, 20 \dots 90; n \in (0, 180/\Delta_\psi),$$

де  $n$  – змінна, що змінюється із заданою дискретністю рівною  $T$ .

Ця функція завдання дозволяє програти на моделі маневрування з усіма найбільш характерними відхиленнями від початкового курсу. При цьому, мінімізуючи функцію (5.20) за даними моделювання, ми одержуємо коефіцієнти ПД регулятора, оптимальні для всієї множини маневрів курсом в режимі ходу судна, для якого отримана модель.

На підтвердження вищесказаного розглянемо графіки керованості контейнеровоза серії S-175 [92], отримані з нелінійної моделі, розробленої співробітниками NTNU (Норвезький інститут науки і техніки) за даними

експериментів для різних швидкостей ходу і по лінійної моделі Номото (5.15), наведені на рис. 5.2.

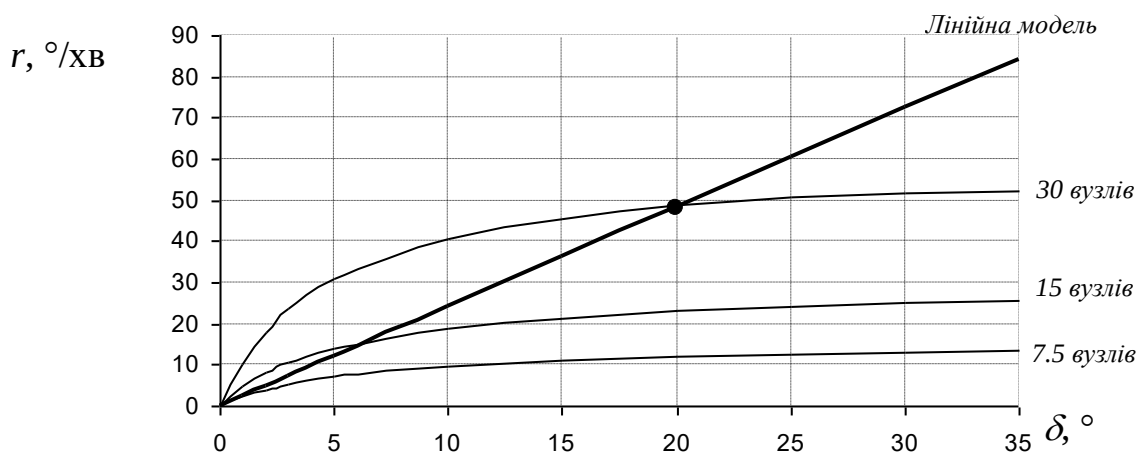


Рис. 5.2. Графік керованості контейнеровоза S-175

З рис. 5.2 видно, що значення сталої кутової швидкості при повороті для моделі (5.15) має лінійну залежність від кута перекладки керма, в той час як для моделі NTNU кутова швидкість від кута перекладки залежить нелінійно, а її співвідношення на різних поступальних швидкостях, пропорційні самим швидкостям.

Таким чином, досить точно відобразити динаміку судна на маневрі із застосуванням лінійної моделі з постійними коефіцієнтами можливо тільки для однієї швидкості ходу при перекладки керма до 5-10°.

Велика деталізація моделі судна, з іншого боку, значно ускладнює процес пошуку оптимальних коефіцієнтів закону управління і його подальшої адаптації.

З урахуванням вищесказаного, в якості моделі, використовуваної для пошуку оптимальних коефіцієнтів ПД регулятора, в даному випадку, приймемо модель (5.15), отриману в результаті апроксимації кривої зміни кутової швидкості контейнеровоза S-175 під час перекладання керма + 20° і швидкості ходу 30 вузлів ( рис. 5.2).

Налаштування коефіцієнтів ПД регулятора зробимо відповідно до алгоритму, наведеного на рис. 5.3.

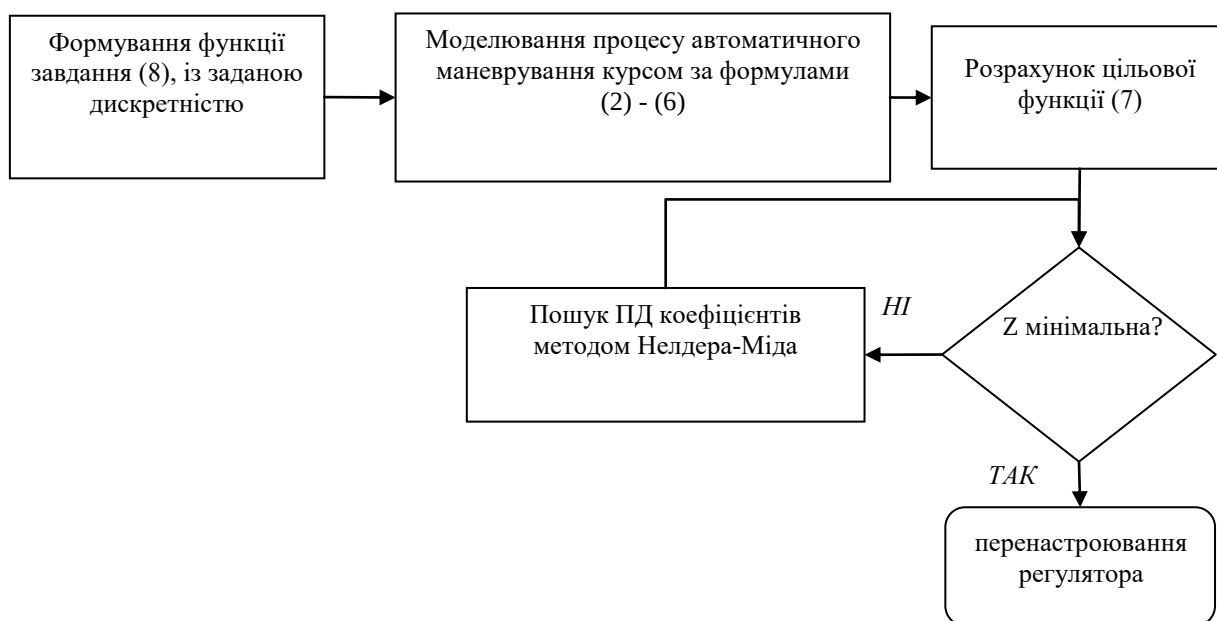


Рис. 5.3. Блок-схема алгоритму налаштування ПД регулятора

На рис. 5.4 наведені графіки перекладань керма і зміни курсу контейнеровоза S-175, розраховані за моделлю NTNU і моделю Номото з коефіцієнтами  $T_1 = 45$ ,  $T_2 = 13$ ,  $T_3 = 115.6$ ,  $K = 0.04$  для неналаштованого ( $C_p = 1$ ,  $C_d = 1$ ) та нааштованого ( $C_p = 2$ ,  $C_d = 47$ ) ПД регуляторів при повороті судна на  $90^\circ$  зі швидкістю 30 вузлів.

Як видно з графіків, незважаючи на далеко не повну відповідність лінійної моделі Номото динаміці судна при маневруванні, настройка ПД регулятора в офф-лайн режимі за запропонованим алгоритмом дозволяє отримати досить хороші результати.

Використання ЕКНІС на судах, істотно скорочує навантаження на вахтового помічника і дозволяє приділяти максимум часу спостереження за навколишнім оточенням і виробленні обґрунтованих рішень з керування судном.

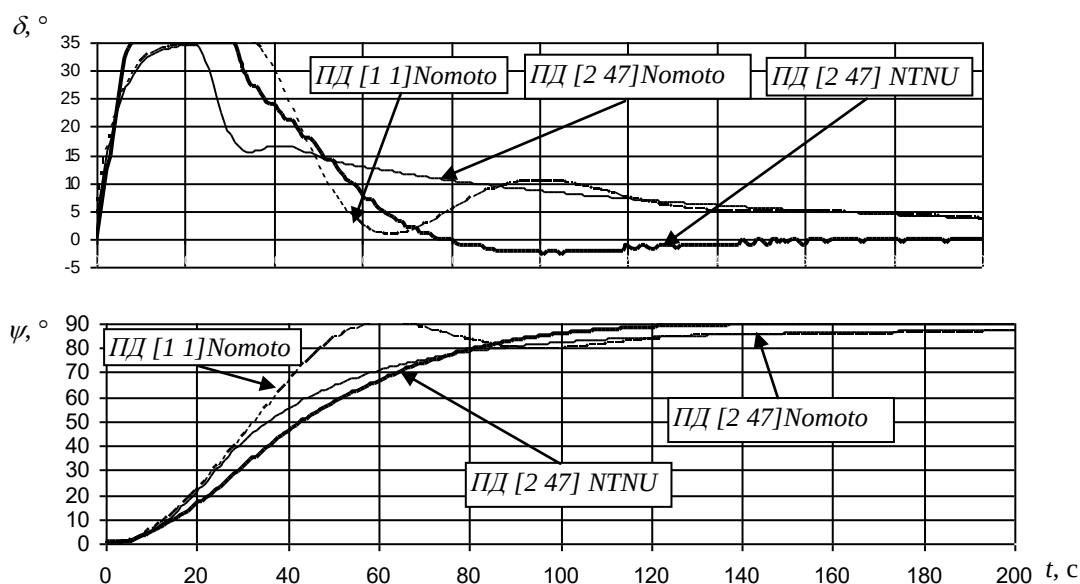


Рис. 5.4. Графіки перекладань стерна і зміни курсу

В даний час існує велика кількість фірм-виробників ЕКНІС. Експлуатаційні вимоги до ЕКНІС визначені резолюцією ІМО А.817 (19) [91], згідно з якою головною функцією ЕКНІС є допомога в забезпеченні навігаційної безпеки плавання за допомогою відображення всієї необхідної картографічної інформації, забезпечення виконання всіх дій, необхідних для виробництва попередньої і виконавчої прокладок, зменшуючи обсяг роботи судноводія в порівнянні з використанням традиційних карт і безперервно відображаючи місце судна на екрані ЕКНІС.

ЕКНІС відображає поточне місце судна і вектор його швидкості по відношенню до ґрунту, що дає уявлення про подальшого переміщення судна, надаючи, таким чином, судноводію можливість коригувати курс для утримання судна в межах безпечної зони. Такий спосіб прийнятний для судноводіння при здійсненні плавання за запланованим прямим відрізком лінії шляху, але в обмежених умовах.

Існуючі ЕКНІС відображають місце і час подачі команди на кермо для зміни курсу і подають попереджувальний сигнал при підході до поворотної точки [93,94]. При цьому точка перекладки керма

розраховується виходячи із заданого при попередній прокладці радіусу повороту за даними про маневрові характеристик судна, які можуть вводитися в пам'ять ЕКНІСу формі, передбаченій ІМО. Так як деякі ЕКНІС можуть працювати в режимі управління рухом судна за маршрутом, з можливістю підключення до них авторульового [95], то вони забезпечують виконання функцій керування рухом судна на повороті з заданими значеннями радіусу або кутової швидкості повороту, розрахованої за поточною швидкістю і заданому радіусу. Ця інформація може при необхідності представлятися судноводію, а також використовуватися при вирішенні задач маневрування при підключенні програм імітації маневрів для включення в маршрут ділянок зміни режиму ходу і поворотів з одного відрізка маршруту на інший.

Недоліками даного підходу є те, що ЕКНІС використовується як електронна довідкова система, можливості якої обмежуються повнотою статистичної інформації довідкової бази даних. Звичайно, на відміну від паперового, електронний довідник дозволяє представляти судноводію не тільки збережені відомості, але і результати їх математичної і логічної обробки, наприклад, шляхом інтерполяції або більш складних операцій, значно прискорюючи процес отримання необхідної інформації. Але він не охоплює всю повноту можливих маневрів судна з урахуванням різних факторів (течії, вітру, хвилювання, завантаження судна і його посадки, глибини під кілем і т. д.).

Розглянемо можливість інтегрування математичної моделі руху судна в електронну картографічну систему з метою забезпечення судноводіїв інформацією та рекомендаціями щодо маневрування в обмежених водах. Реалізація даного завдання можлива використанням в ЕКНІС модуля, що забезпечує прогнозування криволінійної траєкторії руху судна за обраною математичною моделлю з урахуванням коригування впливу зовнішніх факторів, що обурюють і зміни параметрів посадки і руху судна, характеристики яких надходять з різних датчиків і систем.

Першим етапом вирішення поставленого завдання є визначення адекватної математичної моделі руху судна. У працях вітчизняних дослідників наведено докладний опис різних напівемпіричних математичних моделей для різних типів суден, побудованих як результат глибокої систематизації експериментальних даних з цілого ряду суден [96-101]. В результаті проведеного аналізу обрана модель, наведена в довіднику [101], яка може бути представлена системою рівнянь:

$$m(1+k_{11})\frac{dV_X}{dt} - m(1+k_{22})V_Y\omega + R_X + P_{PX} - P_{ex} = 0;$$

$$m(1+k_{22})\frac{dV_Y}{dt} + m(1+k_{11})V_X\omega - R_Y + P_{PY} = 0;$$

$$-I_{ZZ}(1+k_{66})\frac{d\omega}{dt} + M_R + M_P + M_e = 0,$$

де  $m$  – маса судна;  $k_{11}$ ,  $k_{22}$ ,  $k_{66}$  – коефіцієнти приєднаних мас;  $V$  – лінійна швидкість судна;  $\beta$  – кут дрейфу;  $\omega$  – кутова швидкість судна;  $I_{zz}$  – момент інерції судна відносно вертикальної осі;  $R_X$  – поздовжня гідродинамічна сила на корпусі;  $R_Y$  – поперечна гідродинамічна сила на корпусі;  $P_{ex}$  – корисна сила упору гребного гвинта;  $P_{PX}$  – поздовжня сила тиску води на кермо;  $P_{PY}$  – поперечна сила на кермі;  $M_R$  – момент гідродинамічної сили на корпусі;  $M_P$  – момент поперечної сили стерна;  $M_e$  – момент від сили гвинта.

За наведеними вище рівняннями в середовищі Matlab7 з використанням Simulink була побудована математична модель судна типу ріфер з габаритами  $L = 126,6$  м,  $B = 18,0$  м, схема якої наведена на рис. 5.5. При цьому всі коефіцієнти розраховувалися за формулами відповідно до рекомендацій, наведених в довіднику [101].

Для даного судна проводились циркуляції з кутом перекидки стерна 20 і 30 градусів. Після цього проведена обробка експерименту: виключено вплив течії, розраховані швидкості руху ЦТ судна з урахуванням установки антени GPS, отримані графіки залежності параметрів руху від часу.

Коефіцієнти математичної моделі, отримані за формулами довідника [101], були відкориговані таким чином, щоб траєкторії моделі і експерименту були максимально схожими. Уточнення коефіцієнтів проводилося за методикою, описаною в [102].

Наступним етапом вирішення поставленого завдання є візуалізація прогнозованої криволінійної траєкторії руху судна на екрані ЕКНІС та рекомендацій щодо вибору необхідних параметрів для реального виконання маневру.

Запропонуємо три варіанти виконання даного завдання:

1) Нефіксована точка початку маневру. Для розрахованих циркуляцій на екрані ЕКНІС відображаються точки початку повороту при різних кутах перекладки керма і передбачувана траєкторія руху судна.

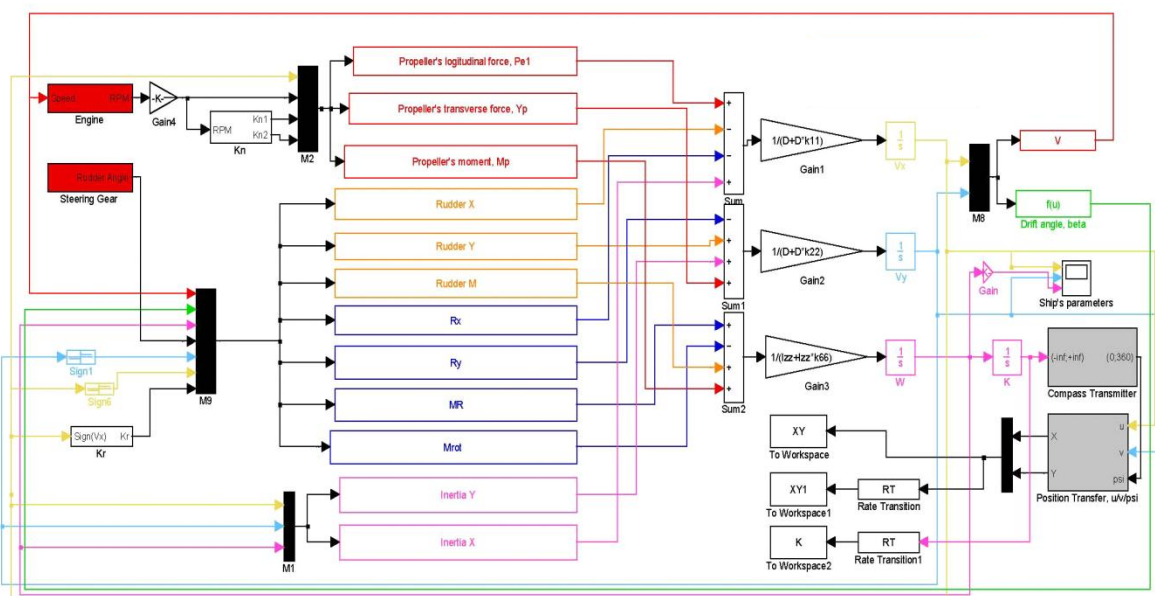


Рис. 5.5. Математична модель судна

Судноводій, виходячи з ситуації завчасно, може вибрати точку початку повороту і відповідний цій точці кут перекладки керма (рис. 5.6).

2) Фіксована точка початку маневру. Вибирається точка на лінії шляху, що передуює поворотної точки. З цієї точки будуються траєкторії циркуляції при

різних кутах перекладки керма. Користувач, аналізуючи зображення, повинен вибрати кут перекладки керма, відповідний найбільш придатною лінії шляху судна (рис. 5.7).

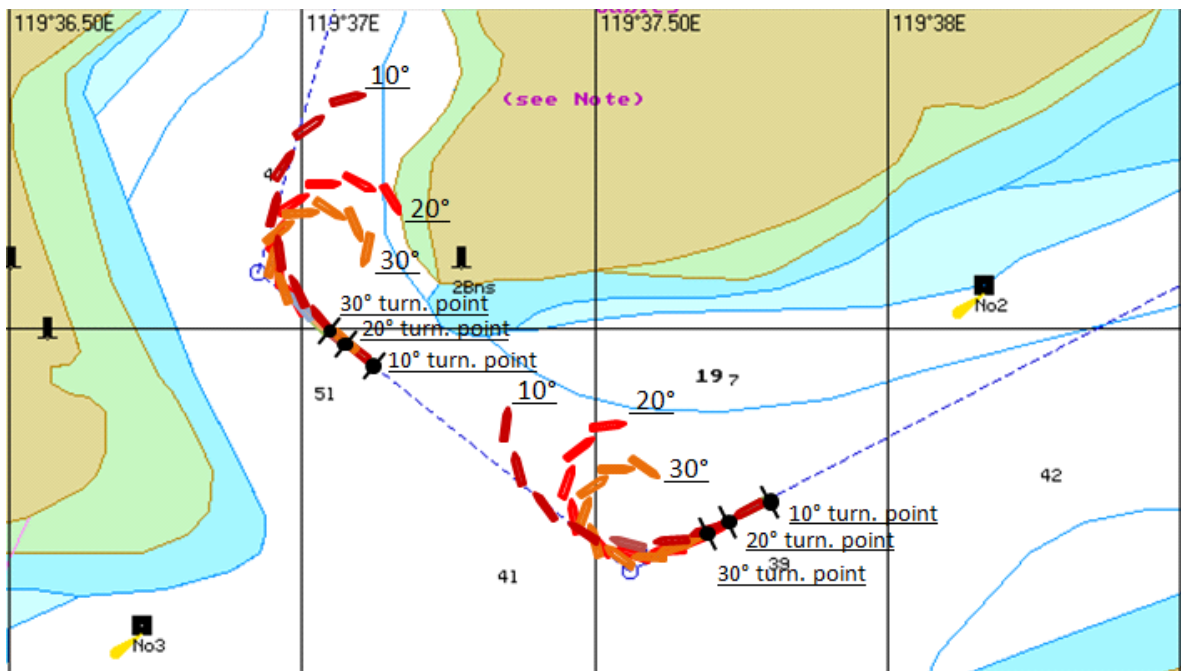


Рис. 5.6. Прогнозування маневру з опцією вибору точки початку повороту

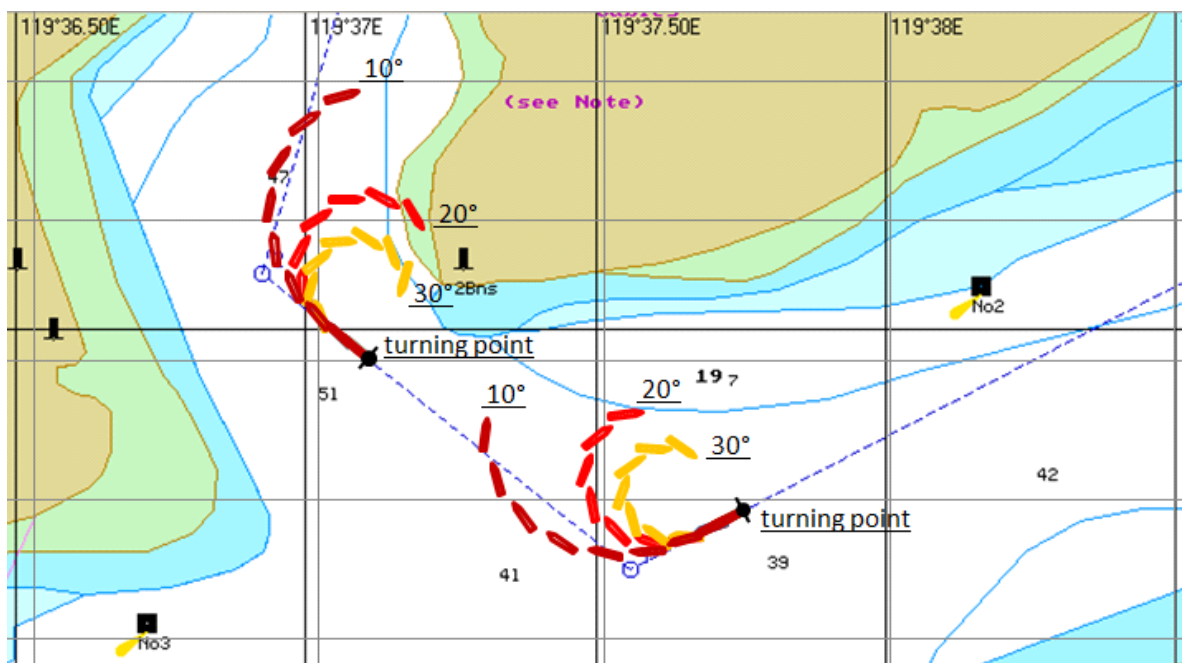


Рис. 5.7. Прогнозування маневру з фіксованою точкою початку повороту



3) Фіксована точка закінчення маневру. Реалізація даного методу, запропонованого А. С. Мальцевим [103] здійснюється шляхом вирішення диференціальних рівнянь руху судна в зворотному порядку з точки закінчення маневру (рис. 5.8).

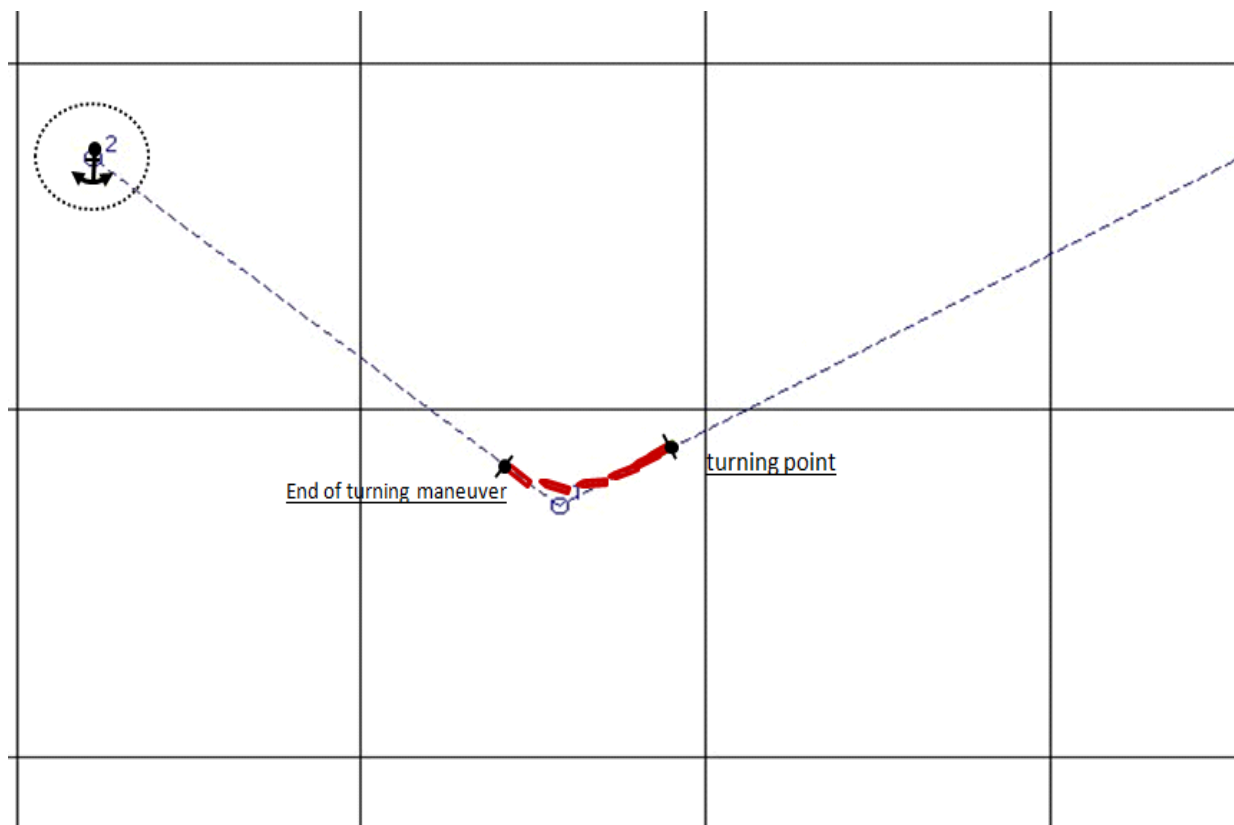


Рис. 5.8. Прогнозування маневру повороту в задану точку

Буксири та судна постачальники, які працюють в офшорній індустрії, в зв'язку зі специфікою виконуваної роботою повинні мати максимальну маневреність, особливо на малих швидкостях руху. Для досягнення таких характеристик ці судна часто обладнають гвинто-стерновою групою, що складається з 2-х гвинтів регульованого кроку і 2-х складних стернів, яка може бути доповнена підрулюючими пристроями.

Можливість вивчення поведінки цих суден дає можливість судноводію набути навичок керування (без використання DP систем) на симуляторі, або при аналізі даних отриманих від математичної моделі.

Математична модель руху судна з двома ГРК і з двома стернами, побудована в програмі MATLAB на підставі параметрів судна сейсмічної розвідки «Voyager Explorer», представлена системою рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} X_S &= X_{vv}v^2 + X_{vr}vr + X_{rr}r^2 + X_0u^2 + X_{un}un + X_{nn}n^2 + X_{\delta\delta}\delta^2 \\ Y_S &= Y_vv + (Y_r - m_x)r + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 + Y_{\delta\delta}\delta + Y_{\delta v}\delta v + Y_{\delta r}\delta r + Y_{\delta n}\delta n \\ N_S &= N_vv + N_r r + N_{vvv}v^3 + N_{vvr}v^2r + N_{vrr}vr^2 + N_{rrr}r^3 + N_{\delta\delta}\delta + N_{\delta v}\delta v + N_{\delta r}\delta r + N_{\delta n}\delta n \end{aligned} \right\}$$

де  $X_s$  та  $Y_s$ - сумарні суми діючі на судно по координатних осях, спрямованим уздовж діаметральної площині судна (вісь  $x$ ) і перпендикулярно ДП в правий борт (вісь  $y$ );  $N_s$  – сумарний момент діючий на судно.

За наведеними вище рівняннями в середовищі Matlab7 з використанням Simulink була побудована математична модель судна, схема якої показана на рис. 5.9.

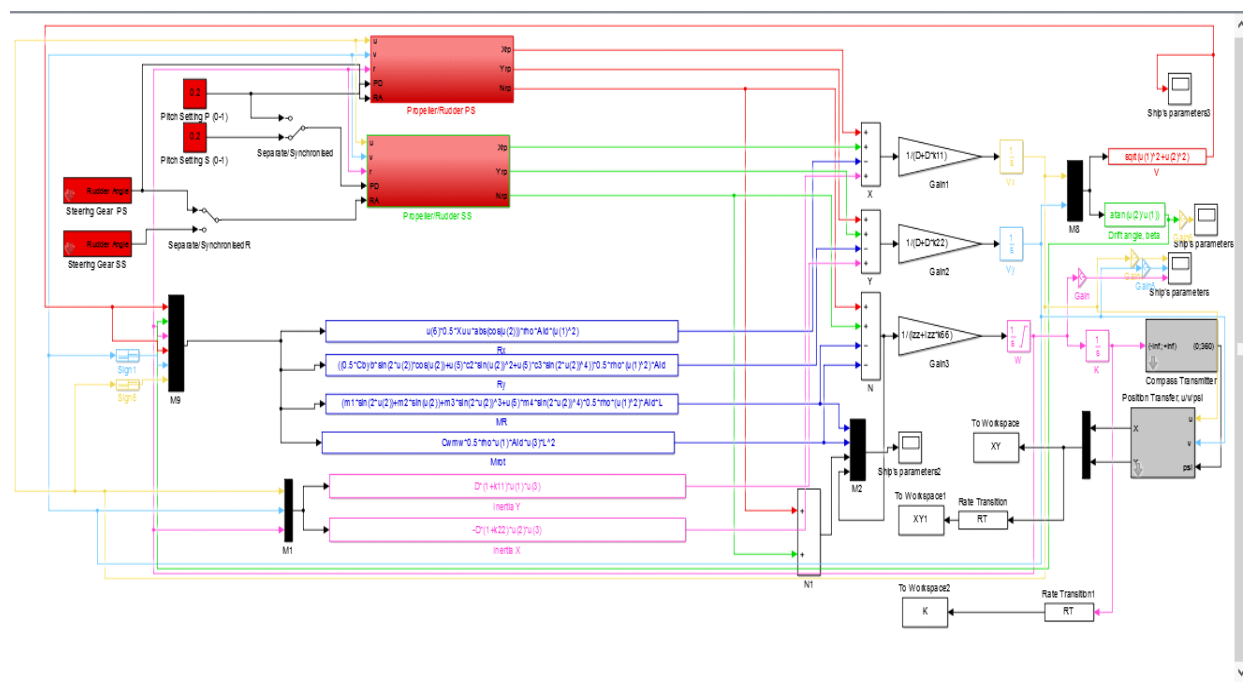


Рис. 5.9. Схема математичної моделі т / х «Voyager Explorer»

Після розробки моделі проводилося моделювання циркуляції судна з різними вхідними характеристиками від стерна та гвинтів. Приклад циркуляції судна під час перекладання керма  $35^\circ$  представлена на рис. 5.10, аналіз якого показує коректність опису обертального руху судна за допомогою обраної динамічної моделі поворотності.

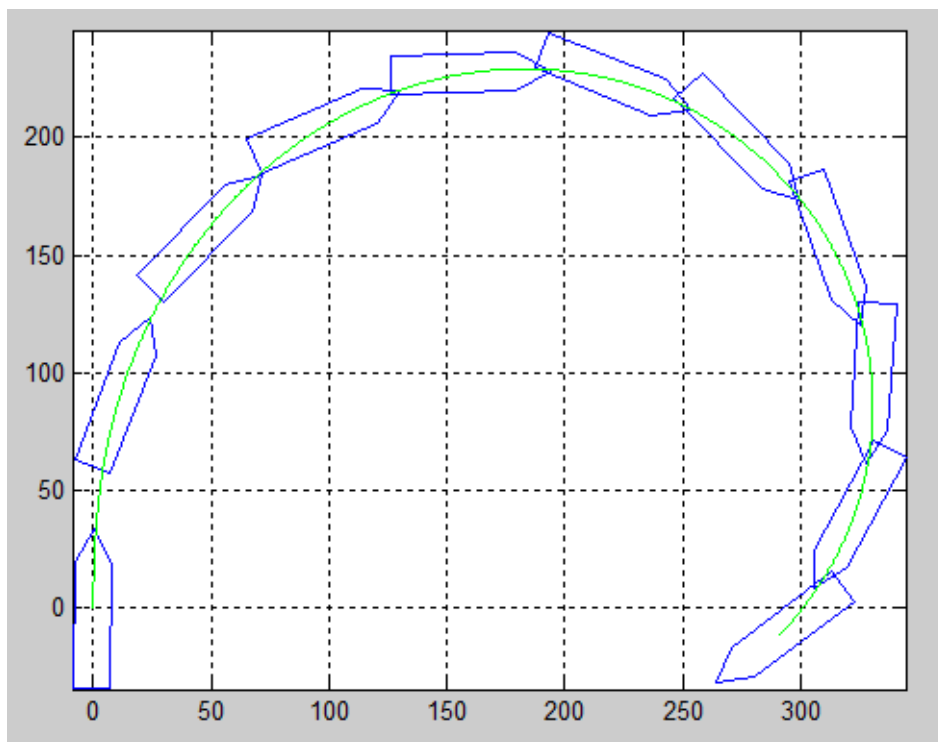


Рис. 5.10. Графік циркуляції моделі т/х «Voyager Explorer»

5.4. Перевірка статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів.

Для перевірки можливості застосування узагальненого закону Пуассона як закону розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів під час рейсу судна були проведені натурні спостереження. Формування вибірок похибок вимірювання навігаційних параметрів проводилося вимірами навігаційних параметрів з серії кількістю понад 100 вимірювань. На стоянці судна за допомогою РЛС вимірювалися дистанція і пеленг на нерухомий

орієнтир, а за допомогою приймача супутникової навігаційної системи GPS фіксувалися широта і довгота судна.

Виміри проводилися в портах Річардс Бей (ПАР) і Дакар (Сенегал). Інтервал часу виконання всіх вимірювань планувався таким чином, щоб в порту Річардс Бей вимірювання проводилися протягом доби (210 вимірів), а в порту Дакар - протягом двох діб (250 вимірювань).

Таким чином, в кожному порту були отримані 4 серії вимірювань навігаційних параметрів, а в перебігу рейсу 8 серій вимірювань. Для кожної серії вимірювань визначали середнє значення навігаційного параметра і розраховували значення похибок вимірювань, які в сукупності представляли вибірку похибок. Стандартною процедурою [85] розраховувалися дисперсія і середньоквадратичне відхилення похибки кожної вибірки, характеристики яких представлені в табл. 5.2.

Таблиця 5.2.

## Характеристики вибірок

| Порт        | № вибірки | Навігац. параметр | Число вимір. | Середнє значен.   | Дисперсія D | с.к.в. $\sigma$ |
|-------------|-----------|-------------------|--------------|-------------------|-------------|-----------------|
| Річардс Бей | 1         | пеленг            | 210          | 217,41°           | 0,222       | 0,47° = 28,3'   |
| Річардс Бей | 2         | дистанція         | 210          | 0.3378 мм         | 19,7        | 4,44 м          |
| Річардс Бей | 3         | широта            | 210          | 28°49'.<br>1005 S | 47,13       | 6,87 м          |
| Річардс Бей | 4         | довгота           | 210          | 32°02'.<br>8950 E | 44,4        | 6,67 м          |
| Дакар       | 5         | пеленг            | 250          | 122,21°           | 0,246       | 0,49° = 29,76'  |
| Дакар       | 6         | дистанція         | 250          | 0.1206 мм         | 5,68        | 2,38 м          |
| Дакар       | 7         | широта            | 250          | 14°41'.<br>0030 N | 38,11       | 6,17 м          |
| Дакар       | 8         | довгота           | 250          | 17°25'.<br>4313 W | 39,84       | 6,31 м          |

По кожній з вибірок будувалася гістограма і проводилася перевірка статистичних гіпотез [85], в процесі якої визначався ступінь згоди

статистичного матеріалу вибірки з вибраними законами розподілу ймовірностей похибок. У Додатку А наведено вибірки, їх статистичні ряди і гістограми.

В якості альтернативних законів обраний нормальний закон, змішані закони першого і другого типу та узагальнений закон Пуассона, аналітичний вигляд яких наведено в табл. 5.3.

Таблиця 5.3.

Альтернативні закони розподілу ймовірностей похибок

| Розподіли                | Аналітичні вирази щільності                                                                                                                              |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Гаусса                   | $f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right)$                                                                         |
| Змішане<br>1-го типу     | $f_1(x) = \frac{2^n \alpha^{n+\frac{1}{2}} n!}{\sqrt{2\pi} \cdot 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+1}}, \quad (n \leq 6)$ |
| Змішане<br>2-го типу     | $f_2(x) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1) \alpha^{n+1}}{\sqrt{2} 2^{n+1} n!} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+3/2}}, \quad (n \leq 5)$      |
| Узагальнений<br>Пуассона | $f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-c) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right)$           |

Для кожної з восьми вибірок проводилася перевірка статистичних гіпотез [85], в процесі якої визначається ступінь відповідності статистичного матеріалу вибірки вибраним законам розподілу ймовірностей похибок за допомогою критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона. Для розрахунку критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона використовується статистичний ряд, а розрахунок проводиться за формулою:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(m_i - NP_i)^2}{NP_i},$$

де  $s$  - число розрядів гістограми;

$N$  – кількість членів вибірки;

$m_i$  - кількість похибок вимірювання, які потрапляють в  $i$ -й розряд гістограми;

$P_i = F[\frac{\sigma}{2}(i - \frac{s}{2})] - F[\frac{\sigma}{2}(i - \frac{s}{2} - 1)]$ , тут  $F[x]$  - функція розподілу похибки.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона розраховувалося для зазначених законів розподілу, причому розрахунок проводився для всіх значень істотного параметра. У табл. 5.4. представлені значення істотних параметрів законів розподілу, при яких досягаються мінімальні значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона для кожного закону.

Таблиця 5.4.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона

| Вибірка | Навіг.<br>парам. | N   | Гаусса<br>$\chi^2$ | Коши<br>$\chi^2$ | Пірсона<br>$\chi^2$ | Пуассона<br>$\chi^2$ | С. к. в.<br>$\sigma$ |
|---------|------------------|-----|--------------------|------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1       | РП               | 210 | 7,660              | 0,0126<br>n=2    | 0,0144<br>n=2       | 0,0255<br>c=3,75     | 28,3'                |
| 2       | Д                | 210 | 8,749              | 0,0124<br>n=3    | 0,0120<br>n=2       | 0,0167<br>c=3,75     | 4,44 м               |
| 3       | φ                | 210 | 7,168              | 0,0106<br>n=6    | 0,0108<br>n=5       | 0,0100<br>c=8,0      | 6,87 м               |
| 4       | λ                | 210 | 9,118              | 0,014<br>n=1     | 0,034<br>n=1        | 0,1090<br>c=3,75     | 6,67 м               |
| 5       | РП               | 250 | 8,160              | 0,0097<br>n=4    | 0,0095<br>n=3       | 0,0103<br>c=4,0      | 29,8'                |
| 6       | Д                | 250 | 7,237              | 0,0097<br>n=4    | 0,0095<br>n=3       | 0,0103<br>c=4,25     | 2,38 м               |
| 7       | φ                | 250 | 10,14              | 0,011<br>n=1     | 0,032<br>n=1        | 0,1067<br>c=4,00     | 6,17 м               |
| 8       | λ                | 250 | 8,115              | 0,0147<br>n=2    | 0,0103<br>n=1       | 0,0393<br>c=4,00     | 6,31 м               |

В даній таблиці використані скорочення: РП - радіолокаційний пеленг, Д - дистанція. У Додатку А також показано відповідність гістограми кожної вибірки щільностям обох змішаних законів і щільності узагальненого закону Пуассона.

Аналіз табл. 5.4 показує, що похибки жодної з вибірок не підкоряються нормальному закону розподілу, тому порівнюємо мінімальне значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона змішаного закону з критерієм згоди узагальненого закону Пуассона, як показано в табл. 5.5.

Таблиця 5.5

Порівняння змішаних законів з узагальненим пуассоновским законом

| № вибірки | Кількість членів | Закон розподілу  | $\chi^2$ | Пуассона $\chi^2$ | Тривалість спостереження |
|-----------|------------------|------------------|----------|-------------------|--------------------------|
| 1         | 210              | 1-го типу<br>n=2 | 0,0126   | 0,0255<br>с=3,75  | 1 доба                   |
| 2         | 210              | 2-го типу<br>n=2 | 0,0120   | 0,0167<br>с=3,75  | 1 доба                   |
| 3         | 210              | 1-го типу<br>n=6 | 0,0106   | 0,0100<br>с=8,0   | 1 доба                   |
| 4         | 210              | 1-го типу<br>n=1 | 0,014    | 0,1090<br>с=3,75  | 1 доба                   |
| 5         | 250              | 2-го типу<br>n=3 | 0,0095   | 0,0103<br>с=4,00  | 2 доби                   |
| 6         | 250              | 2-го типу<br>n=3 | 0,0095   | 0,0103<br>с=4,25  | 2 доби                   |
| 7         | 250              | 1-го типу<br>n=1 | 0,011    | 0,1067<br>с=4,00  | 2 доби                   |
| 8         | 250              | 2-го типу<br>n=1 | 0,0103   | 0,0393<br>с=4,00  | 2 доби                   |

Аналіз табл. 5.5 показує, що представлені вибірки з високим ступенем вірогідності можуть бути описані як змішаними законами розподілу, так і узагальненим законом Пуассона. За інших рівних умов використання узагальненого закону Пуассона є кращим, тому що при залежних похибках ліній положення при узагальненому законі Пуассона, як було показано в попередньому розділі, систему залежних похибок можна перетворити в відповідну систему незалежних похибок, після чого коректно застосування методу максимальної правдоподібності для розрахунку ефективних обсервованих координат судна. У разі змішаних законів розподілу похибок вимірювань таке перетворення виконати неможливо, так як змішані закони, на відміну від узагальненого закону Пуассона, не є стійкими.

#### 5.5. Висновки за п'ятим розділом.

У п'ятому розділі розглянуті питання оцінки ефективності обсервованих координат судна, розрахованих методом найменших квадратів при наявності надлишкових ліній положення, похибки яких розподілені за законами відмінним від закону Гаусса. Зроблено оцінку ефективності обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона. Отримано аналітичні вирази ефективності для розглянутого випадку. За допомогою нормованих щільностей закону Гаусса і узагальненого закону Пуассона отримана залежність значення ефективності від істотного параметра узагальненого Пуассоновського розподілу.

З метою мінімізації коваріаційної матриці векторіальної похибки розглянуто розрахунок обсервованих координат методом максимальної правдоподібності. Отримано аналітичні вирази для розрахунку обсервованих координат судна в разі надлишкових ліній положення при розподілі їх похибок за узагальненим законом Пуассона. Показано, що рівняння правдоподібності можуть бути вирішені чисельним методом простих



ітерацій. Наведено процедура розрахунку обсервованих координат методом найменших квадратів.

Для сучасних суден різного призначення розглянуті деякі аспекти вдосконалення процесу їх управління з використанням математичних моделей їх управляемого руху і реалізацією їх на сучасних обчислювальних засобах із застосуванням інформаційних технологій. Зокрема, розглянуто застосування ЕКНІС для вибору параметрів повороту судна.

Проведена перевірка статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів, отриманих в натурних спостереженнях протягом рейсу судна. Розглянуто вісім вибірок похибок вимірювання навігаційних параметрів, причому число членів кожної вибірки перевершує 200. В результаті перевірки встановлено, що для опису похибок вибірок можуть бути використані змішані закони обох типів і узагальнений закон Пуассона. Обґрунтовано перевагу застосування узагальненого закону Пуассона.

## ВИСНОВКИ

**1. Оцінка стану питання.** Однією з найважливіших проблем безпеки мореплавання являється підвищення безаварійності судноводіння, так як її успішне рішення сприяє збереженню людського життя на морі та зниження можливої шкоди навколишньому середовищу.

Плавання суден в стислих водах ускладнюють інтенсивне судноплавство та навігаційні небезпеки, які створюють передумови для виникнення аварійних ситуацій. При плаванні в стислих районах одним із найбільш актуальних аспектів забезпечення безаварійного судноводіння є вдосконалення методів управління рухом судна, що в першу чергу визначається системою прийняття рішень по управлінню рухом судна. Тому розробка способу оцінки та підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, чому присвячена дана робота, є актуальним науковим напрямом.

**2. Формулювання вирішеної наукової задачі, її значення для науки і практики.** В результаті вирішення головної наукової задачі отримано новий метод оцінки та підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна, який відрізняється урахуванням детермінованих та стохастичних чинників, що впливають на точність реалізації судном програмної траєкторії руху.

У дисертаційній роботі:

- вперше розроблено метод оцінки показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна з урахуванням залежності від детермінованих та стохастичних факторів;

- дістало подальшого розвитку модель перетворення системи залежних похибок розподілених по узагальненому закону Пуассона у їх незалежну систему;

– вдосконалено метод максимальної правдоподібності при розподілі похибок навігаційних вимірів по узагальненому закону Пуассона.

Практична значимість роботи визначається тим, що його результати можуть бути впроваджені на судна в процесі експлуатації, а також в судових навігаційних інформаційних системах.

**3. Висновки і рекомендації щодо наукового та практичного використання отриманих результатів.** Основні теоретичні і практичні результати, отримані в дисертації, можуть бути використані не лише на судах, а також в процесі навчання і підвищення кваліфікації судноводіїв.

**4. Якісні та кількісні показники отриманих результатів.** Якісним показником результатів дисертаційної роботи є можливість підвищення ефективності системи прийняття рішень по управлінню рухом судна та більш точного визначення координат судна методом максимальної правдоподібності при розподілі похибок навігаційних вимірів по узагальненому закону Пуассона.

**5. Обґрунтування достовірності отриманих результатів.**

Достовірність результатів роботи підтверджуються коректною розробкою і застосуванням математичних моделей, а також експериментальними даними, які одержані в натурних спостереженнях.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вагущенко Л.Л. Бортовые автоматизированные системы контроля мореходности / Вагущенко Л.Л., Вагущенко А.Л., Заичко С.И. - Одесса: Феникс, 2005. - 274 с.
2. Вагущенко Л.Л. Судовые навигационно-информационные системы/ Вагущенко Л.Л. - Одесса: Феникс, 2004. - 302 с.
3. Грауэр Л. В. Синтез закона управления морским подвижным объектом для решения задачи динамического позиционирования / Грауэр Л. В., Лопарев А. В. Навигация и управление движением: Материалы 8-й Конференции молодых ученых: 1 этап, Санкт-Петербург, 11-16 марта, 2006; 2 этап, Санкт-Петербург (в Интернете), 1 июня - 31 окт., 2006; 3 этап, Санкт-Петербург, 25-29 сент., 2006. СПб: ЦНИИ "Электроприбор". 2007, с. 137-143.
4. Дмитриев С.П. Обоснование возможности использования линейно-квадратичного подхода при стабилизации судна на траектории/Дмитриев С.П., Пелевин А.Е. // Гироскопия и навигация. - 1997. - № 4. - С. 65-82.
5. Стебновский О.В. Формирование переходной траектории поворота судна / Стебновский О.В.// Автоматизация судовых технических средств. – 2010. – № 16. – С.92-95.
6. Чапчай Е.П. Учет времени перекладки пера руля при повороте судна/ Чапчай Е.П. // Судовождение. – 2005. - № 9. – С. 110 – 113.
7. Чапчай Е.П. Экспериментальное исследование моделей поворотливости судна / Чапчай Е.П. // Судовождение. – 2006. - № 11. – С. 139 – 142.
8. Оськин Д.А. Система управления морским судном с использованием нейросетевой идентификационной модели / Оськин Д.А. // Вестн. Мор. гос. ун-та. 2008, № 27, с. 3-12.

9. Юдин Ю.И. Маневренные характеристики судна как функции параметров его математической модели / Юдин Ю. И., Позняков С. И. // Вестн. МГТУ (Мурманск). 2006. 9, № 2, с. 234-240.

10. Лукомский Ю.А. Общие закономерности и специфические особенности в математических моделях морских подвижных объектов/ Лукомский Ю. А., Стариченков А. Л. // Гироскопия и навигация. - 1997. - № 2. - С. 44-52.

11. Лентарёв А. А. Статистическое моделирование движения судов по фарватеру /Лентарёв А. А., У Льюков А. Ю. //Вестн. Мор. гос. ун-та. 2005, № 9, с. 78-83.

12. Глушков С.В. Использование нечеткой логики в системе автоматического управления курсом судна /Глушков С.В.// Приборы и системы: Упр., контроль, диагност. 2007, № 8, с. 28-32.

13. Шпекторов А.Г. Организация двухуровневой системы управления движением скоростного судна./ Шпекторов А.Г., Тхань ,Тунг Ле.: Навигация и управление движением: Материалы 8 Конференции молодых ученых: 1 этап, Санкт-Петербург, Ц-16 марта, 2006; 2 этап, Санкт-Петербург (в Интернете), 1 июня-31 окт., 2006; 3 этап, Санкт-Петербург, 25-29 сент., 2006 СПб: ЦНИИ "Электроприбор". 2007, с. 125-130.

14. Богданов В. П. Синергетика и нейросетевые системы управления курсом судна / Богданов В. П., Виткалов Я. Л., Глушков С. В., Потапов А. С. и др. - Питер. - 2006, 205 с.

15. Попов А. В. О повышении управляемости судна при ветре посредством ввода интеллектуальной составляющей в алгоритм авторулевого/ Попов А. В. // Вести. ВГАВТ. 2005, № 14, с. 27-35.

16. Пат. 2052838 Россия , МКИ4 С 01 S 13. Способ отображения движения судов и устройство для его осуществления / Багдаллов З.Х., Багдалова Н.А. - № 5058403 09; заявл. 11.8.92; опубл. 20.1.96, Бюл. № 2.

17. Бондарев В. А. Об устойчивости движения судна по криволинейной траектории / Бондарев В. А., Стригин А. Г., Ярков И. А. // Пробл. активиз.

науч.-техн. деят-сти в эксклав. регионе России: 2 Обл. науч.- практ. конф., посвящ. 50-летию Калинингр. обл., Калининград. 4 июня, 1996, Тез. докл. - Калининград. -1996. - С. 7.

18. Тетюев Б. А. Управление движением судна/ Тетюев Б. А. // Гироскопия и навигация. - 1996. - № 4. - С. 66.

19. Кондратьев С. И. Прогнозирование разворота разгоняющегося судна / Кондратьев С. И. - Новороссийск, 1996.- 4 с. - Рус.- Деп. в В/О «Мортех-информреклама» 26.04.96 , № 1300 – МФ96.

20. Кондратьев С. И. Определение параметров движения судна при изменении курса / Кондратьев С. И. - Новороссийск, 1996.- 6 с. - Рус. - Деп. в В/О «Мортехинформреклама» 26.04.96, № 1299 - МФ96.

21. Кондратьев С. И. Выбор последовательности маневров / Кондратьев С. И. - Новороссийск, 1996. - 7 с. - Рус. - Деп. в В/О «Мортехинформреклама» 26.04.96, № 1298 - МФ96.

22. Гуцма С. Ф. Моделирование движения судна по каналу / Гуцма С. Ф. // Пробл. активиз. науч.-техн. деят-сти в эксклав. регионе России: 2 Обл. науч.-практ. конф., посвящ. 50-летию Калинингр. обл., Калининград. 4 июня, 1996: Тез. докл.— Калининград. - 1996. - С. 9-10.

23. Гуцма С. Ф. Моделирование движения судов в узкостях и при швартовках / Гуцма С. Ф. // Сб. науч. тр. Балт. гос. акад. рыбопромысл. флота.- 1997.- № 16. - С. 85-91.

24. Сахаров В. В. Алгебраический метод синтеза корректирующих устройств системы управления динамическим объектом / Сахаров В. В., Каск Я. Н., Николаев В. В. // С.-Петербург, ун-т вод. коммуникаций. Инф. поддержка систем контроля и упр. на трансп.: Сб. науч. тр. - СПб. – 1998.- с. 15-21.

25. Зайков В. И. Современное состояние математических моделей управляемого движения судна и их применение для проектирования водных путей // Внутр. вод. пути России: Ист. Современность Перспективы: Матер, и тез.

докл. регион, науч.-техн. конф., по-свящ. 200-летию гос. упр. вод. коммуникациями России, Санкт-Петербург, 13 марта, 1998. – СПб. – 1998. - С. 91-101.

26. Саленек В. В. К определению связи между углом дрейфа и безразмерной угловой скоростью на установившейся циркуляции/ Саленек В. В.// Новосиб. гос. акад. вод. трансп. Судовожд.: управляемость, упр., навигация. обуч. - Новосибирск. - 1999, с. 17-18.

27. Палагушкин В. В. Адекватное моделирование движения судов в стесненном русле реки. / Палагушкин В. В. // Современное состояние водных путей и проблемы русловых процессов: Сб. матер, раб. совещ., - Нижний Новгород, 28-30 мая, 1996. Межвуз. науч.-координацион. совет по пробл. эрозион., русловых и устьевых процессов. - М.: Изд-во МГУ. -1999. - с. 125-128.

28. Полоз В. К. Математическая модель процесса захода судна в шлюз / Полоз В. К. // Тр. Волж. гос. акад. вод. трансп. - 1999. - № 284. - С. 26-27.

29. Тихонов В. И. Управления движения судна / Тихонов В. И. // Тр. Волж. гос. акад. вод. трансп. - 1999. - № 284. - С. 27-28.

30. Мешалкин С. Н. Алгоритм управления рулевым приводом с возможностью коррекции принятых решений / Мешалкин С. Н., Чиркова М. М. // Тр. Волж. гос. акад. вод. трансп. – 1999. - № 283, ч. 3 . - С. 140-141.

31. Преображенский Л. Б. Адаптивное управление неустойчивым на курсе судном / Преображенский Л. Б., Сатаев В. В. // Международная конференция по проблемам управления. Москва, 29 июня-2 июля 1999: Тез. докл. Т. 3. - М.: Фонд "Проблемы упр." – 1999.- с. 373-374.

32. Сатаев В. В. Разработка адаптивных алгоритмов работы интеллектуального авторулевого, использующих динамические особенности неустойчивых на курсе судов: автореф. дис. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук: Волок., гос. акад. водн. трансп./ Сатаев В. В. - Нижний Новгород, 2001.- 23 с.

33. Шпекторов А. Г. Стабилизация скоростного судна на заданном маршруте / Шпекторов А. Г., Зуев В. А. // Гироскопия и навигация.- 2002. - № 3, с. 143-144.

34. Краевски Кристиан. АРГО-электронная система информации о состоянии фарватера / Краевски Кристиан. // ИНФОРМОСТ - "Радиоэлектрон, и телекоммуникации".- 2002. - № 1. - с. 62-66.

35. Бродский Е. Л. Комплексование и интеграционные процессы в информационных системах связи и местоопределения подвижных объектов речных региональных структур "Речные информационные службы" /Бродский Е. Л., Сикарев А. А. // Наукоем. технол.- 2003. - 4, № 8, с. 13-19.

36. Клячко Л. М. Способы автоматического управления судном при наличии приемника СНС и носового подруливающего устройства / Клячко Л. М., Острцов Г. Э. // Судостроение (Санкт-Петербург). – 2004. - № 1. - С. 48-49.

37. Пат. 2224279 Россия, МПК7 G 05 D 1/00, В 63 Н 25/04. Устройство управления продольным движением судна / Бородин Ю.И., Довгоброд Г. М., Клячко Л. М. - № 2002129032/28; заявл. 30.10.2002; опубл. 20.02.2004.

38. Zhu M. Parameter Identification of Ship Maneuvering Models Using Recursive Least Square Method Based on Support Vector Machines/Zhu M., Hahn A., Wen Y.Q., Bolles A.// TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 11, No. 1, page 23-29, 2017.

39. C.J. Shi. Identification of Ship Maneuvering Model Using Extended Kalman Filters/ C.J. Shi, D. Zhao, J. Peng, C. Shen// TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 3, № 1, page 105-110, 2009.

40. Artyszuk J. Inherent Properties of Ship Manoeuvring Linear Models in View of the Full-mission Model Adjustment/Artyszuk J.// TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 10, No. 4, page 595-604, 2016.



41. K. Benedict. Manoeuvring Simulation on the Bridge for Predicting Motion of Real Ships and as Training Tool in Ship Handling Simulators/ K. Benedict, M. Kirchhoff, M. Gluch, S. Fischer, M. Baldauf // TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 3, № 1, page 25-30, 2009.

42. K. Benedict. Simulation Augmented Manoeuvring Design and Monitoring – a New Method for Advanced Ship Handling/ K. Benedict, M. Kirchhoff, M. Gluch, S. Fischer, M. Schaub, M. Baldauf , S. Klaes// TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 8, № 1, page 131-141, 2014.

43. Ahmed Y.A. Consistently Trained Artificial Neural Network for Automatic Ship Berthing Control/ Ahmed Y.A., Hasegawa K. // TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 9, No. 3, page 417-426, 2015.

44. M. Ljacki. Intelligent Prediction of Ship Maneuvering / M. Ljacki // TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 10, № 3, page 511-516, 2016.

45. Oda H. Study on the advanced maneuver control system in dead slow speed or stopping condition. I. Function and operation of advanced joystick control system / Oda H., Igarashi K., Karasuno K., Matsushima H. // Nihon kokai gakkai ronbunshu - J. Jap. Inst. Navig. - 1994. - № 91.- P. 31-39.

46. Fujimoto Shoji. Maneuvering ship using wheel-over position / Fujimoto Shoji, Hakozaiki Tetsuya. // Nihon kokai gakkaiishi-Navigation. - 1997. - № 132. - P. 42-50.

47. Ohtsu K. New look at a ship handling maneuver / Ohtsu K. // Nihon kokai gakkaiishi-Navigation.- 1997.- № 134. - P. 38-46.

48. Nguyen Due-Hung. Designs of self-tuning control systems for ships / Nguyen Due-Hung, Park Jin-Seok, Ohtsu Kohei. // Nihon kokai gakkai ronbunshu. - J. Jap. Inst. Navig.— 1998.- № 99. – P. 235-245.

49. Senda Shoichi. Study on the characteristics of ship-handling on passing fairway / Senda Shoichi, Kobayashi Hiroaki, Mizuno Hiroyuki, Arai Shiro. // Nihon kokai gakkai ronbun-shu - J. Jap. Inst. Navig. - 2000. - №102. -P. 301-308.

50. Hayashi Tadao. Nihon kokai gakkaiishi / Hayashi Tadao. Kawada Mitsugu. // Navigation.- 2000. - № 143. – с. 93-102.

51. Ohtsu Kohei. Nihon kokai gakkai ronbunshu. / Ohtsu Kohei, Kvam Kristoffer, Fosser. Thor I., Fukuda // Navig. Jaz Inst. - 2001. - 104, P. 89-94.

52. Zhao Jun. Shanghai jiaotong daxue xuebao / Zhao Jun, Zhan Xing-qun, Zhang Yan-hua. // J. Shanghai Jiaotong Univ. -2003. - 37, № 8.- P. 1168-1171.

53. Ince A.N. Modelling and simulation for safe and efficient navigation in narrow waterways / Ince A.N., Topuz E.J. // Navigation. - 2004. - 57, № 1. – P. 53-71.

54. Кондрашихин В.Т. Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения / Кондрашихин В.Т. – М.: Транспорт, 1969. – 256 с.

55. Кондрашихин В.Т. О погрешностях измерений/ Кондрашихин В.Т. // Геодезия и картография.– 1977. – № 5. – С. 11-16.

56. Кондрашихин В.Т. Определение наиболее вероятного значения повторяющейся ошибки / Кондрашихин В.Т., Якшевич Е.В. // Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. – 1972. – Вып. 157. – С. 42-49.

57. Кондрашихин В.Т. Зависимость между точностью и надежностью навигации / Кондрашихин В.Т. // Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. – 1973. – Вып. 173. – С. 41-49.

58. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / Кондрашихин В.Т. - М.: Транспорт, 1989. - 230с.

59. Сорокин А.И. Гидрографические исследования Мирового океана / Сорокин А.И. – Л.: Гидрометиздат, 1980. – 287 с.

60. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / Hsu D. A. // The Journal of Navigation. – Vol. 32.- № 3. – P. 426 - 429.
61. Широков В. М. Распределение погрешностей обсервации при использовании методов корреляционной навигации /Широков В. М.// Судовождение. - 2003. - № 6.- С. 154-158.
62. Широков В. М. Результаты имитационного моделирования обсерваций судна в стесненных условиях / Широков В. М. // Судовождение. – 2004. - № 8. – С. 103 – 107.
63. Мельник Е.Ф. Приближенное описание смешанных распределений погрешностей навигационных измерений / Мельник Е.Ф. // Автоматизация судовых технических средств: науч. –техн. сб. – 2002. – Вып. 7.- Одесса: ОГМА. – С. 96 – 100.
64. Мудров В.М. Методы обработки измерений / Мудров В.М., Кушко В.Л. - М.: Советское радио, 1976. 192 с.
65. В.В. Степаненко. Эффективность оценки параметров ситуации опасного сближения судов/ В.В. Степаненко. // Судовождение: Сб. науч. трудов / ОГМА. – Вып. 2 – Одесса: Латстар, 2000. – С. 201 – 209.
66. Monteiro Luis. What is the accuracy of DGPS? / Sardinia Monteiro Luis, Moore Terry, Hill Chris. // J. Navig. 2005. 58, № 2, p. 207-225.
67. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения:-Т.2. / Феллер В. - М.: Мир,1984.-751 с.
68. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона/ Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152 – 156.
69. Pettersen Kristin Y. Underactuated dynamic positioning of a ship - experimental results / Pettersen Kristin Y., Fossen Thor I. // IEEE Trans. Contr. Syst. Technol. - 2000. - 8, № 5. - P. 856-863.
70. Астайкин Д.В. Эффективность координат судна при смеси нормально распределенных погрешностей выборки / Астайкин Д.В. //

Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 25. – Одесса: «ИздатИнформ», 2015 - С.

71. Астайкин Д.В. Смешанные законы распределения вероятностей случайных погрешностей навигационных измерений/ Астайкин Д.В. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 24. – Одесса: «ИздатИнформ», 2014 - С.

72. Bober R. The DGPS system improve safety of navigation within the port of Szczecin / Bober R., Grodzicki P., Kozlowski Z., Wolski A. // 12 Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, 23-25 May, 2005. St. Petersburg: Elektropribor. 2005, с. 192-194.

73. Комаровский Ю. А. Проблемы оценки точности определения места судна приёмниками СРНС Навстар GPS / Комаровский Ю. А. // Науч. пробл. трансп. Сиб. и Дал. Вост. 2006, № 2, с. 100-107.

74. Kubo Masayoshi. Research of method of calculation of probability of collision of ship with the rectangular bull of bridge at tearing down by wind and flow / Kubo Masayoshi, Sakakibara Shigeki, Hasegawa Yoshimi, Nagaoka Tadao. // Nihon kokai gakkai ronbunshu -J. Jap. Inst. Navig. - 2001. - 104/ - P. 225-233.

75. Мельник Е.Ф. Обоснование выбора критерия навигационной безопасности судовождения / Мельник Е.Ф. // Судовождение. - 2002. – № 5. – С. 65 – 73.

76. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrucken, Deutschland/ Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.

77. Месарович М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Мако, И.Такахара. - М.: Мир, 1973. - 344 с.

78. Цымбал Н.Н. Гибкие стратегии расхождения судов / Цымбал Н.Н., Бурмака И.А., Тюпиков Е.Е. – Одесса: КП ОГТ, 2007. – 424 с.

79. Вагущенко Л.Л. Автоматизация судовождения /Л.Л. Вагущенко.- Одесса: 1994.- 354 с.

80. Тихонов В.И. Марковские процессы/ В.И. Тихонов, М.А. Миронов. – М.: Советское радио, 1977. – 488 с.
81. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления/ К. Острем. – М.: Мир, 1973. – 322 с.
82. Калианпур Г. Стохастическая теория фильтрации / Г. Калианпур. – М.: Наука, 1987. – 318 с.
83. Корн Г. Справочник по математике/ Г. Корн, Т.Корн - М.: Наука, 1984. - 832 с.
84. Ворохобин И.И. Векториальные погрешности, возникающие при повороте судна/ Ворохобин И.И., Казак Ю.В. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2015 - С. 60-64.
85. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Вентцель Е.С. - М.: Наука, 1969. - 576 с.
86. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Н. С. Пискунов. – М.: Наука, 1985. – 560 с.
87. Овчинников П.Ф. Математическое моделирование систем механики, электромеханики и автоматики / П.Ф. Овчинников.– К.: ИСИО, 1993. – 280 с.
88. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Гнеденко Б.В. – М.: Наука, 1969. – 400 с.
89. Астайкин Д.В. Идентификация законов распределения навигационных погрешностей смешанными законами двух типов / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М. // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2014. – Вып. 20. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 9.
90. Крамер Г. Математические методы статистики / Крамер Г. - М.: Мир, 1975, 648 с.
91. Fossen T. I. Marine Control Systems. Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles – Marine Cybernetics, Trondheim, Norway, 2002 – 570 p.

92. Perez T. Mathematical Ship Modeling for Control Applications. (Technical Report) / T. Perez, M. Blanke– DTU Technical University of Denmark, 2003. – 22 p.
93. FURUNO Electronic Chart Display and Information System (ECDIS) FEA-2107/FEA-2107-BB/FEA-2807 Operator's Manual, – Japan, 2005. – 602 pp.
94. Navi-Sailor 3000 ECDIS-I User Manual, Version 4.00.07, – Transas Ltd., 2006. – 298 pp.
95. Вагущенко Л.Л, Данцевич В.А., Кошевой А.А. Электронные системы отображения навигационных карт. – 2-е изд., – Одесса, ОГМА, 2000. – 120 с.
96. Васильев А.В. Управляемость судов. – Л.: Судостроение, 1989. – 328 с.
97. Гофман А.Д. Движительно-рулевой комплекс и маневрирование судна. Справочник. / А.Д. Гофман – Л.: Судостроение, 1988. – 360с.
98. Мاستушкин Ю.М. Управляемость промысловых судов. – Л.: Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 232 с.
99. Першиц Р.Я. Управляемость и управление судном. / Р.Я. Першиц – Л.: Судостроение, 1983. – 272 с.
100. Соболев Г.В. Управляемость корабля и автоматизация судовождения. / Г.В. Соболев – Л.: Судостроение, 1976. – 477 с.
101. Справочник по теории корабля: В 3 томах. / Под ред. Я. И. Войткунского. – Л.: Судостроение, 1985, т.3 – 544 с.
102. А. Д. Пипченко. Уточнение математической модели движения судна. //Судовождение: Сб. научн. трудов / ОНМА, Вып. 10. – Одесса: Феникс, 2005. – С.
103. Мальцев А.С. Инверсный метод планирования траектории движения объектов управления/А. С. Мальцев// ОНМА. Судовождение : сб. науч. тр.- Одесса, 2007. – Вып. 13. – С. 124-130.

104. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrücken, Deutschland/ Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.

105. Алексейчук Б.М. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных линиях положения, полученная имитационным моделированием / Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Астайкин Д.В. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017.- С. 47 - 51.

106. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

107. Астайкин Д.В. Анализ особенностей обобщенного пуассоновского закона и смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е. // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 15 сентября 2017 - Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 19 - 24.

108. Сикирин В.Е. Формализация системы принятия решений по управлению движением судна/Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2017 - С. 203-209.

109. Алексейчук Б.М. Сравнительная характеристика смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений с обобщенным пуассоновским законом/Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 8.

110. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона./ Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб.

научн. трудов./ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152-157.

111. Алексейчук Б.М. Модели формирования законов распределения погрешностей навигационных измерений/ Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 11.

112. Тришин Н. В. Интегрирование предиктивной модели движения судна в ЭКНИС / Тришин Н. В., Сикирин В. Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 24. – Одесса: «ИздатИнформ», 2014 - С. 164-171.

113. Сикирин В.Е. Выражение для эксцесса обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016): Матеріали Міжнародної наук.-практ. конф., 24-26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 143–146.

114. Сикирин В.Е. Эффективность обсервованных координат судна при распределении погрешностей линий положения по обобщенному закону Пуассона/Сикирин В.Е.// Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017): Матеріали ІХ Міжнародної наук.-практ. конф., 23-25 травня. 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 136–139.

115. Алексейчук Б.М. Влияние длительности формирования выборки на закон распределения вероятностей погрешностей навигационных измерений/ Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Пасечнюк С.С. // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-тех. конф., 17-18 травня 2017 р. – Миколаїв : МУК, 2017. – С. 23–25.

116. Сикирин В.Е. Анализ возможности использования обобщенного распределения Пуассона для описания случайных погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 19-20 листоп. 2015 – Одеса : ОНМА, 2015. – С. 137-139.



117. Сикирин В.Е. Стратифицированное описание системы управления движением судна / Сикирин В.Е. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2016 – Одеса : ОНМА, 2016. – С. 119–120.

118. Сикирин В.Е. Зависимость точности судовождения от закона управления движением судна по курсу/ Сикирин В.Е. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С. 137-140 .

119. Пипченко А.Д. Поиск оптимального закона в задаче автоматического регулирования курса судна/ Пипченко А.Д., Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 20. – Одесса: «ИздатИнформ», 2011 - С. 165-174.

У порту Річардс Бей отримані чотири вибірки похибок вимірювання пеленга, дистанції, широти і довготи. Число членів у кожній вибірці дорівнює 210. Перша вибірка (табл. ДА.1) містить похибки вимірювань пеленга, число її розрядів дорівнює 20, причому довжина кожного розряду дорівнює половині значення с.к.в.  $\sigma$  ( $\sigma=28,3'$ ).

## Статистичний ряд і перша вибірка похибки вимірювання пеленга

| Роз-<br>ряд                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 1-<br>3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18-<br>20 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| N                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0       | 1 | 1 | 3 | 6 | 16 | 33 | 50 | 46 | 29 | 14 | 6  | 3  | 1  | 1  | 0         |
| -88,3, -80,2, -65,5, -58,6, -62,3, -43,1, -44, -43, -55, -56,4, -42,7, -39,6, -34,3, -30,9, -31,8, -28,7, -37,5, -41,7, -35,0, -31,9, -39,5, -37,0, -35,8, -35,8, -31,3, -42,0, -19,1, -14,7, -16,1, -23,9, -21,3, -20,5, -25,8, -15,3, -23,7, -18,2, -16, -23,2, -23,5, -22,2, -16,3, -15,6, -24,3, -21,7, -20, -17, -18,9, -15,5, -25,5, -16,2, -24,6, -20,8, -16,8, -22,6, -25,3, -15, -21, -8,85, -13,0, -7,55, -7,15, -14,1, -6,85, -9,85, -13,1, -9,55, -6,75, -8,05, -3,45, -6,15, -8,05, -11,2, -6,15, -0,15, -13,8, -4,35, -11,2, -1,45, -6,95, -12,5, -2,05, -3,15, -11,5, -12,6, -5,35, -2,15, -12,3, -7,25, -14,0, -7,55, -12,9, -3,25, -1,85, -12,3, -7,05, -3,95, -4,55, -13,2, -8,45, -5,45, -11,3, -4,85, -7,95, -13,8, -3,15, 2,3, 5,5, 2,5, 11,9, 6,7, 13,6, 6,4, 6,4, 12,9, 8,4, 4,8, 12,2, 3,4, 9,8, 13,7, 5,9, 7,1, 6,3, 2,5, 5,8, 3,6, |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |
| 1,6, 7,7, 7,7, 4,2, 8,8, 12,7, 3,1, 1,5, 8,2, 5, 11,3, 6, 3,8, 10,7, 6,5, 11,2, 2,4, 0,5, 6,6, 13,8, 14, 1,5, 11,9, 6,9, 5,1, 0, 10,5, 25,45, 23,35, 21,65, 16,15, 25,85, 21,05, 25,05, 22,05, 25,75, 14,55, 27,15, 27,15, 24,95, 14,65, 20,75, 25,25, 26,95, 17,85, 24,75, 22,75, 28,15, 24,85, 17,85, 23,95, 18,85, 15,25, 18,75, 27,65, 26,95, 21,85, 27,95, 39,6, 39,9, 41, 30,6, 37,6, 30,9, 31, 37,9, 41,6, 29,1, 38, 33,1, 34,8, 40,9, 41,5, 47,75, 52,65, 55,15, 51,65, 42,55, 48,55, 58, 67,3, 67,4, 74,35, 85.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |

У другому рядку таблиці наводиться число похибок, що потрапляють в відповідний розряд. Гістограма першої вибірки показана на рис. ДА.1.

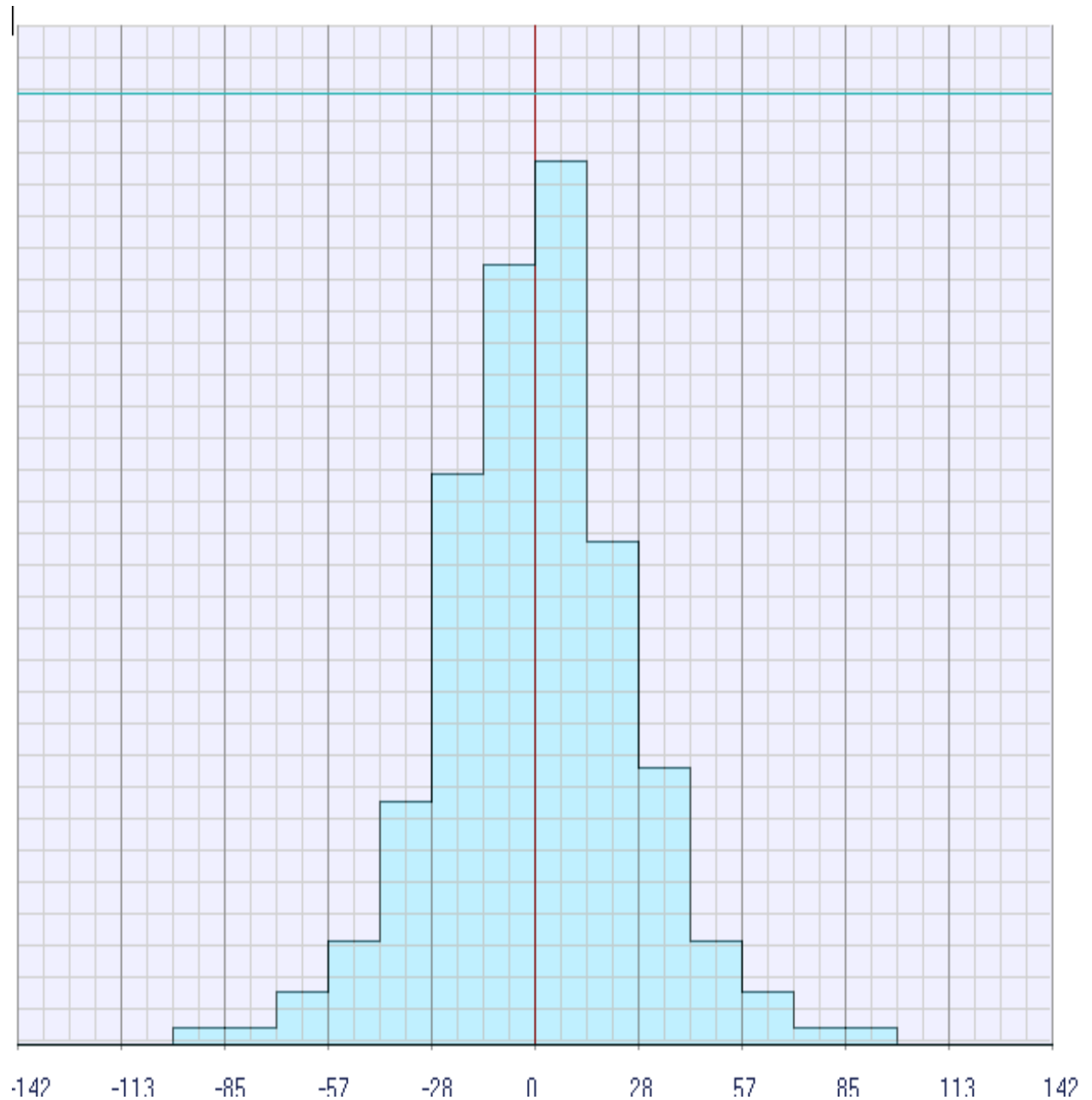


Рис. ДА.1. Гістограма першої вибірки

Друга вибірка похибок вимірювання дистанції розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівній половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=4,44$  м). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. ДА.2.

Статистичний ряд і друга вибірка похибки вимірювання дистанції

| Роз-<br>ряд                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 1-<br>3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18-<br>20 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| N                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0       | 1 | 1 | 3 | 7 | 17 | 29 | 44 | 48 | 33 | 15 | 7  | 3  | 1  | 1  | 0         |
| Вибірка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |
| -14,9, -11,6, -10,9, -10,2, -9,2, -6,88, -6,98, -8,48, -8,48, -8,58, -7,48, -6,78,<br>-6,56, -5,56, -6,66, -6,06, -5,96, -6,56, -5,36, -4,86, -5,96, 5,16, -5,76, -4,56,<br>-5,96, -5,16, -5,56, -5,06, -2,44, -2,84, -3,24, -2,84, -2,94, -2,34, -2,64, -3,84,<br>-4,34, -2,44, -3,94, -4,04, -4,24, -3,84, -3,24, -3,64, -2,34, -2,84, -3,04, -2,94,<br>-3,24, -4,14, -3,44, -4,04, -3,84, -4,04, -3,84, -2,44, -3,14, -4,24, -4,24, -0,32,<br>-0,62, -2,22, -1,02, -1,72, -1,92, -1,72, 0,82, -0,42, -1,72, -2,12, -1,02, -0,42,<br>-2,12, -1,12, -0,72, -0,12, -2,02, -0,42, -1,82, -0,12, -0,72, -1,52, -0,72, -1,12,<br>-0,42, -0,92, -1,22, -1,92, -1,62, -0,62, -1,52, -1,22, -0,12, -1,02, -1,42, -0,32,<br>-0,12, -1,32, -1,02, -1,42, -1,42, -0,52, -0,62, -0,92, -0,82, 0, 1,6, 1,8, 2,1, 0,8,<br>2, 1,4, 2, 2, 0,1, 1, 0,6, 1,9, 0, 0,7, 1,1, 0,3, 1, 1,4, 0,2, 0,6, 0,2, 0,3, 1,5, 0,<br>1,8, 1, 1,4, 1,9, 1,2, 1,9, 0,4, 0, 0,3, 1,5, 1,2, 2,1, 1,2, 1,6, 1,7, 0, 1,5, 1,7, 0,<br>0,2, 2, 4,22, 3,12, 4,22, 3,52, 4,32, 2,72, 4,32, 3,42, 4,12, 2,82, 2,32, 3,92,<br>3,22, 2,42, 3,22, 3,82, 3,62, 2,22, 2,32, 2,42, 3,52, 3,32, 2,42, 2,72, 3,02,<br>2,52, 2,82, 4,02, 2,52, 3,22, 4,32, 4,74, 4,74, 6,24, 6,34, 5,54, 5,94, 6,54,<br>4,84, 6,14, 4,74, 4,54, 5,24, 4,64, 6,44, 4,54, 4,74, 8,76, 8,36, 6,86, 8,16,<br>7,66, 7,26, 6,76, 9,08, 10,18, 9,08, 11,4, 13,32. |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |

На рис. ДА.2 приведена гістограма другої вибірки похибки вимірювання дистанції в порту Річардс Бей.

У третій вибірці представлені похибки визначення широти GPS приймачем. Вибірка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду дорівнюючому половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=6,87$  м), причому значення похибок переведені з дугових хвилин в метри.





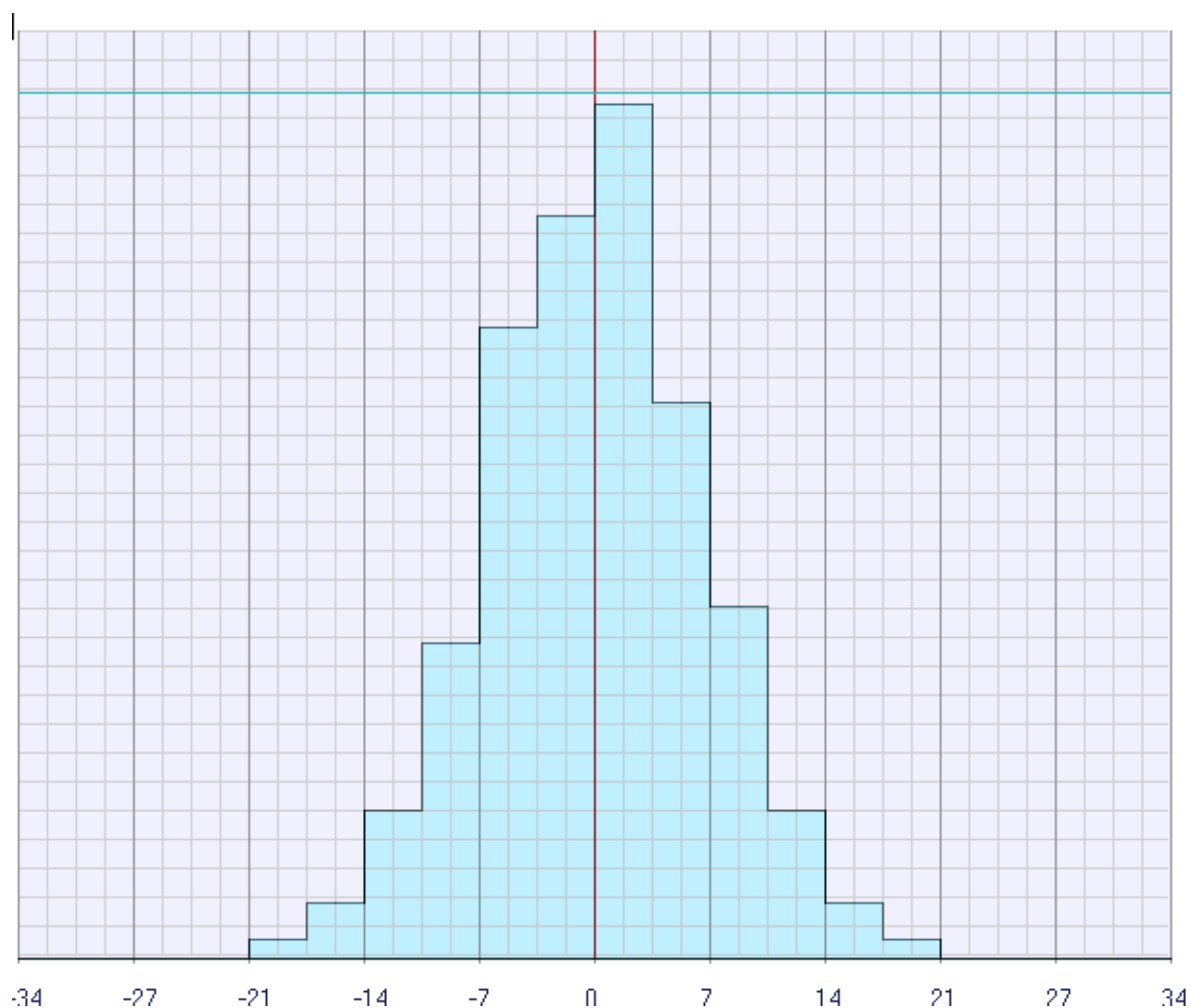


Рис. ДА.3. Гистограмма третьей выборки

Продовження табл. ДА.4.

-6,27, -4,97, -6,27, -5,77, -5,37, -4,17, -6,37, -5,57, -6,17, -4,27, -3,77, -2,53, -1,33, -2,63, -1,73, -2,53, -2,73, -1,53, -0,33, -2,33, -1,73, -0,43, -2,43, -0,43, -0,93, -1,43, -2,23, -0,93, -3,13, -3,03, -2,83, -2,23, -1,73, -3,13, -2,63, -1,73, -1,03, -3,33, -0,33, -2,83, -2,93, -0,93, -0,23, -2,63, -1,33, -1,43, -1,23, -0,73, -0,33, -1,93, -1,53, -0,93, -3,13, -0,43, -2,03, -0,13, -1,83, -0,83, -2,83, -1,13, -2,73, -0,93, -2,03, -3,33, -1,73, -2,53, -1,43, -0,73, -2,13, 2,4, 2,9, 1,8, 2,7, 1,6, 2,6, 0,2, 0,1, 1,5, 1,1, 1,8, 0,5, 0,1, 2,1, 2,2, 1,1, 0,1, 1,9, 2,3, 0,7, 1,2, 1,7, 2,2, 2,7, 0,5, 0,4, 0, 2,5, 0, 0,4, 2,3, 1,4, 0,4, 1, 3,1, 2,2, 1,1, 1, 0,6, 1,1, 1,8, 2,6, 1,5, 0,3, 1,7, 3, 2,5, 2,8, 0,1, 2,8, 2,9, 2,9, 1,9, 2,9, 0, 2, 1,1, 0, 5,035, 5,535, 3,535, 6,335, 4,835, 4,935, 6,535, 4,635, 3,935, 4,735, 6,435, 3,535, 4,035, 6,035, 5,935, 5,335, 5,035, 5,935, 5,735, 4,435, 4,435, 5,735, 3,935, 3,635, 6,335, 5,135, 6,435, 4,435, 6,87, 7,37, 8,17, 6,87, 8,97, 7,87, 6,67, 7,37, 6,67, 8,67, 8,57, 10,90, 12,10, 10,5, 10,8, 14,04, 16,4, 19,9, 20,11.

Гістограма четвертої вибірки похибки довготи, яка визначена по приймачу - індикатору GPS, представлена на рис. ДА.4.

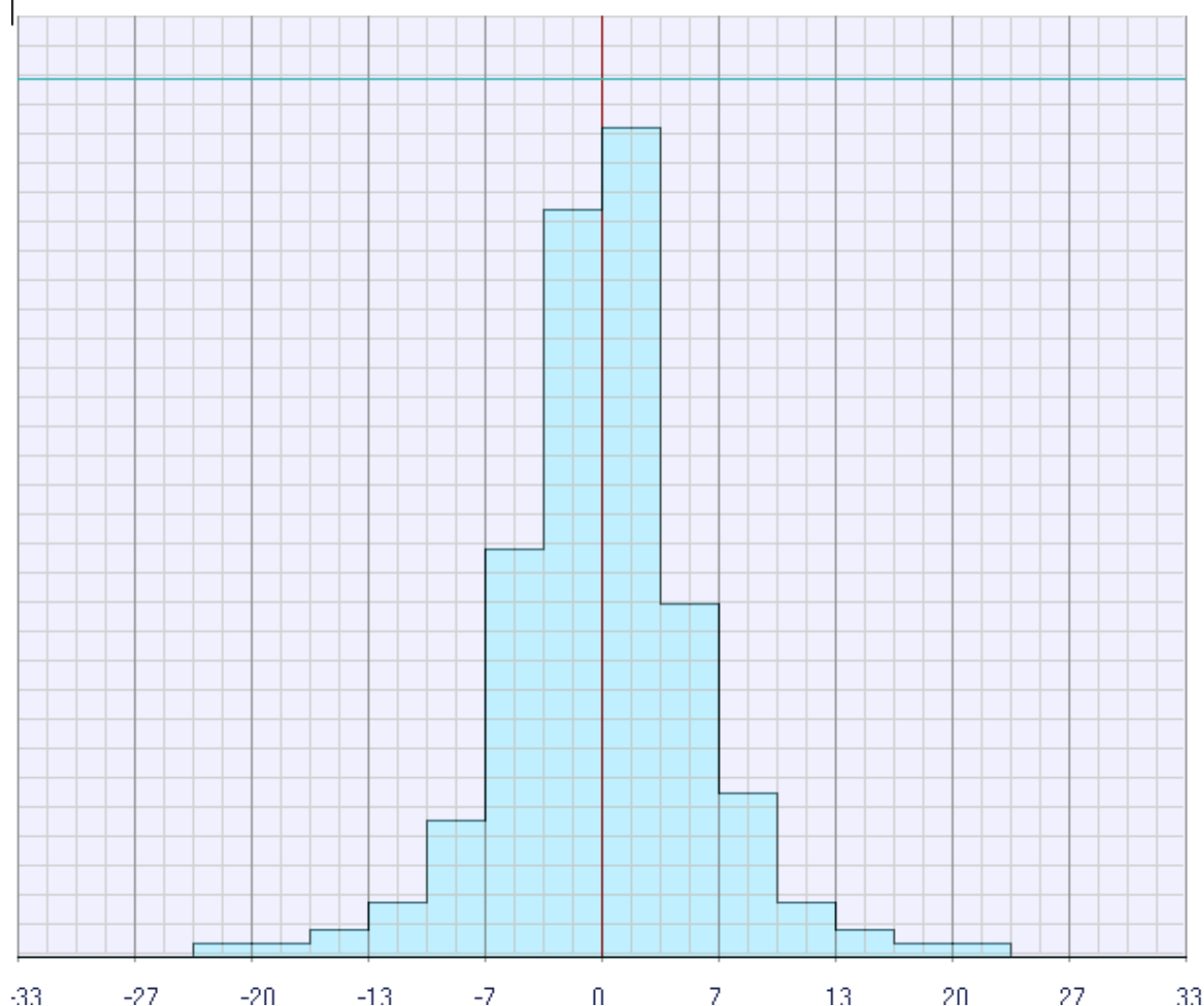


Рис. ДА.4. Гістограма четвертої вибірки

У порту Дакар отримані чотири вибірки випадкових похибок вимірювання пеленга, дистанції, широти і довготи. Протягом двох діб проводилися вимірювання зазначених навігаційних параметрів, і кожна вибірка складається з 250 членів.

П'ята вибірка похибок вимірювання пеленга складається з 20 розрядів, причому довжина кожного розряду дорівнює половині значення с.к.в.  $\sigma$  ( $\sigma=29,76$ ). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок наведені в табл. ДА.5.



Статистичний ряд і п'ята вибірка похибки вимірювання пеленга

| Роз-<br>ряд                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 1-<br>3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18-<br>20 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| N                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0       | 1 | 1 | 4 | 9 | 21 | 35 | 55 | 51 | 39 | 19 | 9  | 4  | 1  | 1  | 0         |
| Вибірка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |
| -98,6, -82,8, -63,6, -69,4, -72,1, -73,1, -53,7, -46,0, -50,2, -46,9, -48,2, -57,6,<br>-57,1, -58,6, -53,2, -31,6, -42,8, -42,2, -37,8, -32,2, -33,9, -44,5, -31,0, -33,5,<br>-36,5, -37,7, -40,4, -30,6, -41,4, -37,2, -31,9, -36,4, -32,0, -35,5, -39,1, -24,3,<br>-23,9, -23,7, -20,1, -25,9, -29,0, -22,0, -15,6, -21,3, -26,6, -24,4, -25,7, -16,5,<br>-19,1, -26,0, -17,0, -27,8, -24,6, -29,7, -21,0, -16,4, -16,4, -15,5, -28,4, -22,7,<br>-27,3, -28,7, -19,6, -16,4, -19,3, -21,1, -23,1, -29,2, -25,2, -26,0, -26,2, -20,1,<br>-9,18, -9,28, -12,2, -4,88, -2,38, -1,78, -14,0, -8,48, -14,4, -10,3, -3,58, -9,08,<br>-0,68, -7,88, -6,98, -4,98, -3,38, -12,5, -4,38, -8,48, -11,6, -14,7, -10,7, -1,58,<br>-5,98, -6,78, -8,48, -6,18, -8,78, -13,7, -3,28, -14,6, -4,28, -4,58, -12,2, -0,98,<br>-1,38, -2,48, -13,6, -1,48, -8,38, -14,6, -14,3, -3,28, -5,48, -4,08, -5,78, -10,5,<br>-4,38, -6,58, -0,18, -0,28, -6,38, 1,4, 14,5, 14,7, 1,6, 2,9, 0,7, 8,6, 12,9, 8,<br>13,4, 5,6, 7,5, 10,3, 6,3, 10,1, 6,1, 1,4, 2,7, 4,2, 2,8, 8, 11,7, 11,1, 1,4, 3,9,<br>10,7, 1,2, 9, 9,1, 8,3, 1,7, 8,2, 12,4, 8,9, 2,9, 10, 9,7, 4,6, 13,1, 6,9, 7,2, 3,7,<br>12,5, 9,3, 8,3, 2,8, 0,9, 7,5, 3,8, 10,3, 1,7, 6,4, 7,1, 20,88, 16,38, 25,68, 26,68,<br>26,18, 20,98, 26,48, 25,58, 26,88, 24,58, 23,98, 20,98, 22,08, 16,38, 24,28,<br>22,08, 22,08, 25,58, 24,58, 29,38, 22,08, 23,38, 19,58, 20,88, 22,18, 15,88,<br>21,78, 24,08, 21,58, 22,98, 17,78, 27,98, 22,98, 29,18, 22,58, 18,08, 24,38,<br>41,06, 43,56, 33,26, 42,86, 33,16, 35,16, 40,36, 37,06, 42,96, 33,06, 40,76,<br>31,26, 39,06, 37,06, 33,76, 33,96, 41,96, 33,06, 34,66, 31,36, 52,04, 55,34,<br>47,34, 57,04, 48,74, 50,84, 48,44, 46,34, 56,44, 61,32, 69,22, 64,02, 69,32,<br>76,3, 96,38. |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |

Гістограма п'ятої вибірки випадкової похибки вимірювання пеленга представлена на рис. ДА.5.

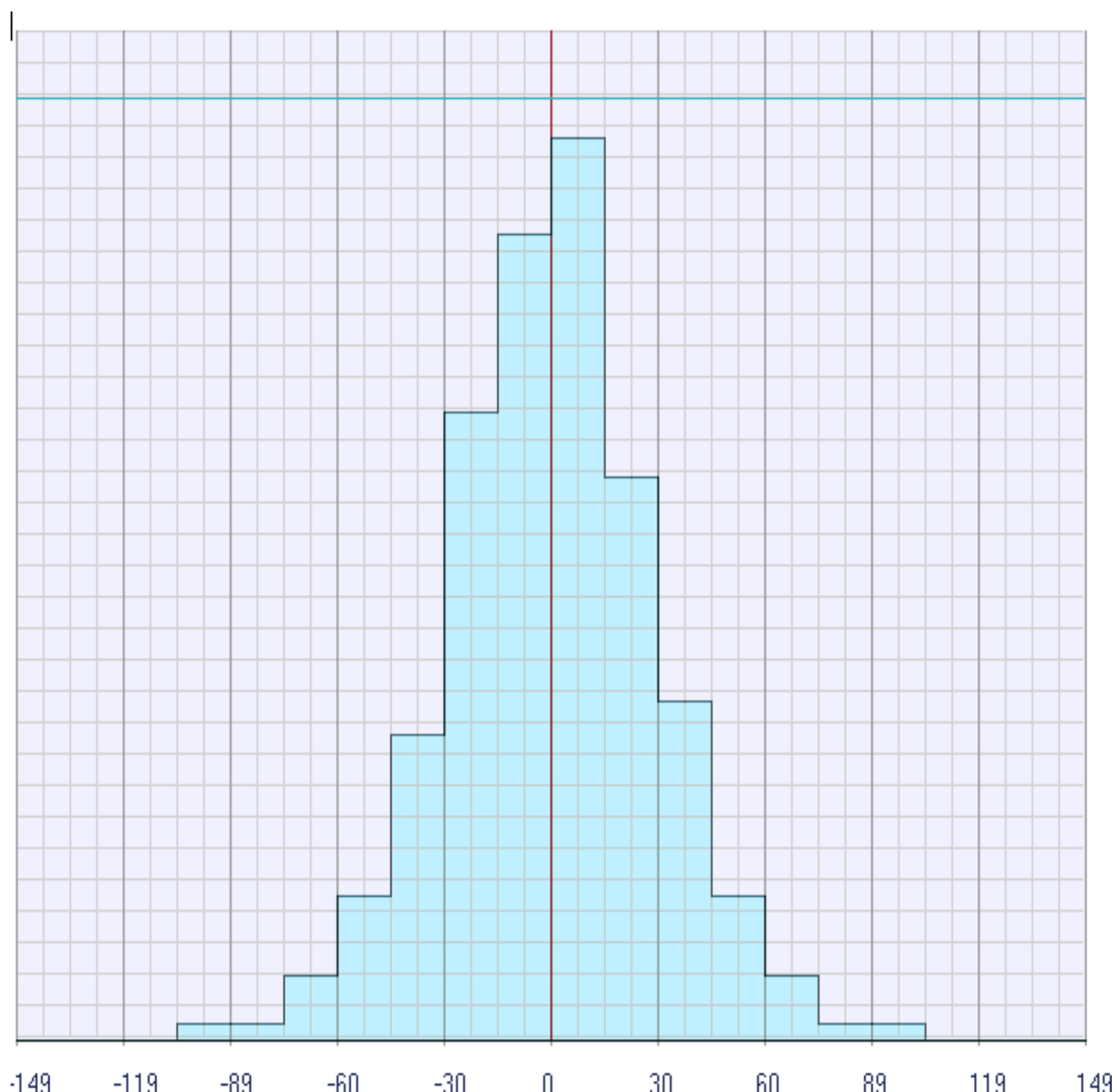


Рис. ДА.5. Гістограма п'ятої вибірки

Аналіз гістограми п'ятої вибірки похибок зміни пеленга показує, що гістограма має «обтяжені хвости», тобто є похибки, абсолютні значення яких перевищують трикратне значення середнього квадратичного відхилення  $\sigma$ .

Шоста вибірка похибок вимірювання дистанції розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду дорівнюючому половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=2,38$  м). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. ДА.6.

Статистичний ряд і шоста вибірка похибки вимірювання дистанції

| Роз-<br>ряд                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1-<br>3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18-<br>20 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| N                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0       | 1 | 1 | 4 | 9 | 21 | 39 | 55 | 51 | 35 | 19 | 9  | 4  | 1  | 1  | 0         |
| Вибірка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |
| -7,43, -6,34, -5,15, -4,95, -4,95, -5,35, -4,56, -4,06, -3,66, -4,56, -4,36, -4,06,<br>-4,66, -3,96, -3,86, -3,27, -3,07, -2,67, -3,17, -2,97, -3,47, -3,57, -3,47, -3,07,<br>-2,97, -2,57, -2,47, -2,67, -2,77, -3,57, -2,47, -2,87, -2,87, -3,07, -3,07, -2,18,<br>-1,98, -1,28, -2,08, -1,68, -1,38, -2,18, -1,38, -1,58, -1,68, -1,88, -2,38, -1,98,<br>-2,28, -1,48, -2,28, -1,88, -2,08, -1,88, -1,38, -1,88, -2,08, -2,38, -2,38, -2,28,<br>-2,18, -2,18, -1,88, -1,98, -1,48, -1,98, -2,08, -1,88, -2,28, -1,98, -1,88, -1,68,<br>-0,49, -1,19, -0,99, -0,39, -0,69, -0,08, -1,19, -0,89, -0,49, -0,19, -0,19, -0,19,<br>-0,79, -0,89, -0,79, -0,19, -0,19, -0,99, -1,09, -0,19, -0,99, -0,08, -0,08, -1,19,<br>-0,19, -0,99, -0,19, -0,49, -0,79, -0,99, -1,19, -0,29, -1,19, -0,08, -0,39, -1,09,<br>-0,89, -0,39, -0,19, -0,99, -0,89, -0,79, -0,79, -1,19, -0,08, -1,09, -0,99, -0,19,<br>-0,39, -0,19, -0,79, -0,59, -0,59, 0,2, 0,4, 0,6, 0,6, 0,5, 0,1, 0,6, 0,4, 0,2, 0,8,<br>0,8, 0,9, 0,1, 0,8, 0,1, 0,3, 0,4, 1,1, 0,6, 1,1, 0,4, 0,4, 1,1, 0,7, 0,3, 0,1, 0,4,<br>0, 0,7, 0,5, 0,2, 0,4, 0,6, 0,1, 0,2, 1,1, 0,1, 0,2, 0, 0,5, 0,4, 0,9, 1,1, 0,1, 1,1,<br>1,1, 0,2, 0,4, 0,1, 1,1, 0,8, 0,5, 0,4, 1,99, 2,09, 2,19, 1,39, 2,09, 2,29, 2,19,<br>1,39, 2,19, 1,79, 1,79, 1,99, 1,19, 1,79, 1,89, 2,09, 1,49, 1,19, 2,29, 1,59,<br>1,89, 2,09, 1,59, 2,29, 2,29, 1,69, 2,09, 1,69, 1,59, 2,19, 1,59, 1,89, 1,89,<br>1,99, 1,69, 2,29, 2,19, 2,38, 2,58, 2,78, 3,18, 2,98, 3,08, 2,38, 2,68, 2,68,<br>2,68, 3,48, 3,48, 2,98, 2,98, 3,48, 3,08, 2,58, 2,98, 3,28, 2,38, 4,27, 4,17,<br>4,07, 4,57, 3,57, 3,87, 3,67, 3,97, 3,57, 5,06, 5,56, 5,66, 5,76, 6,65, 7,24. |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |

На рис. ДА.6 показана гістограма шостий вибірки випадкової похибки вимірювання дистанції.

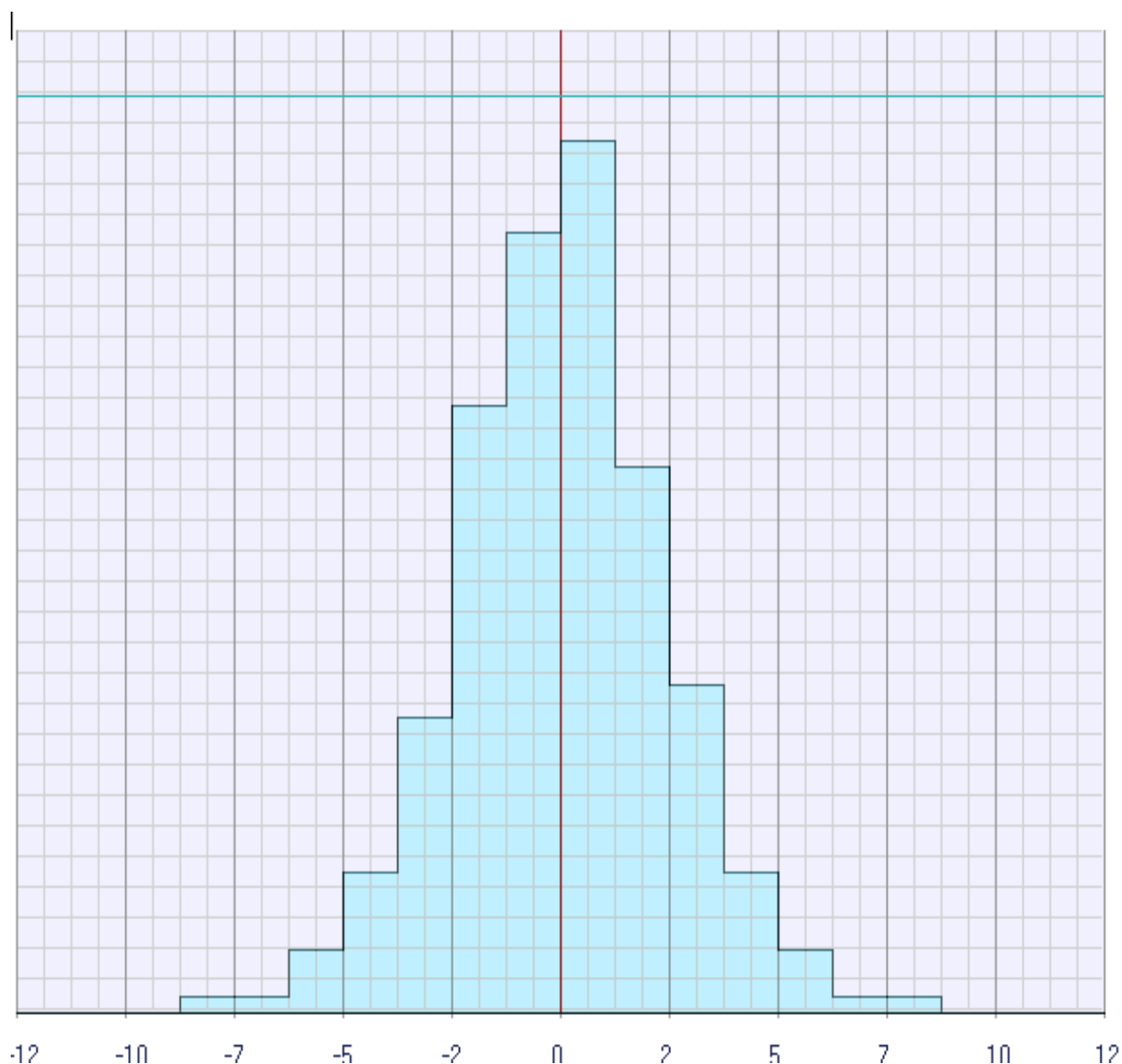


Рис. ДА.6. Гістограма шостої вибірки

У сьомий вибірці представлені похибки визначення широти GPS приймачем. Вибірка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівному половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=6,17$  м), причому значення похибок переведені з дугових хвилин в метри.

Статистичний ряд і сьома вибірка випадкових похибок широти приведені в табл. ДА.7.

Таблиця ДА.7.

| Статистичний ряд і сьома вибірка похибки вимірювання широти                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| Роз-<br>ряд                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1-<br>3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18-<br>20 |
| N                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0       | 1 | 1 | 2 | 5 | 14 | 32 | 67 | 71 | 36 | 12 | 5  | 2  | 1  | 1  | 0         |
| Вибірка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |
| -19,7, -17,3, -14,8, -12,5, -11,0, -11,2, -10,1, -10,7, -11,7, -6,65, -7,05, -8,45,<br>-8,55, -7,25, -6,35, -9,25, -8,15, -7,65, -8,85, -7,35, -8,15, -6,65, -3,97, -5,87,<br>-3,97, -4,87, -3,37, -3,67, -4,17, -5,17, -4,47, -4,27, -4,67, -5,77, -4,27, -3,17,<br>-4,67, -6,17, -5,67, -6,17, -3,57, -5,67, -4,07, -4,57, -4,37, -5,07, -3,87, -5,17,<br>-4,77, -4,07, -5,97, -6,07, -3,27, -3,87, -4,67, -3,57, -2,08, -2,58, -1,38, -1,68,<br>-2,68, -1,08, -2,18, -0,18, -2,58, -1,58, -2,78, -2,68, -0,38, -0,48, -2,68, -3,08,<br>-0,98, -2,08, -0,48, -2,98, -2,88, -2,88, -2,78, -1,68, -1,18, -1,58, -0,28, -3,08,<br>-0,08, -2,48, -1,18, -1,18, -0,68, -1,08, -2,98, -3,08, -0,78, -3,08, -2,58, -2,98,<br>-1,28, -1,38, -2,38, -1,28, -1,98, -1,78, -0,38, -1,88, -0,88, -0,28, -0,58, -2,18,<br>-0,88, -1,18, -2,98, -0,28, -2,08, -0,48, -0,88, -2,78, -2,58, -2,38, -2,18, -1,38,<br>-1,98, -0,48, -2,28, -2,98, -2,18, 1,5, 2,4, 1,2, 0,8, 1,1, 0, 2,5, 0,4, 2,6, 3,<br>2,9, 0,2, 2,6, 0,5, 1,5, 1,4, 2,9, 0,9, 2,2, 2,1, 1,2, 3, 0,5, 1,7, 1,5, 2,6, 2,3,<br>1,4, 0,4, 0, 2,8, 1,1, 1,4, 1,5, 0,2, 1,1, 2,6, 2,8, 1,6, 2,1, 2,6, 0,1, 1,7, 3, 1,3,<br>1,1, 1,7, 0,2, 0,5, 1, 1,4, 0,9, 2,4, 2, 0,8, 1,8, 1,1, 2,6, 0,9, 1,8, 0,8, 0, 2,1,<br>0,9, 0,9, 0,9, 2, 1,5, 2,5, 5,685, 5,185, 5,585, 5,685, 3,185, 3,385, 4,985,<br>4,485, 5,985, 3,985, 3,385, 4,785, 3,885, 3,685, 4,485, 4,685, 3,485, 5,685,<br>6,085, 5,585, 3,085, 4,185, 3,985, 4,485, 5,985, 3,885, 4,385, 4,885, 5,985,<br>3,685, 6,085, 6,085, 3,785, 4,885, 8,07, 8,97, 6,17, 7,77, 7,47, 9,17, 7,17,<br>6,67, 9,17, 7,67, 8,97, 7,67, 8,87, 9,255, 9,955, 10,65, 11,45, 10,55, 13,24,<br>12,54, 16,02, 19,11. |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |

Гістограма сьомої вибірки випадкової похибки вимірювання дистанції показана на рис. ДА.7.

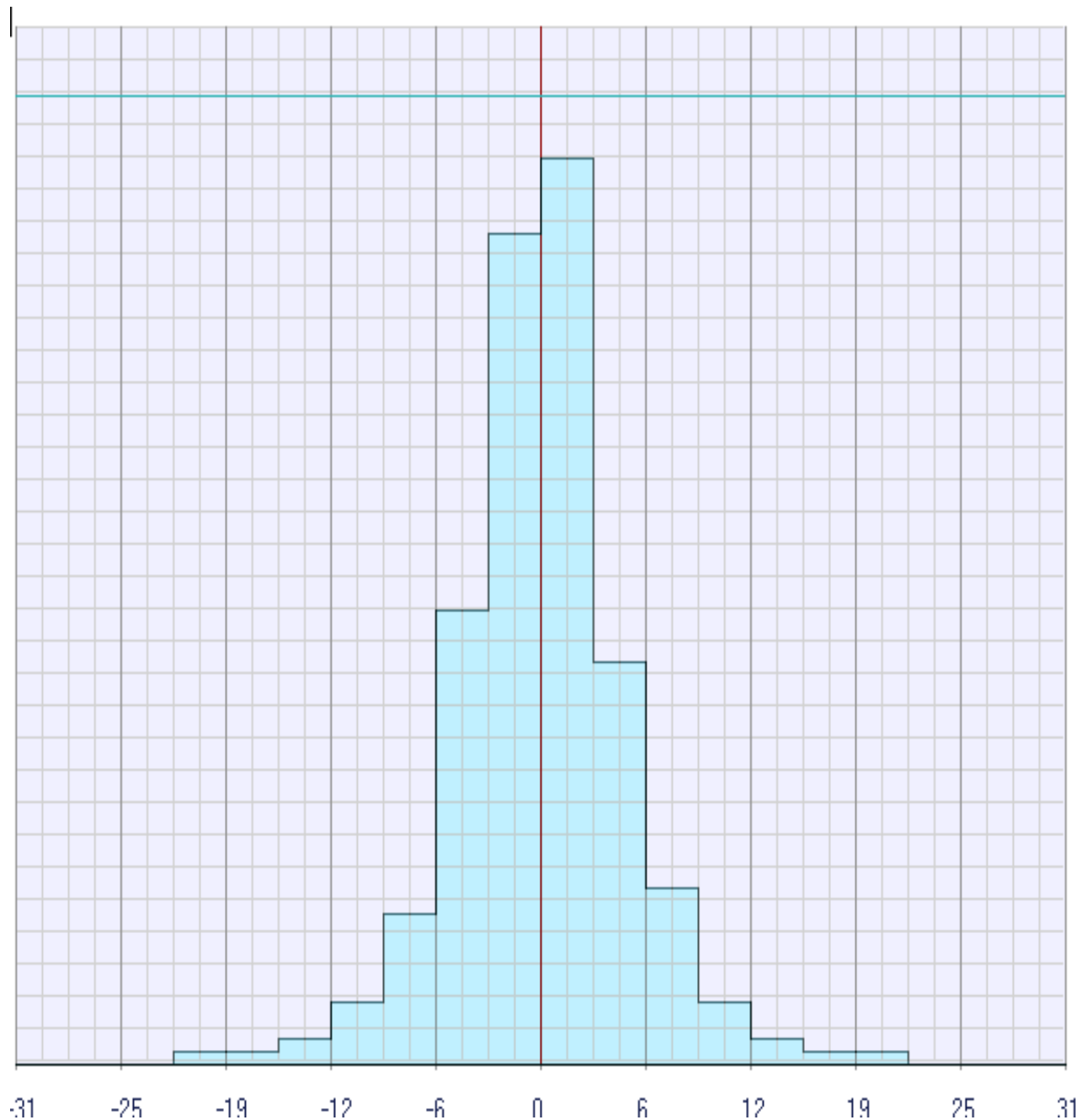


Рис. ДА.7. Гістограма сьомої вибірки

Восьма вибірка похибок вимірювання довготи розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду дорівнює половині значення с. к. в.  $\sigma$  ( $\sigma=6,31$  м). Статистичний ряд і восьма вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. ДА.8.

Статистичний ряд і восьма вибірка похибки вимірювання довготи

| Роз-<br>ряд                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 1-<br>3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18-<br>20 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| N                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0       | 1 | 1 | 3 | 7 | 17 | 38 | 63 | 59 | 34 | 15 | 7  | 3  | 1  | 1  | 0         |
| Вибірка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |
| -19,2, -17,0, -12,7, -13,8, -14,9, -10,0, -9,82, -12,6, -10,2, -10,2, -12,4, -11,2,<br>-7,26, -7,76, -8,86, -7,56, -8,66, -9,26, -7,86, -7,26, -9,26, -7,46, -6,56, -6,76,<br>-7,56, -7,76, -6,36, -9,16, -5,11, -4,61, -6,01, -3,21, -4,71, -5,11, -3,81, -6,01,<br>-5,51, -5,71, -5,61, -5,41, -6,11, -6,01, -4,61, -4,21, -3,71, -3,71, -4,01, -5,41,<br>-3,41, -4,31, -3,81, -3,31, -4,71, -5,81, -6,21, -6,01, -5,61, -6,01, -6,11, -4,81,<br>-3,51, -5,91, -5,61, -4,71, -2,95, -1,05, -1,55, -1,55, -0,65, -1,95, -2,95, -1,25,<br>-1,55, -0,65, -2,95, -0,15, -2,75, -1,05, -0,05, -0,85, -0,15, -0,65, -2,25, -2,55,<br>-2,45, -2,25, -3,15, -0,95, -1,45, -0,75, -0,95, -0,45, -0,85, -0,65, -3,15, -2,35,<br>-1,05, -1,25, -1,55, -0,05, -3,05, -3,15, -0,35, -2,75, -2,35, -1,05, -2,25, -1,65,<br>-1,85, -1,25, -1,55, -0,25, -1,35, -1,75, -0,65, -2,35, -1,85, -1,05, -1,55, -0,85,<br>-1,05, -0,65, -1,15, -0,45, -1,95, 2,4, 0,3, 0, 0,3, 0,8, 1,4, 1,1, 2, 0,9, 3,1,<br>1,6, 2,6, 2,9, 1,7, 2,5, 1, 0,3, 1,2, 2,3, 2,4, 0,8, 0,4, 1,7, 2,4, 1,5, 0,1, 2,6,<br>2,8, 2,6, 0,8, 0,9, 0,9, 1,1, 1,2, 1, 0, 1,7, 0,1, 0,7, 2,5, 3,1, 1,9, 2,3, 2,9, 0,2,<br>2,6, 1,7, 2, 2,5, 3,1, 0,3, 0,8, 2,6, 1,4, 0,6, 1,4, 1,7, 0,2, 0, 2,7, 2,3, 5,055,<br>3,855, 6,255, 6,155, 3,955, 5,755, 5,455, 3,555, 3,655, 5,755, 3,755, 4,555,<br>5,955, 4,455, 4,755, 6,255, 5,255, 5,055, 3,555, 4,255, 3,355, 5,755, 4,755,<br>4,555, 6,055, 3,655, 3,555, 4,055, 6,055, 5,655, 4,455, 5,755, 4,155, 5,855,<br>6,255, 3,355, 7,61, 6,61, 7,61, 8,01, 8,91, 6,81, 6,41, 8,31, 9,01, 7,71, 9,01,<br>8,81, 7,51, 6,51, 8,11, 8,01, 12,16, 11,56, 12,16, 10,66, 12,16, 12,46, 9,765,<br>14,72, 15,12, 13,02, 18,07, 21,03. |         |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |

На рис. ДА.8 показана гістограма восьмої вибірки випадкової похибки вимірювання довготи.

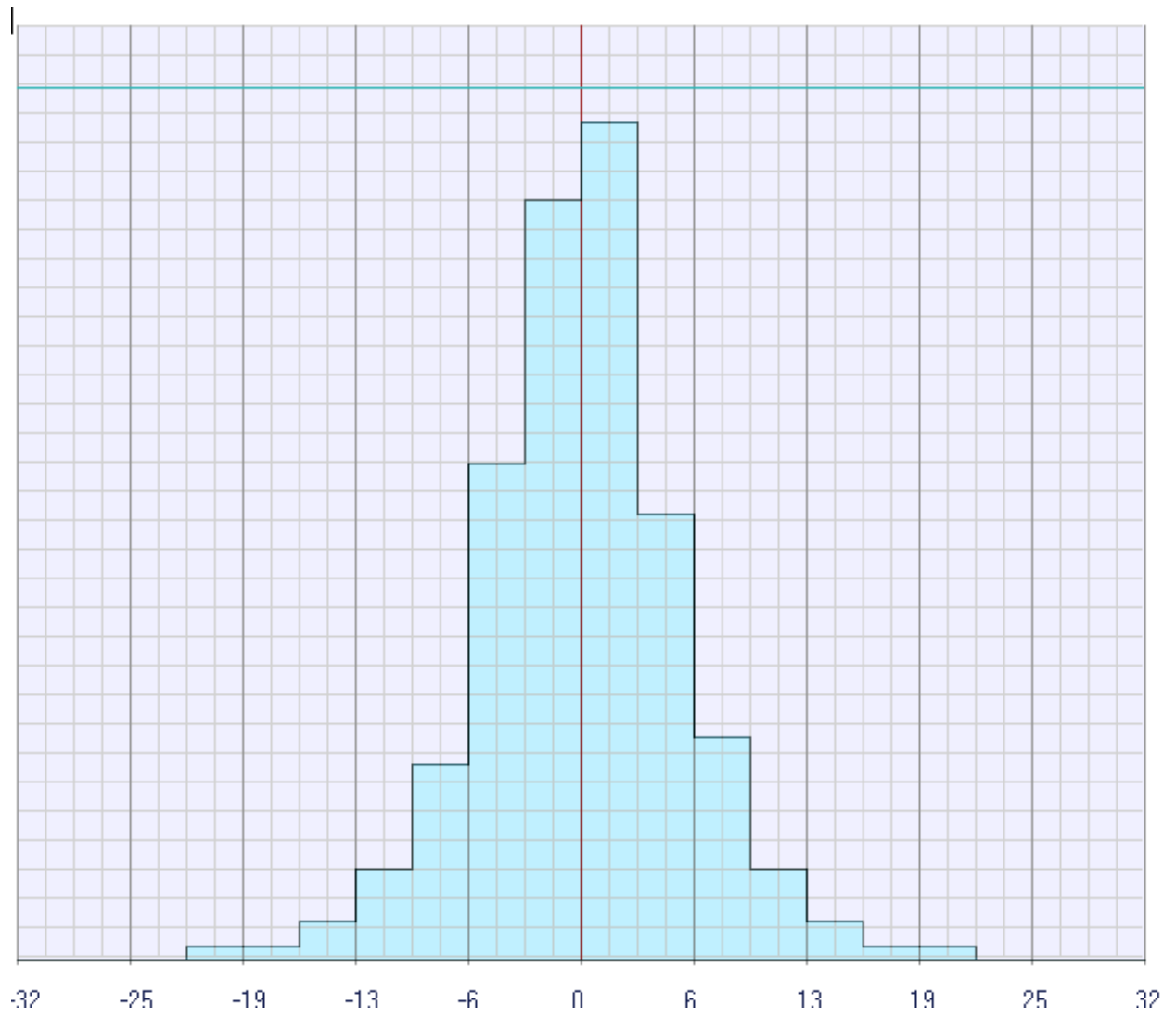


Рис. ДА.8. Гістограма восьмої вибірки



## ДОДАТОК Б.

## Зіставлення гістограм з кривими щільності розподілу.

В даному Додатку наведені гістограми кожної з вибірок і відповідні криві щільності змішаного закону розподілу першого і другого типів, а також узагальненого закону Пуассона із зазначенням значення істотного параметра, при якому критерій згоди  $\chi^2$  – Пірсона досягає мінімального значення.

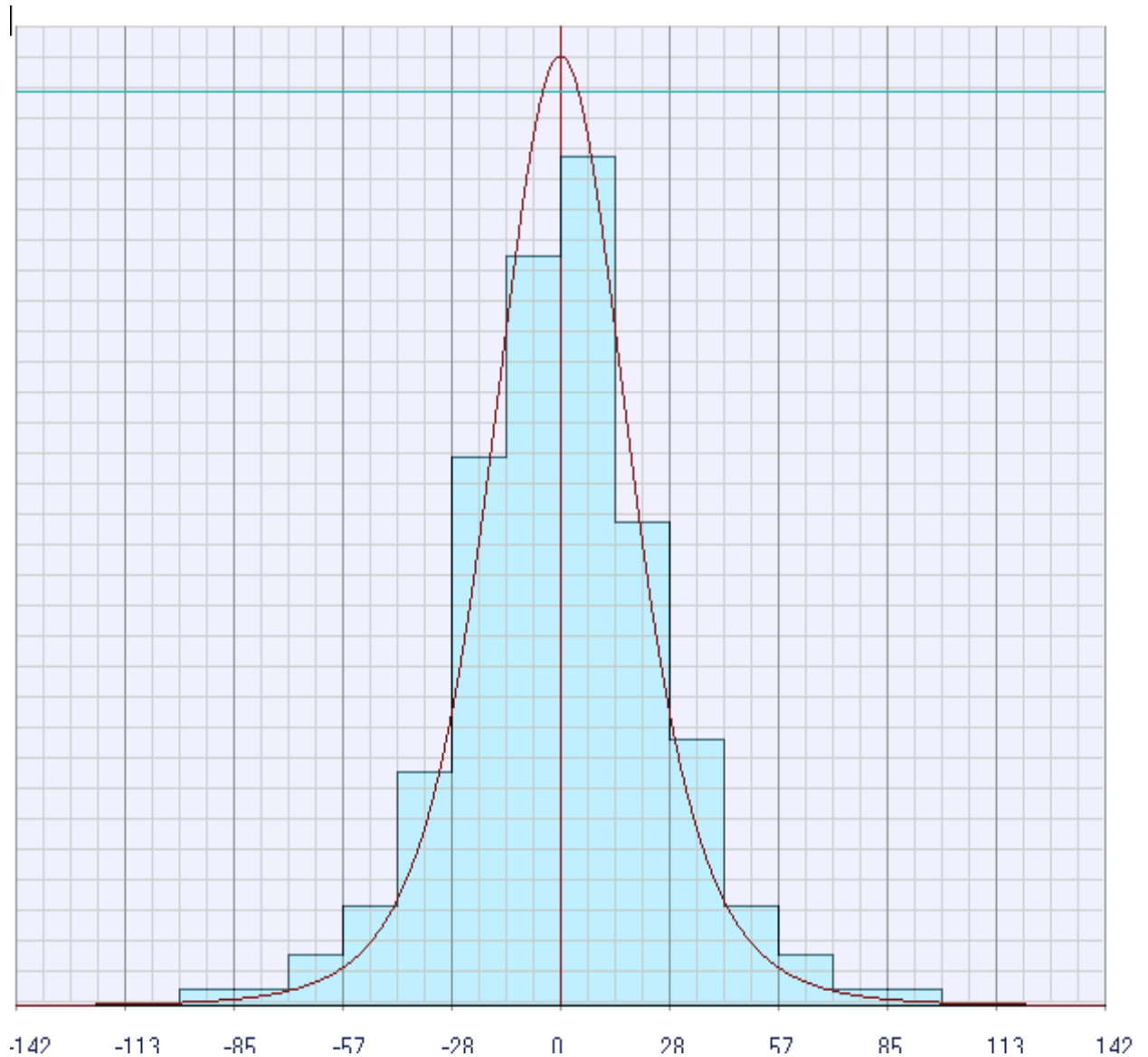


Рис. ДБ.1. Вибірка 1, змішаний закон першого типу,  $n=2$

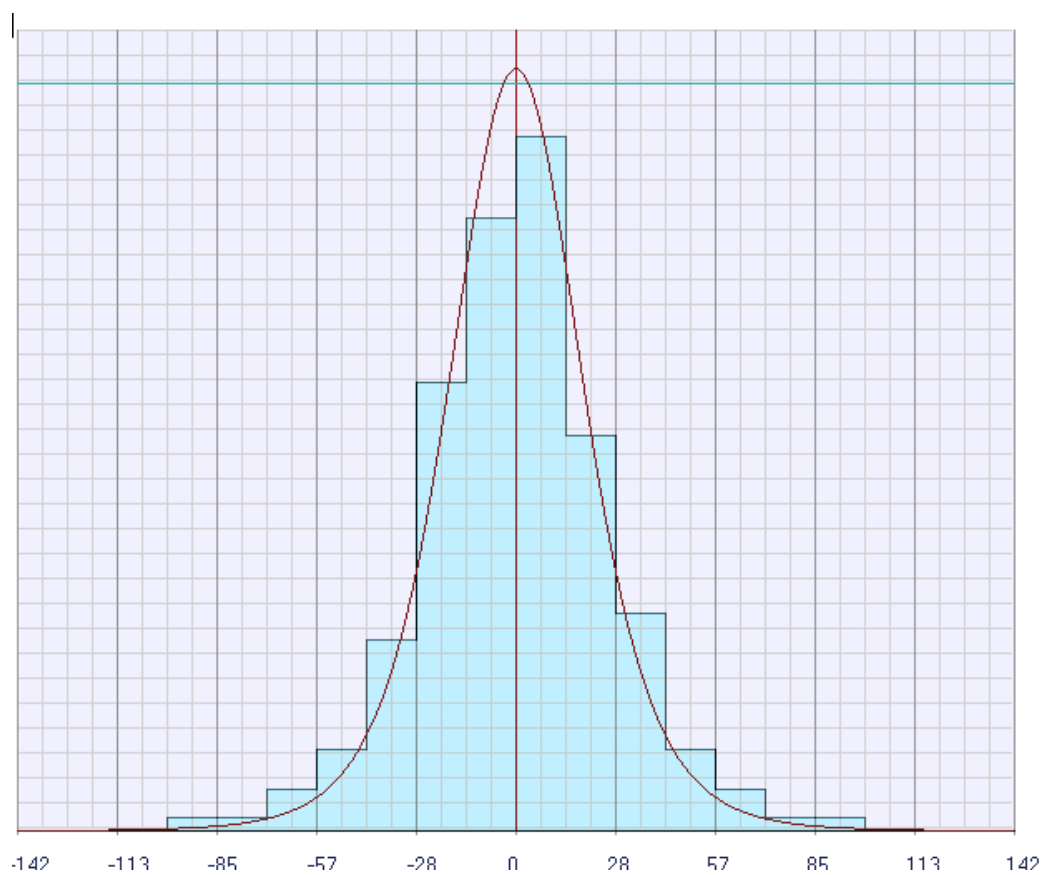


Рис. ДБ.2. Вибірка 1, змішаний закон другого типу,  $n=2$

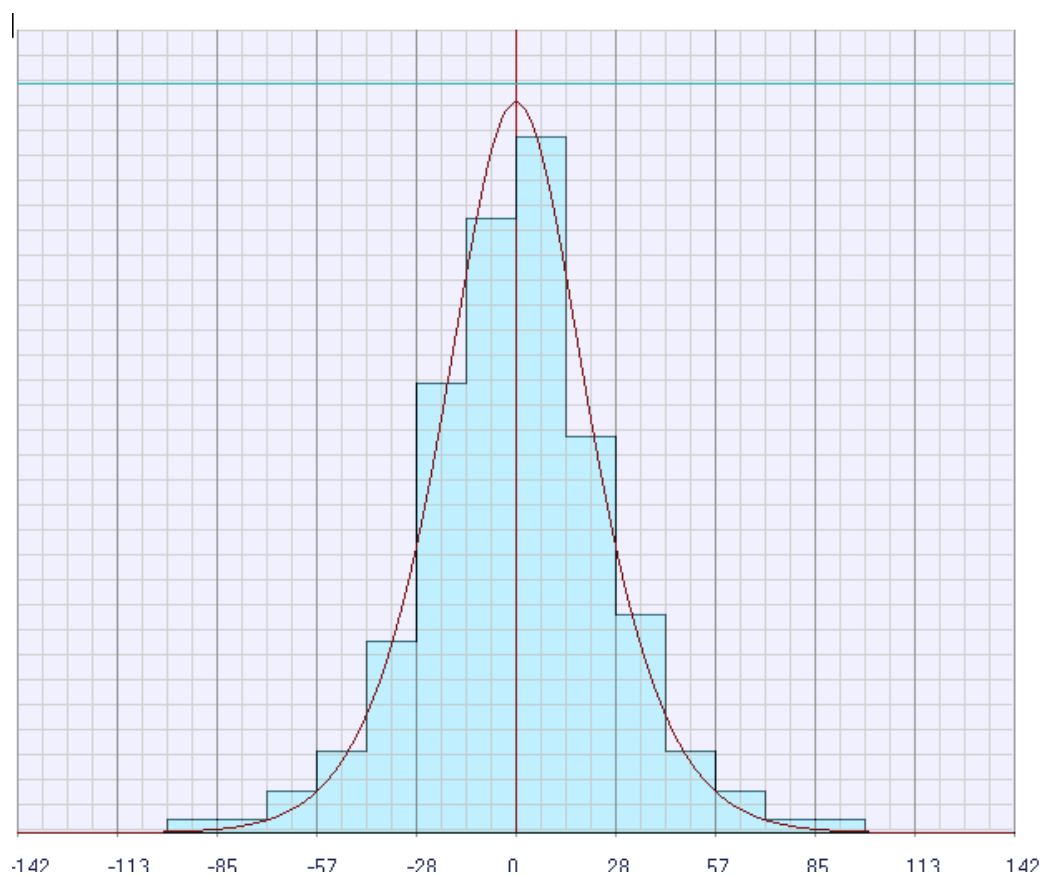


Рис. ДБ.3. Вибірка 1, узагальнений закон Пуассона,  $c=3,75$

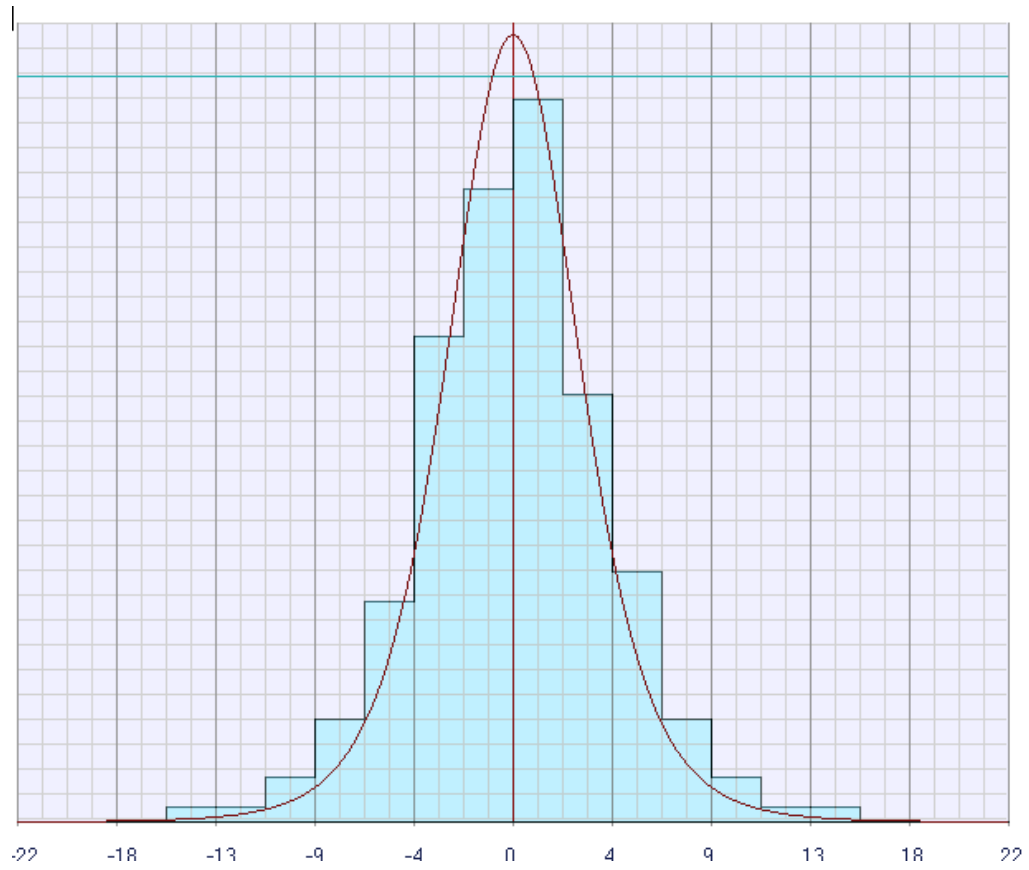


Рис. ДБ.4. Вибірка 2, змішаний закон другого типу,  $n=2$

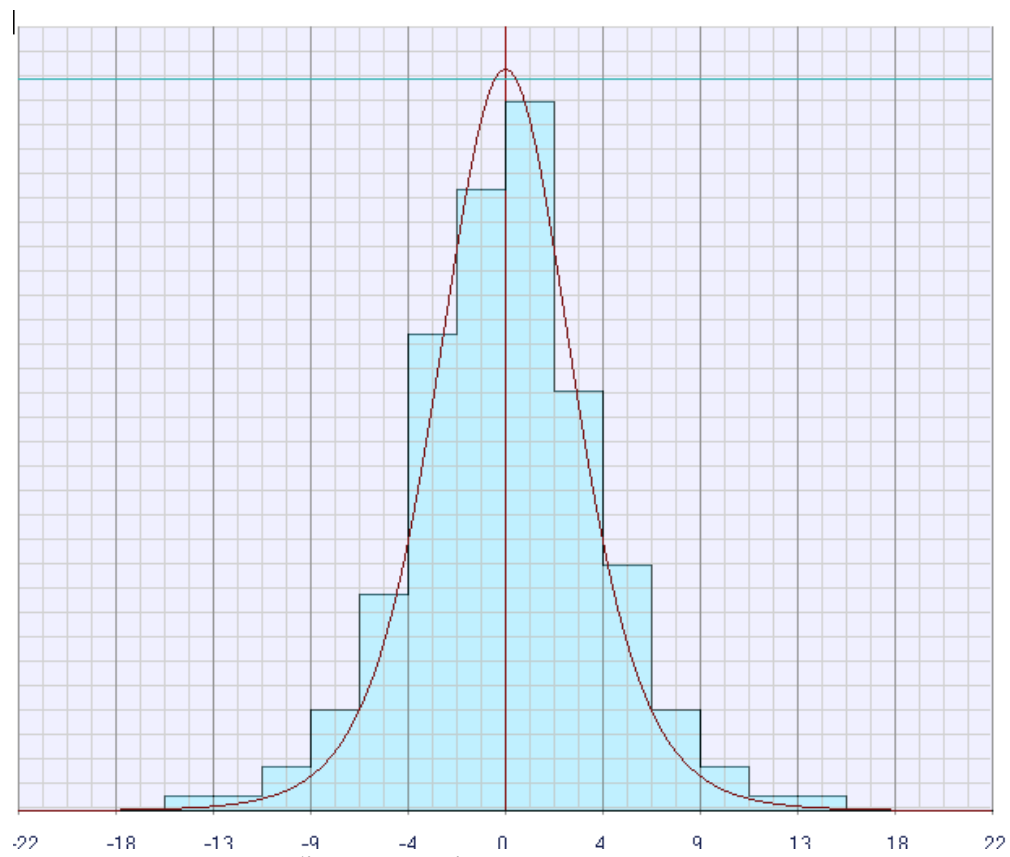


Рис. ДБ.5. Вибірка 2, змішаний закон першого типу,  $n=3$

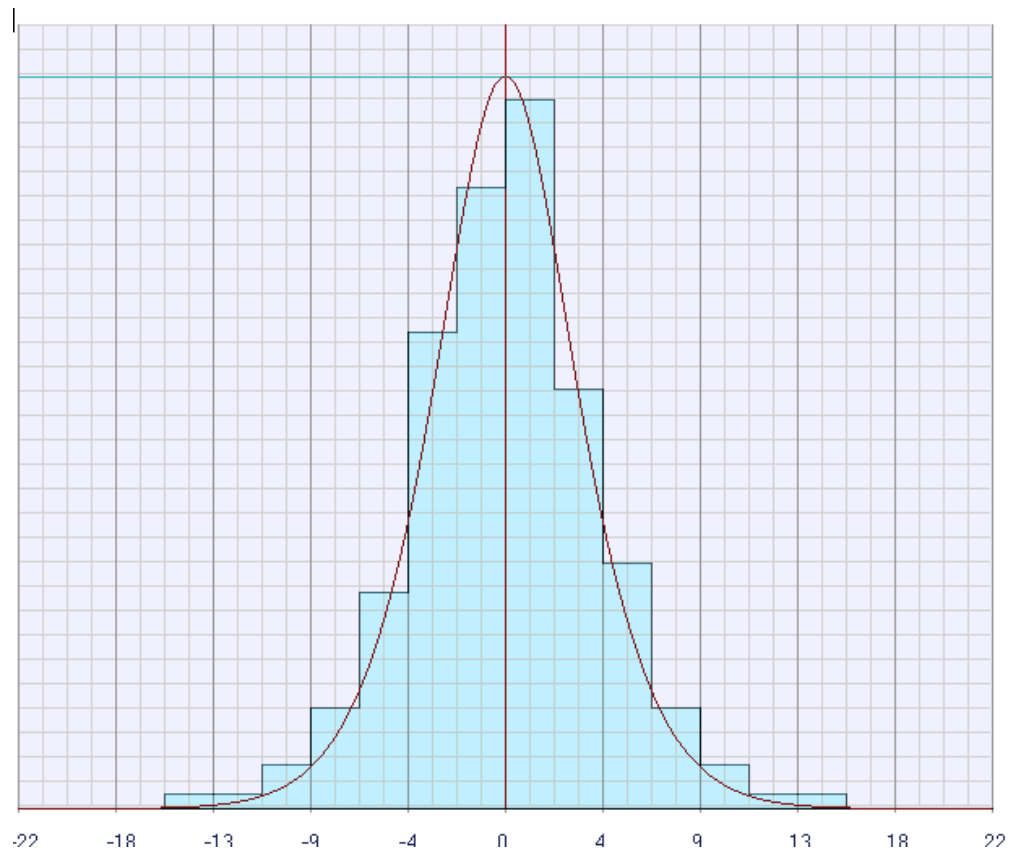


Рис. ДБ.6. Вибірка 2, узагальнений закон Пуассона,  $c=3,75$

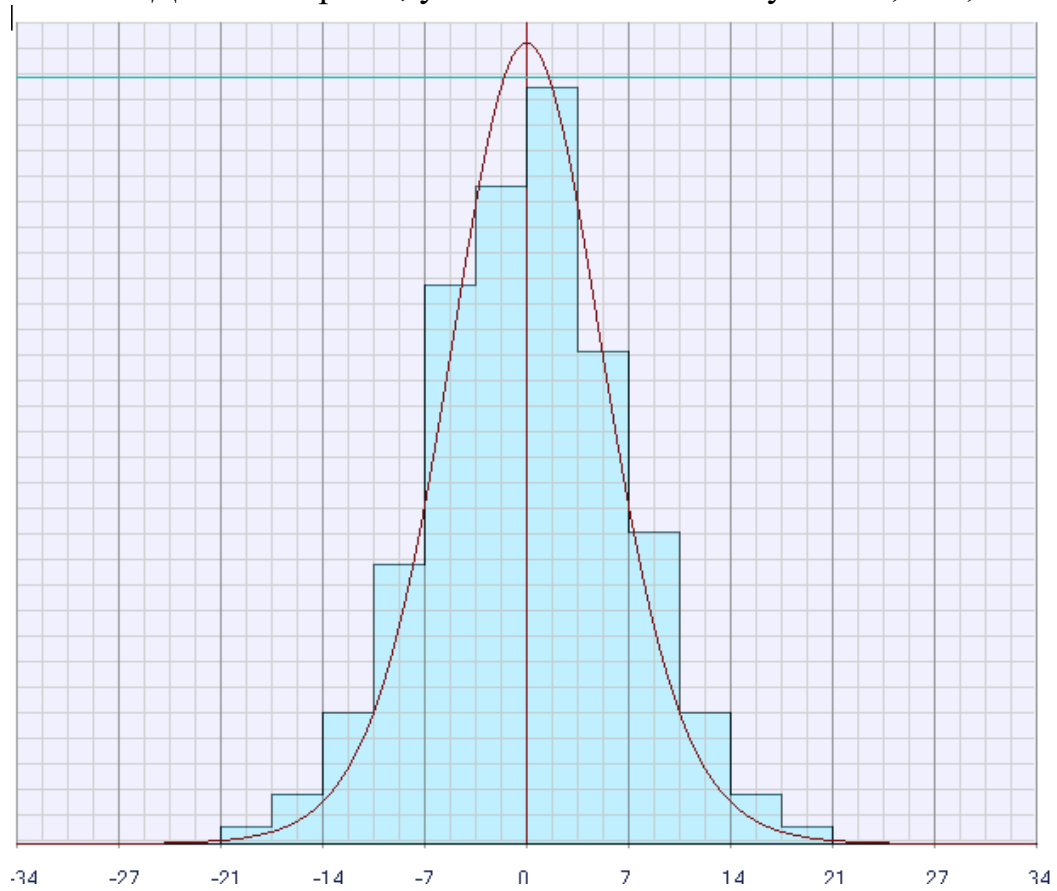


Рис. ДБ.7. Вибірка 3, змішаний закон першого типу,  $n=6$

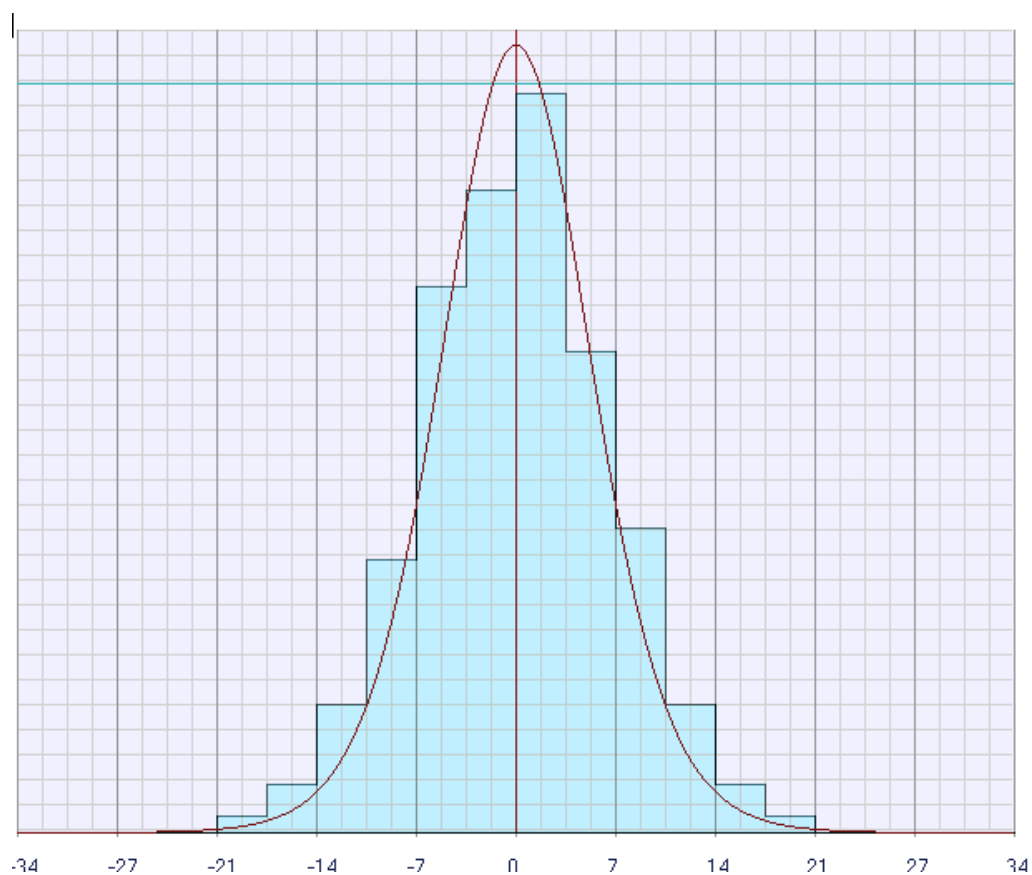


Рис. ДБ.8. Вибірка 3, змішаний закон другого типу,  $n=5$

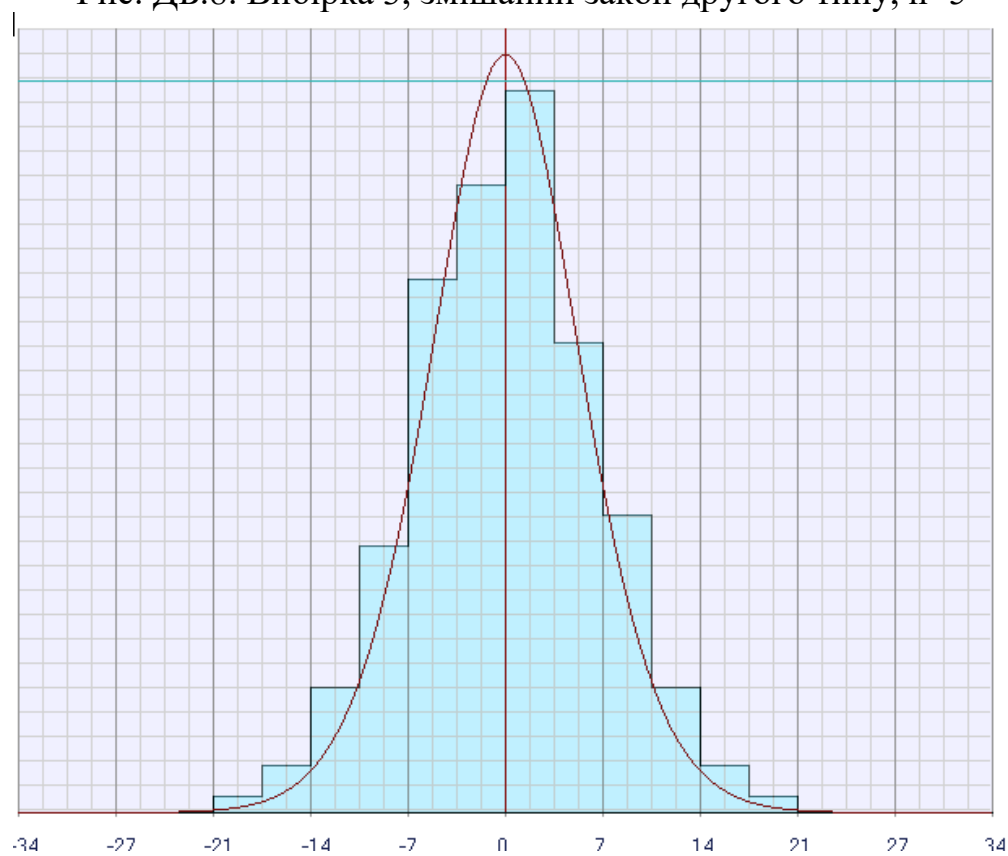


Рис. ДБ.9. Вибірка 3, узагальнений закон Пуассона,  $c=8$

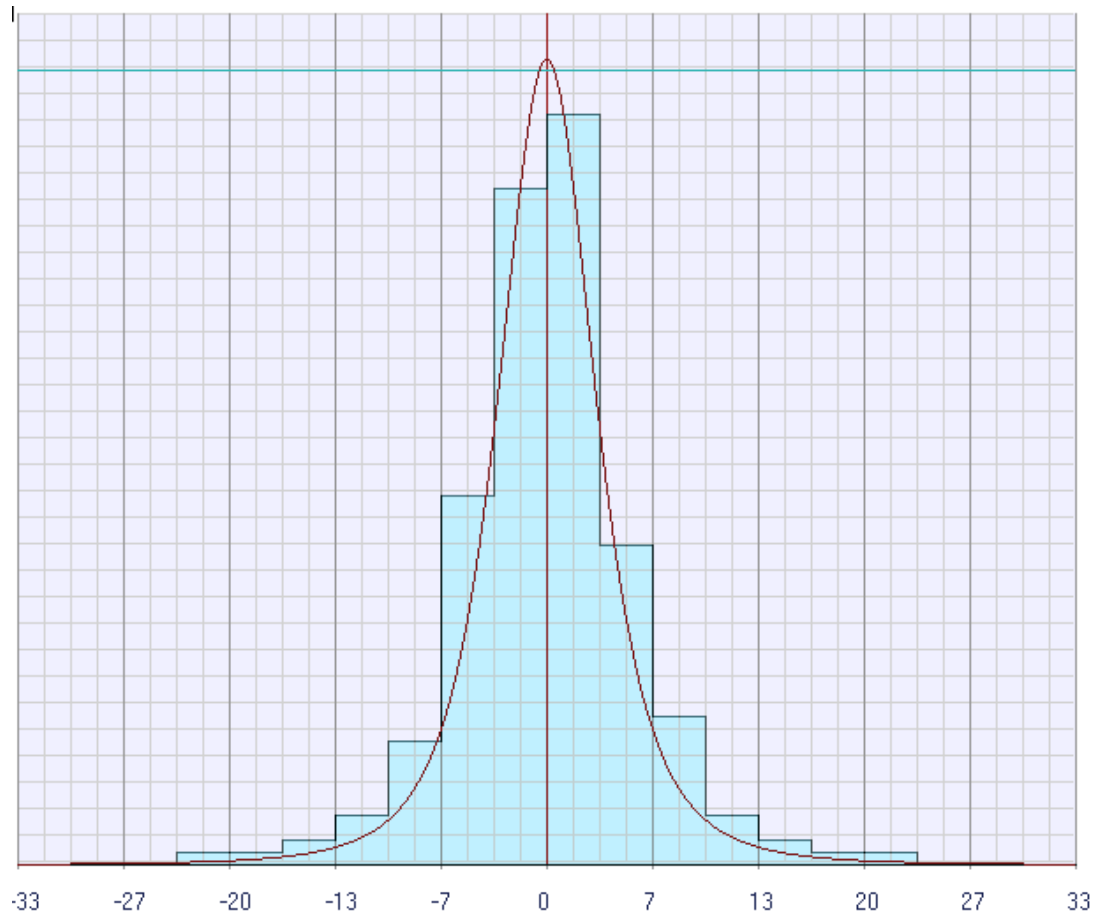


Рис. ДБ.10. Вибірка 4, змішаний закон першого типу,  $n=1$

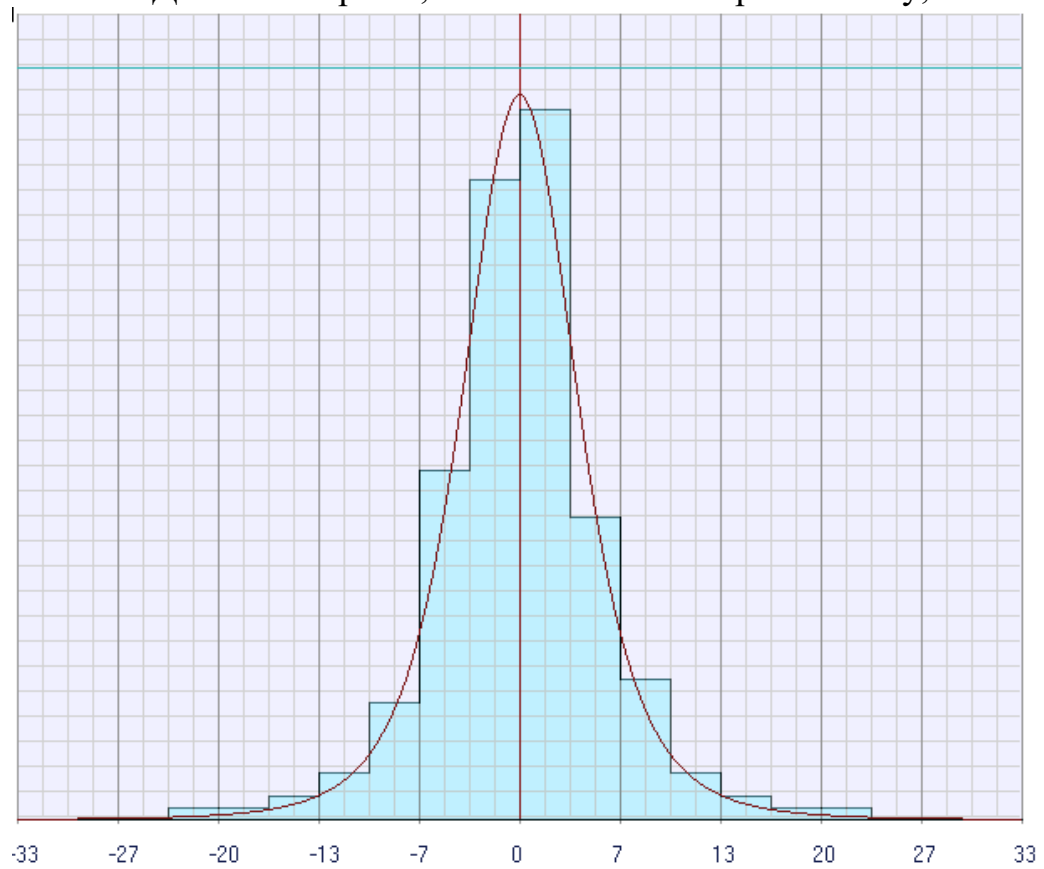


Рис. ДБ.11. Вибірка 4, змішаний закон другого типу,  $n=1$

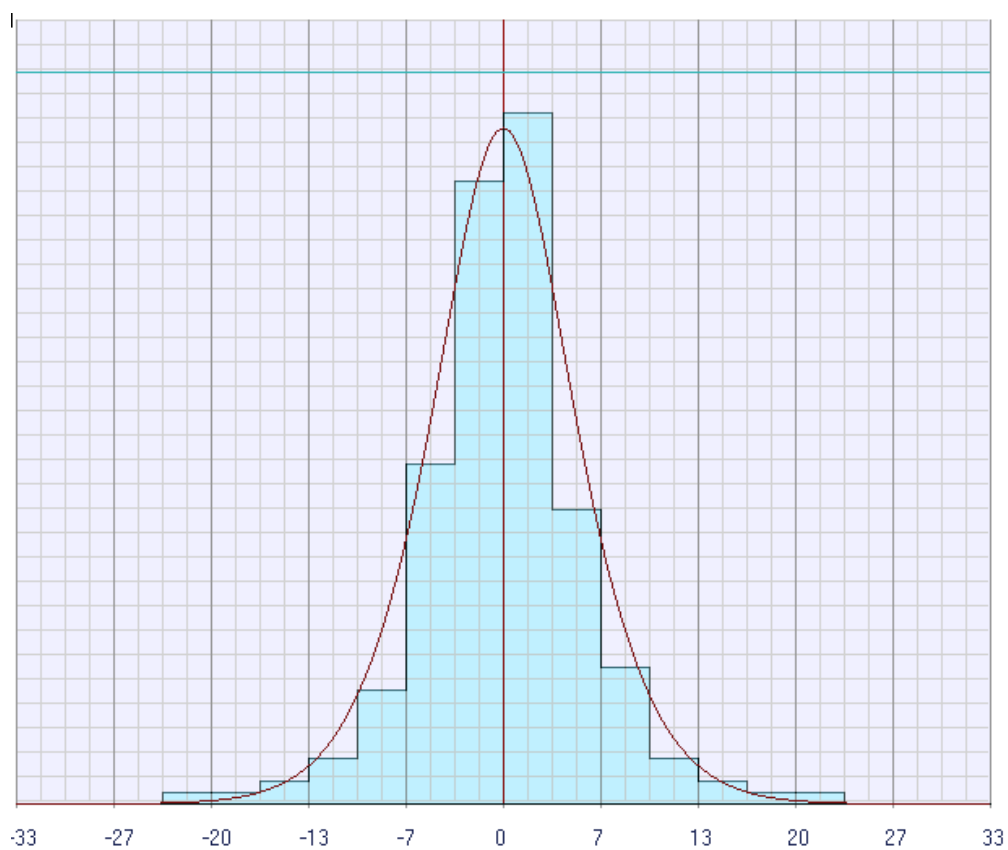


Рис. ДБ.12. Вибірка 4, узагальнений закон Пуассона,  $c=3,75$

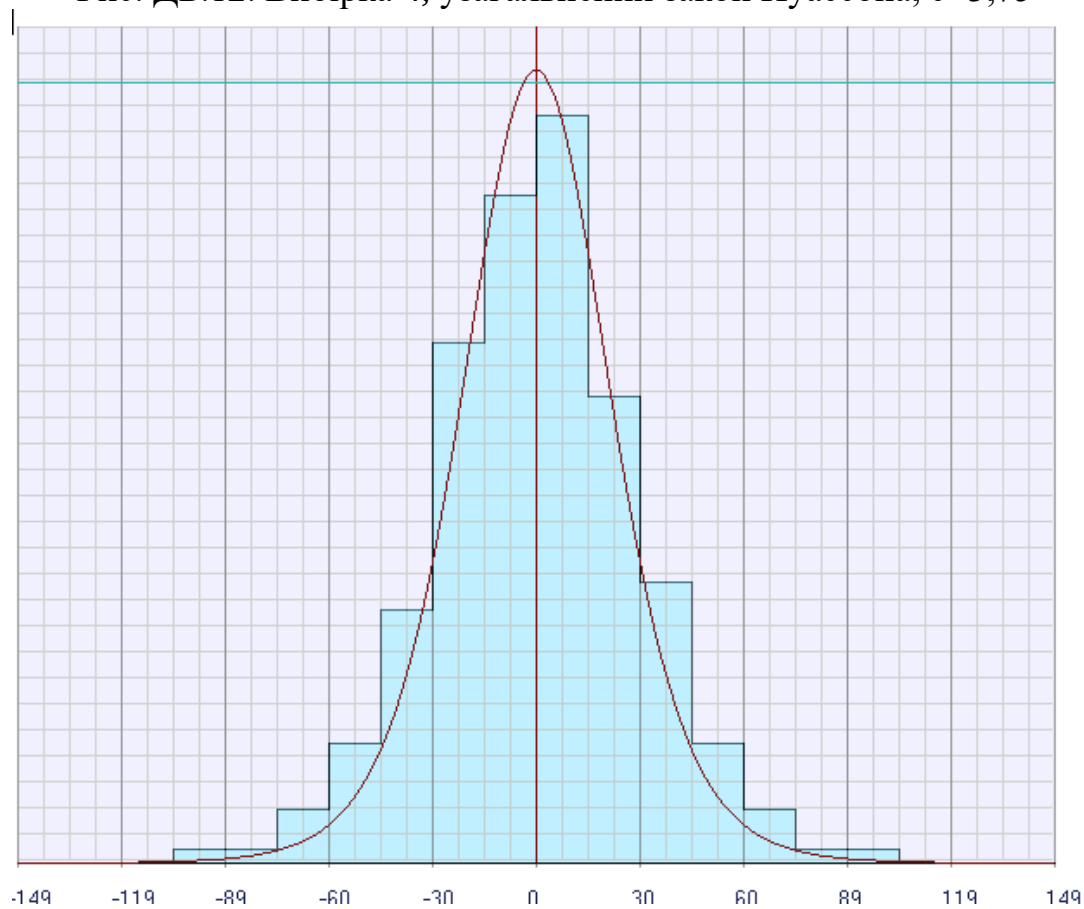


Рис. ДБ.13. Вибірка 5, змішаний закон другого типу,  $n=3$

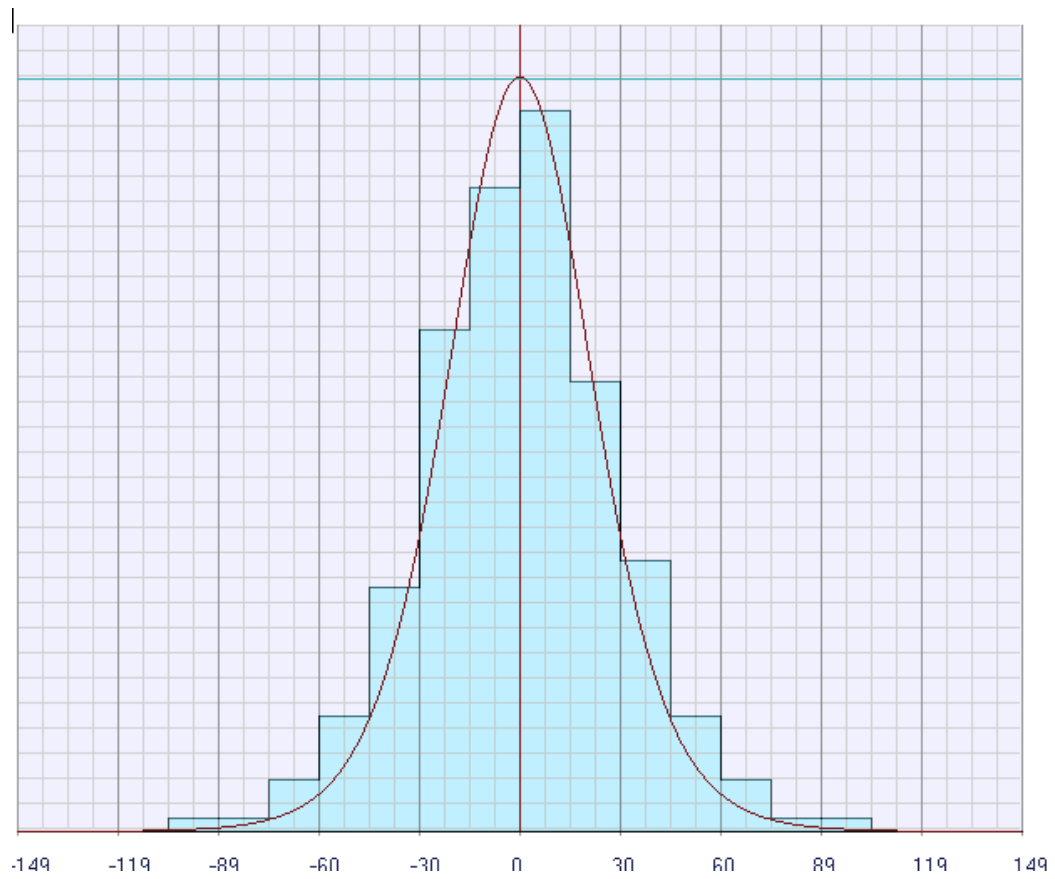


Рис. ДБ.14. Вибірка 5, змішаний закон першого типу,  $n=4$

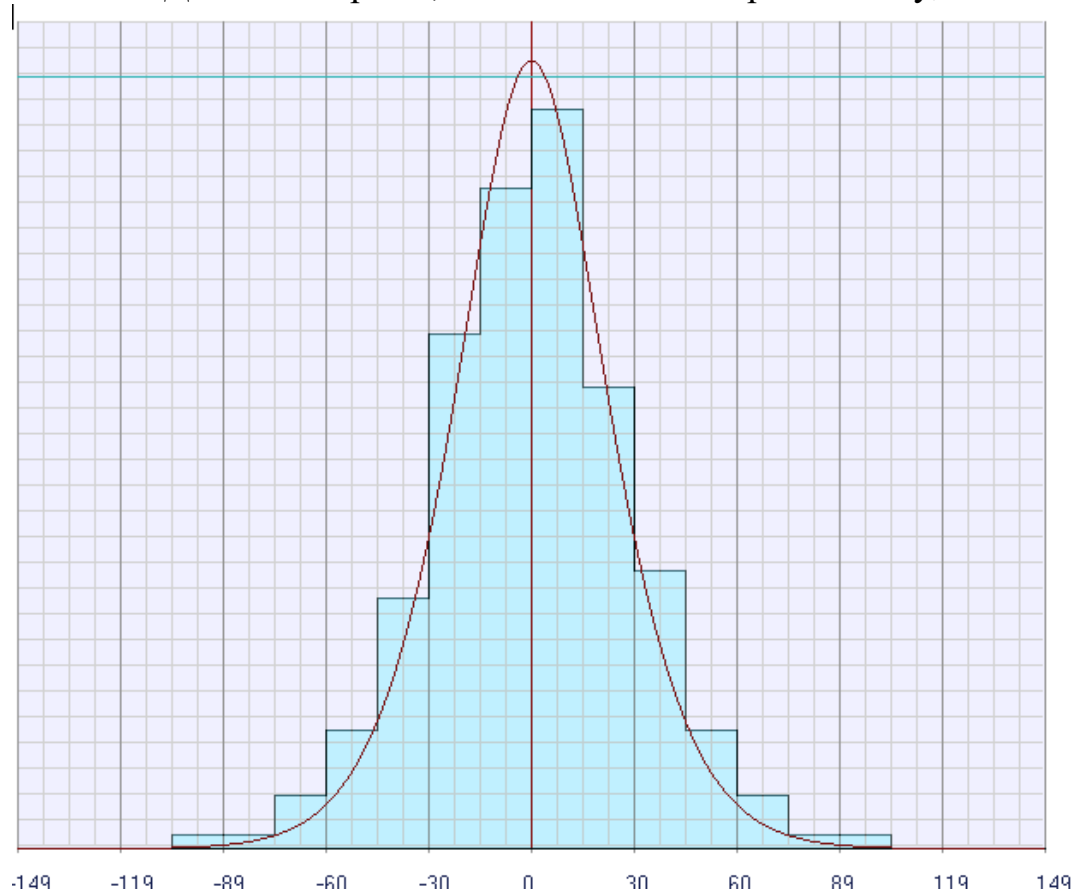


Рис. ДБ.15. Вибірка 5, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$



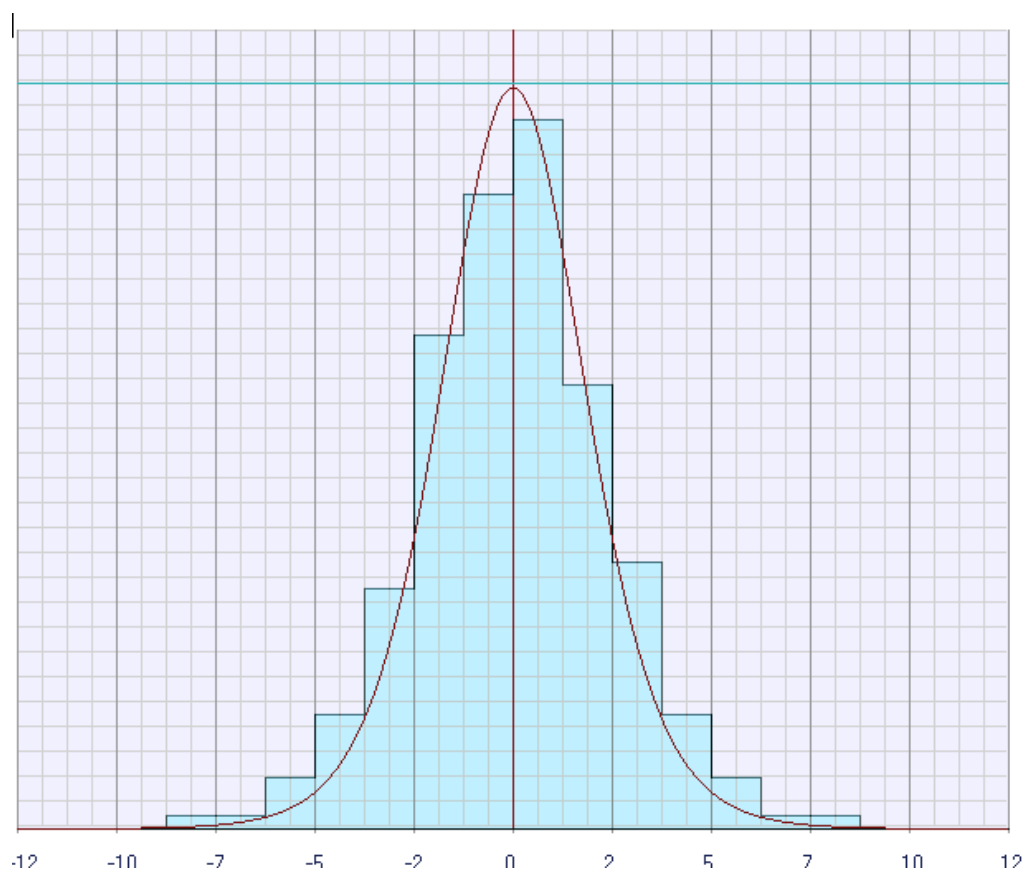


Рис. ДБ.16. Вибірка 6, змішаний закон першого типу,  $n=4$

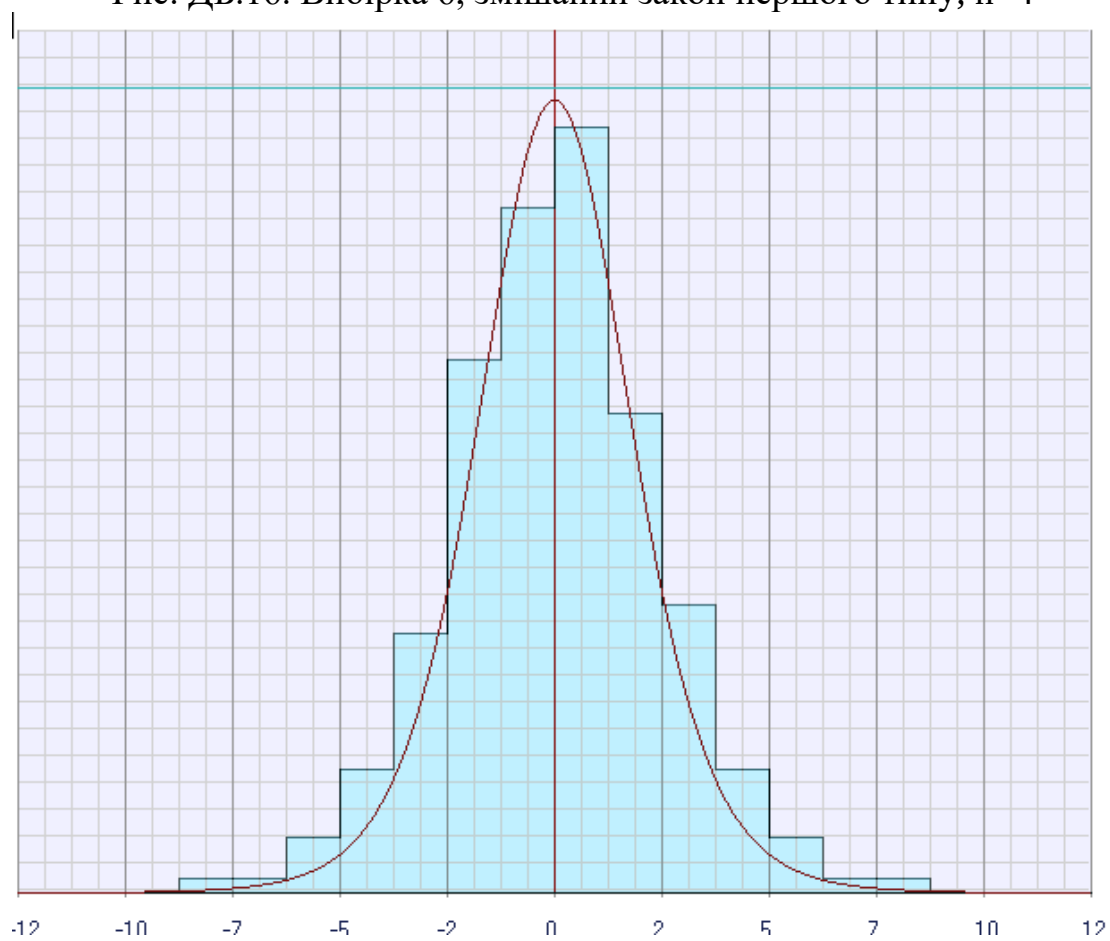


Рис. ДБ.17. Вибірка 6, змішаний закон другого типу,  $n=3$

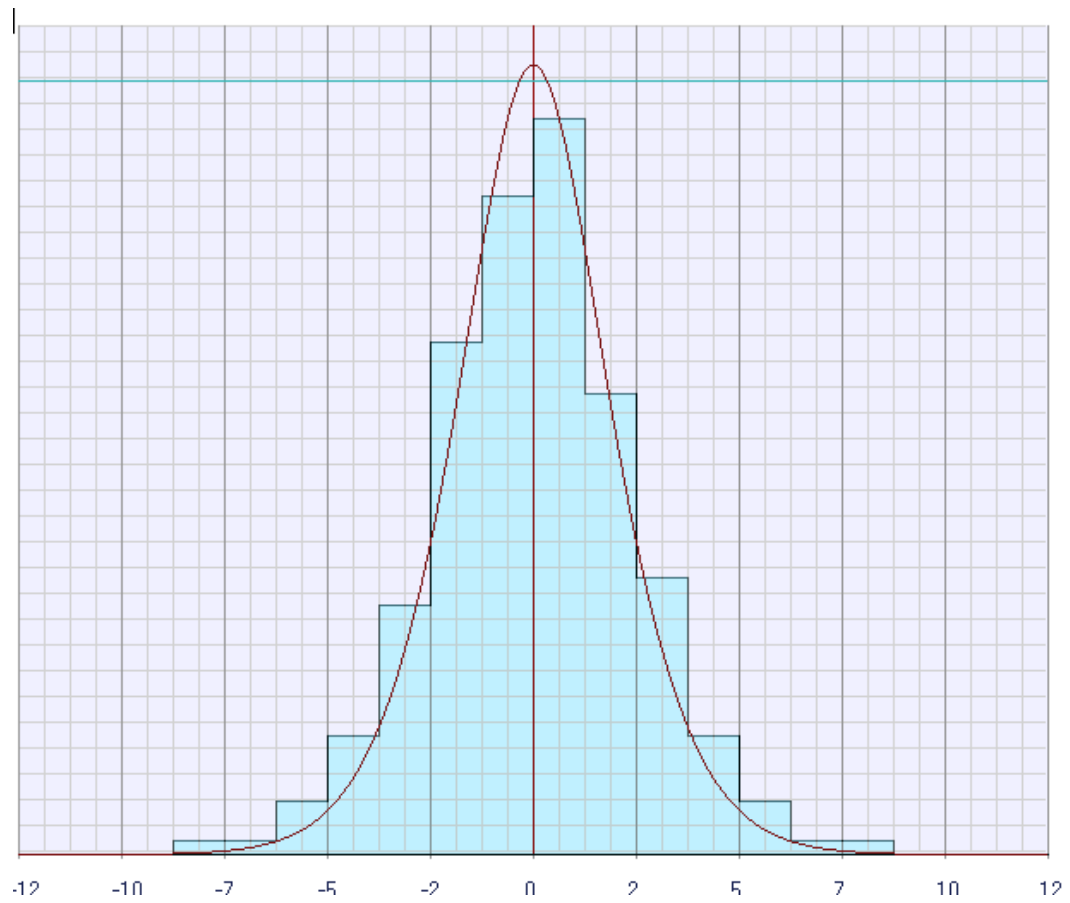


Рис. ДБ.18. Вибірка 6, узагальнений закон Пуассона,  $c=4,25$

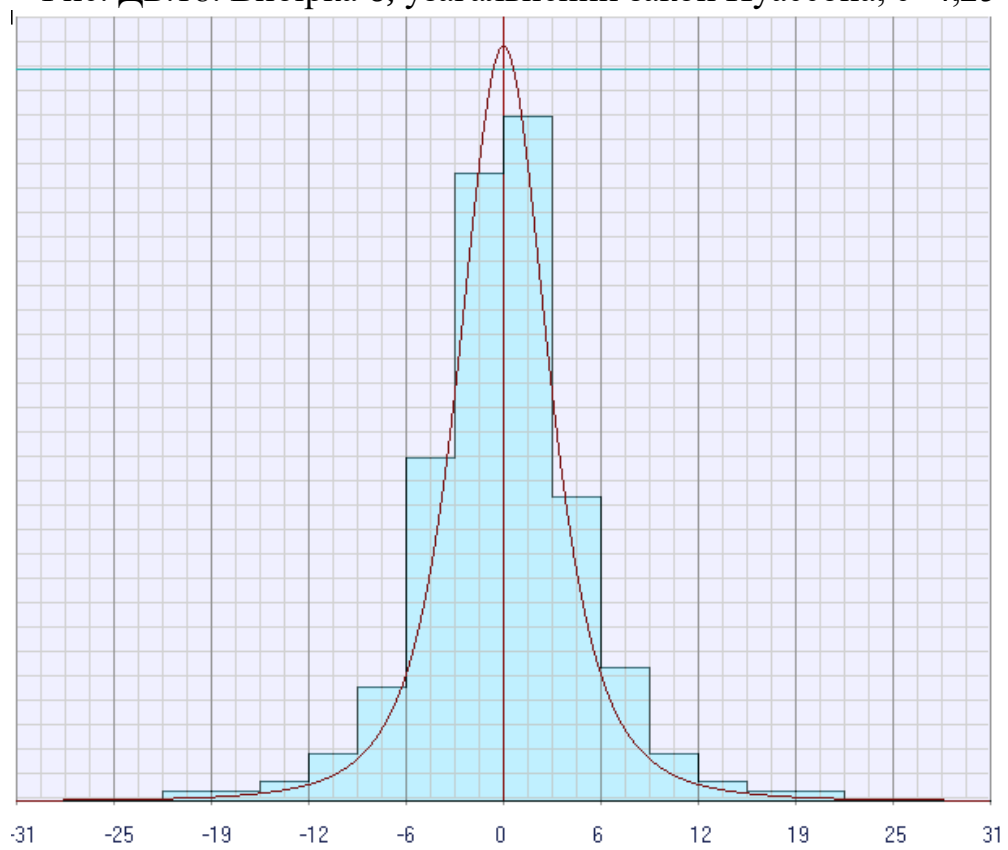


Рис. ДБ.19. Вибірка 7, змішаний закон першого типу,  $n=1$

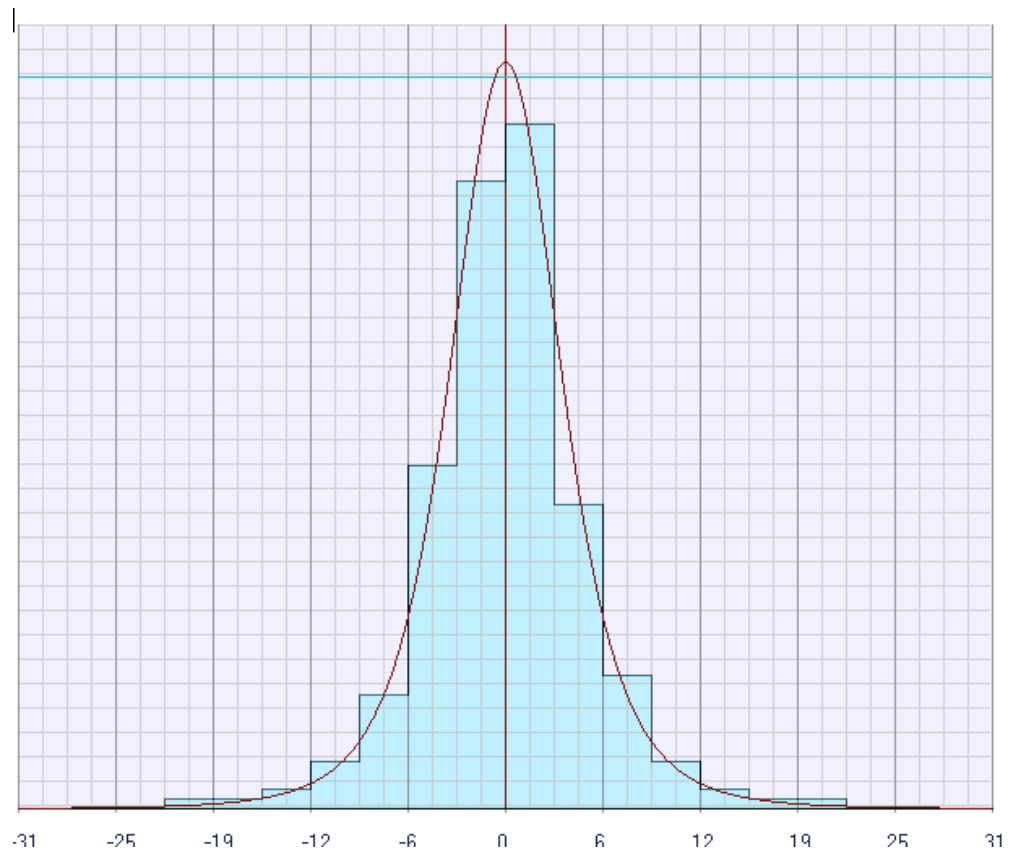


Рис. ДБ.20. Вибірка 7, змішаний закон другого типу,  $n=1$

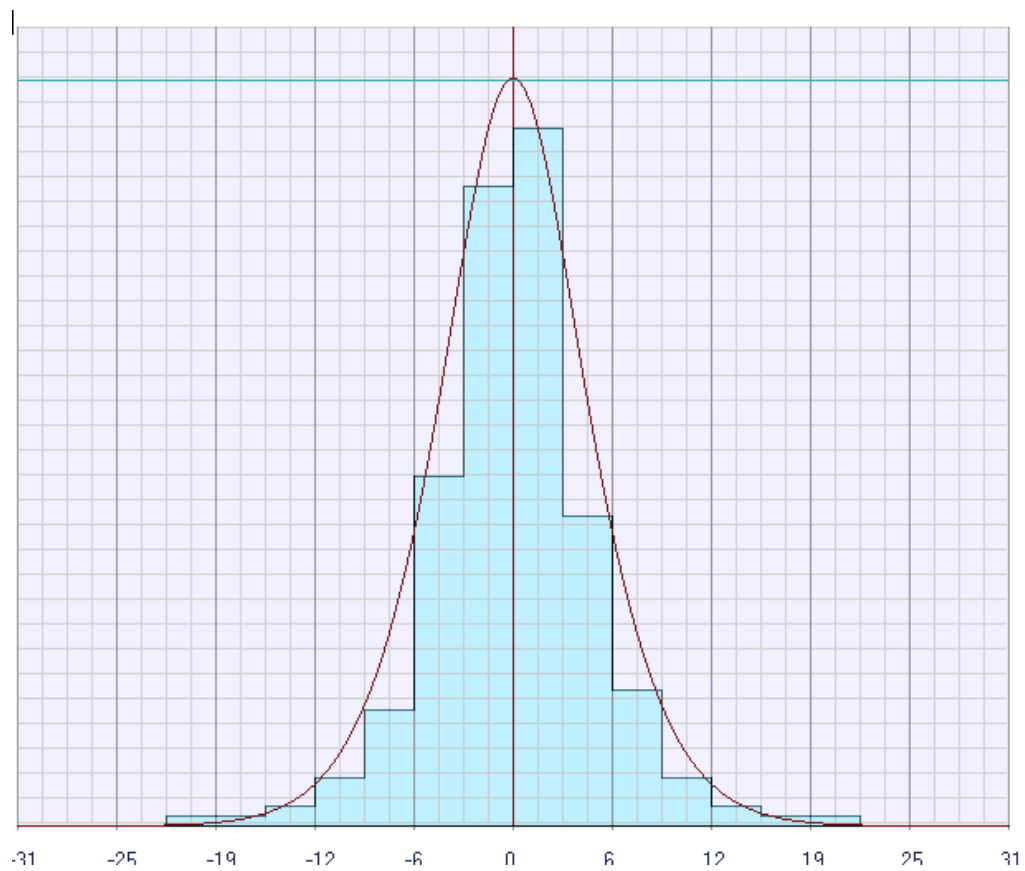


Рис. ДБ.21. Вибірка 7, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$

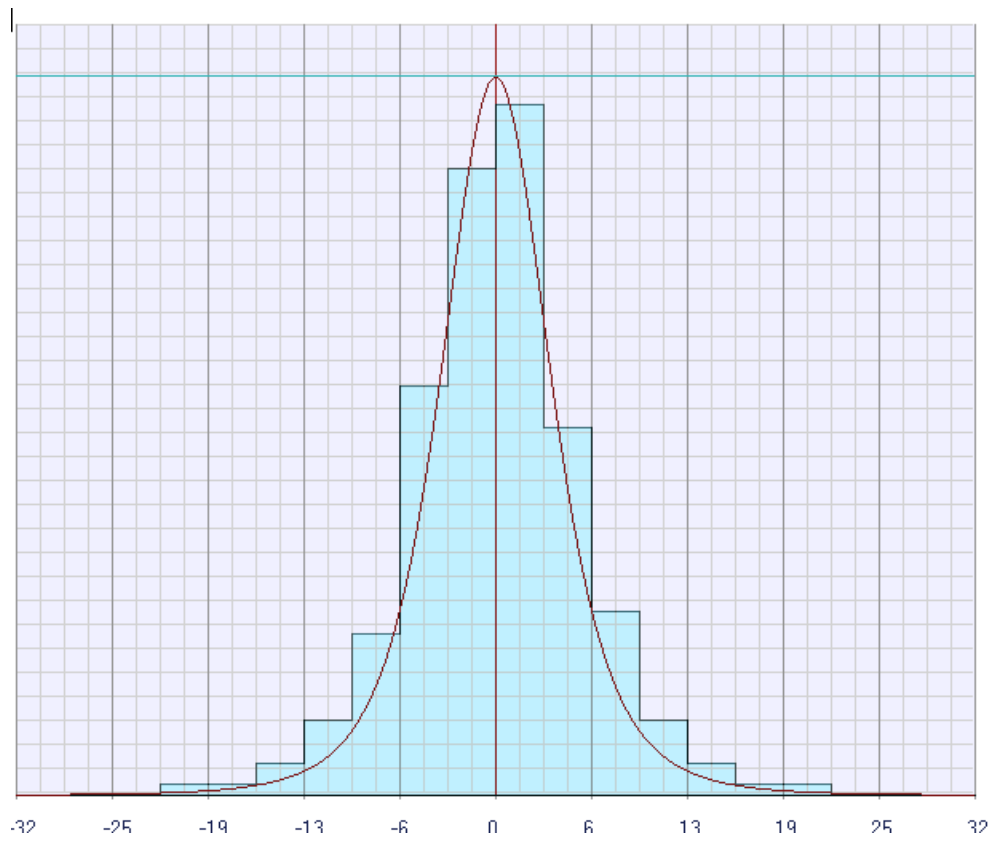


Рис. ДБ.22. Вибірка 8, змішаний закон другого типу,  $n=1$

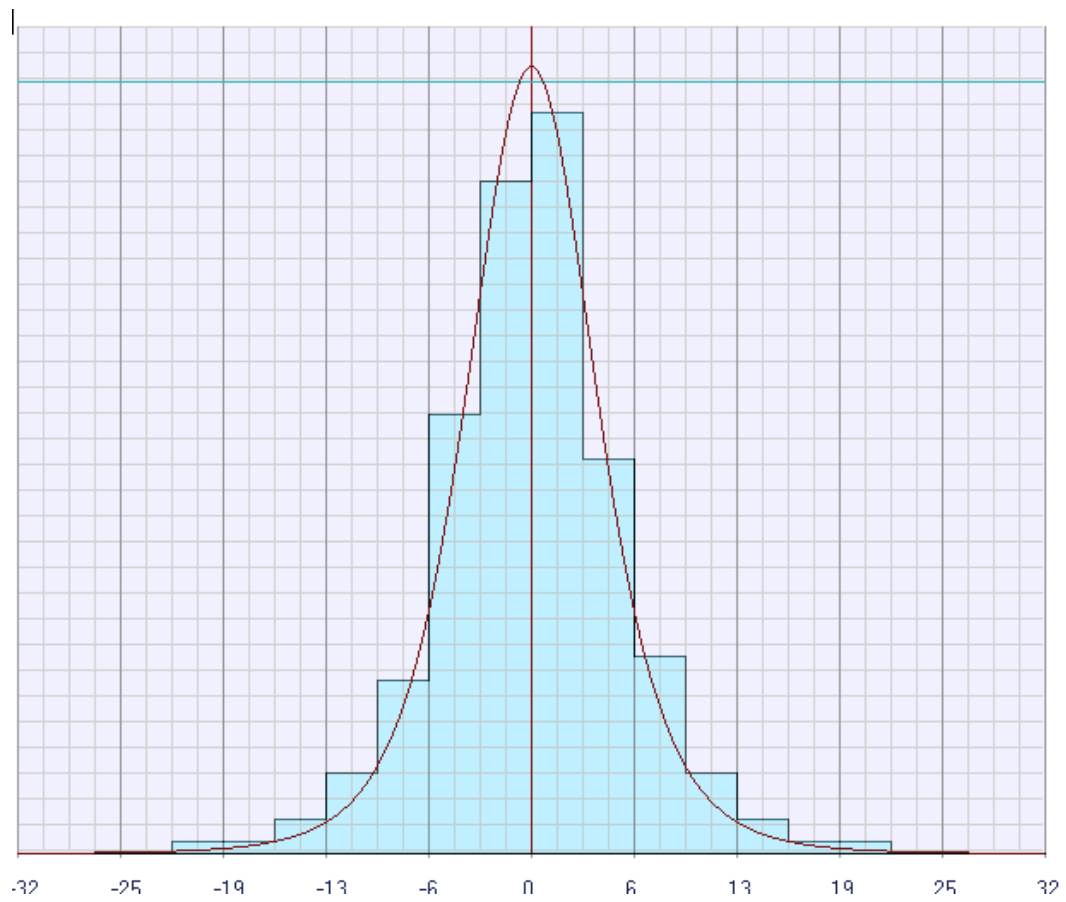


Рис. ДБ.23. Вибірка 8, змішаний закон першого типу,  $n=2$

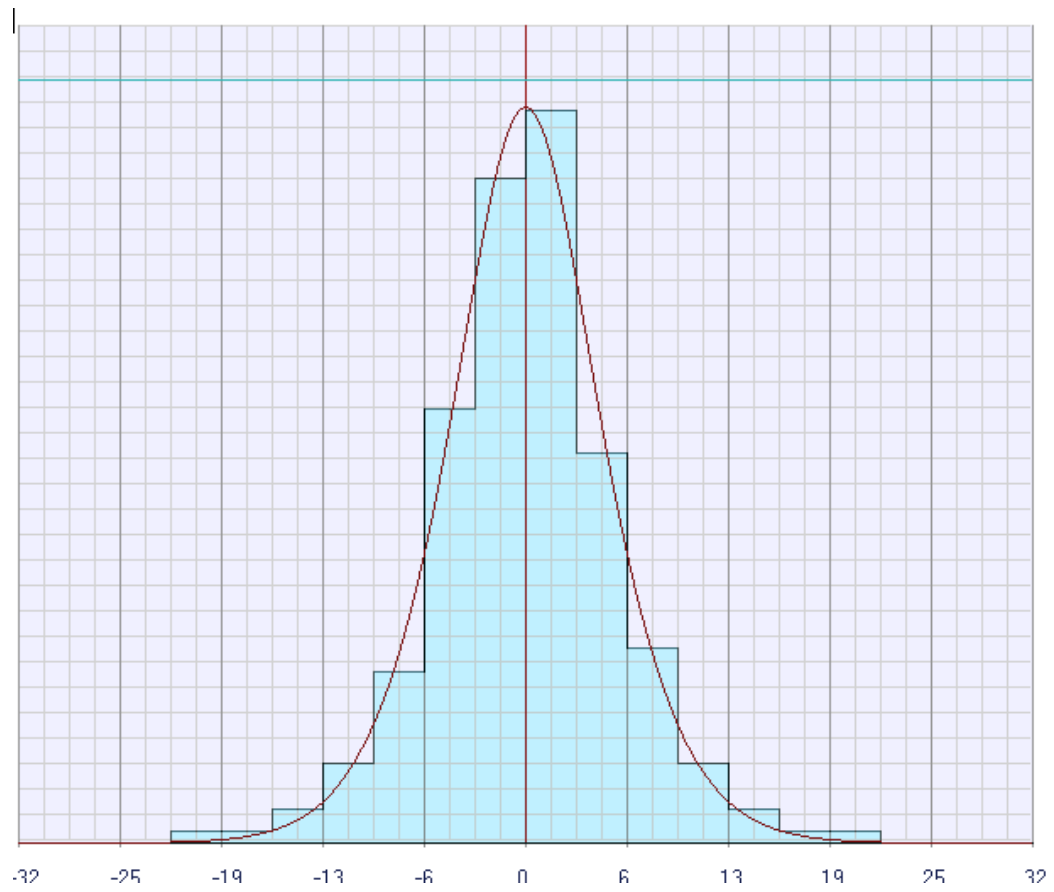


Рис. ДБ.24. Вибірка 8, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$

## ДОДАТОК В.

## Список публікацій здобувача та відомості про апробацію результатів дисертації

1. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrücken, Deutschland/ Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.
2. Алексейчук Б.М. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных линиях положения, полученная имитационным моделированием / Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Астайкин Д.В. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017.- С. 47 - 51.
3. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.
4. Астайкин Д.В. Анализ особенностей обобщенного пуассоновского закона и смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М, Сикирин В.Е. // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 15 сентября 2017 - Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 19 - 24.
5. Сикирин В.Е. Формализация системы принятия решений по управлению движением судна/Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2017 - С. 203-209.
6. Алексейчук Б.М. Сравнительная характеристика смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений с обобщенным

пуассоновским законом/Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 8.

7. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона./ Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152-157.

8. Алексейчук Б.М. Модели формирования законов распределения погрешностей навигационных измерений/ Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 11.

9. Тришин Н. В. Интегрирование предиктивной модели движения судна в ЭКНИС / Тришин Н. В., Сикирин В. Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 24. – Одесса: «ИздатИнформ», 2014 - С. 164-171.

10. Пипченко А.Д. Поиск оптимального закона в задаче автоматического регулирования курса судна/ Пипченко А.Д., Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 20. – Одесса: «ИздатИнформ», 2011 - С. 165-174.

11. Сикирин В.Е. Выражение для эксцесса обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016): Матеріали Міжнародної наук.-практ. конф., 24-26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 143–146.

12. Сикирин В.Е. Эффективность обсервованных координат судна при распределении погрешностей линий положения по обобщенному закону Пуассона/Сикирин В.Е.// Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017): Матеріали IX Міжнародної наук.-практ. конф., 23-25 травня. 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 136–139.

13. Алексейчук Б.М. Влияние длительности формирования выборки на закон распределения вероятностей погрешностей навигационных измерений/

Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Пасечнюк С.С. // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-тех. конф., 17-18 травня 2017 р. – Миколаїв : МУК, 2017. – С. 23–25.

14. Сикирин В.Е. Анализ возможности использования обобщенного распределения Пуассона для описания случайных погрешностей навигационных измерений/ Сикирин В.Е. // Морські перевезення та інформаційні технології в суднопластві: Матеріали наук.-техн. конф., 19-20 листоп. 2015 – Одеса : ОНМА, 2015. – С. 137-139.

15. Сикирин В.Е. Стратифицированное описание системы управления движением судна. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, суднопластво, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2016 – Одеса : ОНМА, 2016. – С. 119–120.

16. Сикирин В.Е. Зависимость точности судовождения от закона управления движением судна по курсу. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, суднопластво, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С. 137-140 .

#### Відомості про апробацію результатів дисертації.

Основні результати і положення роботи доповідалися, обговорювалися і були схвалені на науково-практичних, науково-технічних і науково-методичних конференціях:

науково-технічна конференція «Морські перевезення та інформаційні технології в суднопластві»(Одеса, 19-20 листоп. 2015 р.), науково-технічна конференція «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, суднопластво, перевезення, безпека» (Одеса, 16-17 листопаду 2016 р.), науково-технічна конференція «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, суднопластво, перевезення, безпека» (Одеса, 16-17 листоп. 2017 р.), Всеукраїнська науково-технічна конференція «Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних



засобів і інженерних споруд» (Миколаїв, 17-18 травня 2017 р.), VIII Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)» (Херсон, 24-26 травня 2016 р.), IX Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)» (Херсон, 23-25 травня 2017 р.), XXVII Международная конференция «Развитие науки в XXI веке» (Харків, 15 вересня 2017 р.).

## ДОДАТОК Д.

## Акти впровадження результатів дисертації

ЗАТВЕРДЖУЮ

Перший проректор Національного  
університету «Одеська морська академія»  
д.ю.н., професор  О.М. Шемякін  
«  03 2018 р.

## А К Т ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Цим актом підтверджується, що в державному закладі вищої освіти «Національний університет «Одеська морська академія»» одержали впровадження в навчальний процес кафедри Управління судном в дисципліні маневрування та управління судном наступні результати дисертаційної роботи Сікіріна Володимира Євгеновича на тему “ Оптимізація управління рухом судна за мінімумом траєкторної похибки ”:

- спосіб оцінки показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна і його залежність від детермінованих та стохастичних факторів.

Начальник навчального відділу  
Національного університету  
«Одеська морська академія»

 М.М. Пархоменко

Декан факультету морських перевезень  
і технологій, к.т.н., доцент

 І.І.Ворохобін

Завідувач кафедрою Управління судном,  
к.т.н., доцент

 І.О. Бурмака

ЗАТВЕРДЖУЮ



Проректор по науковій роботі Національного  
університету «Одеська морська академія»

д.т.н., професор

В.А. Голіков

03

2018 р.

## А К Т

про використанні результатів дисертаційної роботи  
Сікіріна Володимира Євгеновича на тему «Оптимізація управління  
рухом судна за мінімумом траєкторної похибки»  
в наукових дослідженнях, які виконуються в університеті

Ми, що нижче підписались, начальник науково-дослідної частини університету Савчук В.Д., завідувач кафедру «Технічні засоби судноводіння» Чапчай П.О. склали цей акт у тому, що результати дисертаційної роботи Сікіріна В.Є. увійшли складовою частиною в звіт по науково-дослідній роботі «Забезпечення безпеки судноводіння в стислих районах плавання», НУ «ОМА», Одеса – 2018 р. (№ ДР 0115U003580), науковий керівник доцент Ворохобін І.І.

Начальник науково-дослідної  
частини НУ «ОМА»,  
к.т.н., с.н.с., професор

В.Д. Савчук

Завідувач кафедру,  
д.т.н., професор

П.О. Чапчай

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Директор «CMA Ships Ukraine»

 Є.Є. Тюпиков

28.03.2018

**АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ  
РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ**

ст. викладача Національного університету «Одеська морська академія» Сікіріна В.Є. на тему: «Оптимізація управління рухом судна за мінімумом траєкторної похибки» на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.22.13 – навігація та управління рухом.

Цим актом засвідчуємо, що в виробничу діяльність судноплавної компанії «CMA Ships Ukraine» з метою підвищення безпеки судноплавства та при перепідготовці судноводіїв компанії впроваджено результати зазначеного дисертаційного дослідження, а саме:

- спосіб оцінки показника ефективності системи прийняття рішень з управління рухом судна і його залежність від детермінованих та стохастичних факторів.

Директор «CMA Ships Ukraine»



Є.Є. Тюпиков

## АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Цим актом підтверджується, що в приватному вищому навчальному закладі «Інститут післядипломної освіти» «Одеський морський тренажерний центр» одержали впровадження в навчальний процес наступні результати дисертаційної роботи Сікіріна Володимира Євгеновича на тему “ Оптимізація управління рухом судна за мінімумом траєкторної похибки ”:

- аналітичний опис системи прийняття рішень з управління рухом судна, як багаторівневої ієрархічної системи прийняття рішень з використанням її стратифікованого і багат шарового опису;
- розрахунок обсервованих координат судна методом максимальної правдоподібності при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассону.

**Директор**

Інституту післядипломної освіти  
«Одеський морський тренажерний центр»,  
к.т.н., професор

03.04.2018 р.



Пашенко Ю.В.

```

unit Project_Un;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,
  ExtCtrls, StdCtrls;

type
  TForm1 = class(TForm)
    Image1: TImage;
    Timer1: TTimer;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    ButtonAvt: TButton;
    ButtonVar: TButton;
    ButtonVib: TButton;
    ButtonNb: TButton;
    ButtonDis: TButton;
    ButtonNext: TButton;
    ButtonStoh: TButton;
    ButtonMix: TButton;
    ButtonRas: TButton;
    ButtonOK: TButton;
    ButtonN: TButton;
    ButtonSintez: TButton;
    Button3: TButton;
    Button4: TButton;
    Button5: TButton;
    Panel1: TPanel;
    Panel2: TPanel;
    Panel4: TPanel;
    Panel5: TPanel;
    Panel6: TPanel;
    Panel7: TPanel;
    Panel8: TPanel;
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
    procedure FormDestroy(Sender: TObject);
    procedure Image1MouseMove(Sender: TObject; Shift: TShiftState; X,
      Y: Integer);
    procedure ScrollBar1Scroll(Sender: TObject; ScrollCode: TScrollCode;
      var ScrollPos: Integer);
    procedure Image1Click(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
    procedure ButtonOKClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonAvtClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonVarClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonVibClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonNbClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonDisClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonNextClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonStohClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonMixClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonRasClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonNClick(Sender: TObject);
    procedure ButtonSintezClick(Sender: TObject);
  end;

```

```

procedure Button3Click(Sender: TObject);
procedure Button4Click(Sender: TObject);
procedure Button5Click(Sender: TObject);
procedure Button6Click(Sender: TObject);
procedure Timer1Timer(Sender: TObject);
private
    { Private declarations }
public
    { Public declarations }
end;

type
Pt = array[0..600{360}] of TPoint;
Pt1 = array[1..720] of TPoint;
R500 =array[1..500] of real;

var
Form1: TForm1;
ShowBmp,NaviBmp,CopyBmp,Copy1Bmp,Copy2Bmp,Copy3Bmp,TextBmp : TBitmap;

{Lh,Bh,Hh,Lp,Bp,Hp,B1,H1,B2,H2 : word;}

IndCrt,Nbt,Nbto,Nbto,OkBtn,Okbtn1,OkTimer,IndAutom,IndVrt,IndManl,
IndWht,IndVol,IndVvod,OkOkVvod,IndX,IndY,IndZ,Indn : byte;
IndB,IndE,IndU,IndD : byte;
Nbrng,Nrngmax,Ay,s,NvrBtn,NbtVvod,OkOk,OkWht,OkVol,OkVvod,OkScroll : byte;
Yc,Yc1 : word;
GEr : array[1..1000] of real;

NaviTyp,NaviCol : array[1..190] of byte;

Navik,HorizOk,AutomOk,Ok,StrsOk,CorrOk,ShowOk,RangOk,TwoBtOk,
OkBtttn1,OkBtttn2 : byte;
AutomChen,LimPl,LimW,LimV : Integer;

OkLim,IndLim,NbtLim,PrLdLim,WhtLim,VolLim,Lim1,Lim2,Lim3 : byte;
Begdop,Bd1,Bd2,Whtdop,Wd1,Wd2,Bdo1,Bdo2 : word;
Enddop,Ed1,Ed2,Edo1,Edo2,Udpod,Ud1,Ud2,Udo1,Udo2: word;
ClassNaviTyp,ColTyp,TypNavi : byte;

NaviName,NaviLab1,NaviLab2,NaviLab3 : string[20];
NaviWight : LongInt;
NaviSize1,NaviSize2,NaviSize3,Npr,V1,V2,Nc,dN : word;
Xcn,Ycn,K1,K2,K21 : Integer;
Kot,Kot1,Kot2,Vot,Lm,alf,D,Dd : real;

{!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!}

Ns,Ns1,Ns2 : word;
Fp : array[1..6] of real;
Np,h,Nf : array[1..12] of word;
del,p,Ps : array[1..12] of real;
cig,p2 : real;
Xg,Yg : array[1..13] of word;
GEro : array[1..12] of real;
```

```
{!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!}
```

```
IndPor,Npor,IndOK,IndAvt,IndVar,Nbm,Ind1,Ind2,Count,IndRsp,m,md,no : byte;
Disp,po,cigm,pop,Dispop,po1,Disp1,pop1,Dispop1 : R500 {array[1..500] of real};
Dispmin,Dispsum,delDisp,so,fsum,x,Mshx,Mshy,fgaus,dp,Prop,s1,s2,pmin : real;
alf1,alf2,fsm1,fsm2,cigsum,fsum1,D1,A1,B1,C1,fsumo,Efctb,Xgh,Zgh,Xtk,Ztk : real;
n,nop,nop1 : word;
No1,Xsum,Ysum : Integer;
Nb : array[1..10] of word;
Nbp,Nbp1,Dis : array[1..12] of word;
IndV : array[1..12] of byte;
Tr : array[1..3] of TPoint;
Nfsum : array[1..20] of word;
delsum : array[1..20] of real;
io,jo,IndTimer,j3,i3 : byte;
Ysm,Xsm : array[1..20] of real;
Gmn,Ksi,Ksimn,Gn,Ksin,Ksio : real;
Arg,Lap : array[0..60] of real;
IndRep,IndDis,varN : byte;
nvar : array[1..200] of byte;
povar,Dispvar : array[1..200] of R500 {array[1..500] of real};
Ksivar,Gvar,Efvar,Pminvar,Disminvar : array[1..200] of real;
File1 : Textfile;
```

implementation

```
{ $R *.DFM }
```

uses Unit\_2D;

```
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject); {!!!!!!! C R E A T E !!!!!}
label 1,2,3;
var
Xn1,Yn1,Xk1,Yk1,Xn2,Yn2,Xk2,Yk2,K11,K12,gam1,gam2,{Nb,}Ne: word;
Scale : real;
StC : string[4];
StC1 : string[6];
```

HoldTyp : byte;

```
i,j,k,Ncn,Ncno,{No,}Nr : word;
Xtr,Ytr,Ztr,Xs,Ys,Xcr,Ycr,K2o,K11o,K12o,K21o : Integer;
Gr,Gr1 : Pt;
Grn1,Grn2 : array[1..600] of TPoint;
Grs : Pt1;
{Xg,Yg : array[1..13] of word;}
GrG : array[1..25] of TPoint;
a : array [1..10] of word;
Sn,Cs : array [1..10] of real;
SumSn,SumCs,SumSnCs,Dsp,G{,pmin,} : real;
```

begin

```
ShowBmp := TBitmap.Create;
ShowBmp.Width:=800;
ShowBmp.Height:=600;
```



```
NaviBmp := TBitMap.Create;
NaviBmp.Width:=800;
NaviBmp.Height:=430;
```

```
CopyBmp := TBitMap.Create;
CopyBmp.Width:=800;
CopyBmp.Height:=520;
```

```
Copy1Bmp := TBitMap.Create;
Copy1Bmp.Width:=800;
Copy1Bmp.Height:=520;
```

```
Copy2Bmp := TBitMap.Create;
Copy2Bmp.Width:=800;
Copy2Bmp.Height:=520;
```

```
Copy3Bmp := TBitMap.Create;
Copy3Bmp.Width:=800;
Copy3Bmp.Height:=520;
```

```
TextBmp := TBitMap.Create;
TextBmp.Width:=700;
TextBmp.Height:=200;
```

```
{for i:=1 to 61 do Arg[i]:=0.05*(i-1);
Lap[1]:=0; Lap[2]:=0.0564; Lap[3]:=0.1125; Lap[4]:=0.1680; Lap[5]:=0.2227;
Lap[6]:=0.2763; Lap[7]:=0.3286; Lap[8]:=0.3794; Lap[9]:=0.4284; Lap[10]:=0.4755;
Lap[11]:=0.5205; Lap[12]:=0.5633; Lap[13]:=0.6039; Lap[14]:=0.6420; Lap[15]:=0.6778;
Lap[16]:=0.7112; Lap[17]:=0.7421; Lap[18]:=0.7707; Lap[19]:=0.7969; Lap[20]:=0.8209;
Lap[21]:=0.8427; Lap[22]:=0.8624; Lap[23]:=0.8802; Lap[24]:=0.8961; Lap[25]:=0.9103;
Lap[26]:=0.9229; Lap[27]:=0.9340; Lap[28]:=0.9438; Lap[29]:=0.9523; Lap[30]:=0.9527;
Lap[31]:=0.9661; Lap[32]:=0.9716; Lap[33]:=0.9736; Lap[34]:=0.9804; Lap[35]:=0.9838;
Lap[36]:=0.9867; Lap[37]:=0.9891; Lap[38]:=0.9911; Lap[39]:=0.9928; Lap[40]:=0.9942;
Lap[41]:=0.9953; Lap[42]:=0.9963; Lap[43]:=0.9970; Lap[44]:=0.9976; Lap[45]:=0.9981;
Lap[46]:=0.9985; Lap[47]:=0.9988; Lap[48]:=0.9991; Lap[49]:=0.9993; Lap[50]:=0.9995;
Lap[51]:=0.9996; Lap[52]:=0.9997; Lap[53]:=0.9998; Lap[54]:=0.9998; Lap[55]:=0.9999;
Lap[56]:=0.9999; Lap[57]:=0.9999; Lap[58]:=0.9999; Lap[59]:=0.9999; Lap[60]:=0.9999;
Lap[61]:=1.0000;}
```

```
for i:=0 to 60 do Arg[i]:=0.05*i;
Lap[0]:=0; Lap[1]:=0.0564; Lap[2]:=0.1125; Lap[3]:=0.1680; Lap[4]:=0.2227;
Lap[5]:=0.2763; Lap[6]:=0.3286; Lap[7]:=0.3794; Lap[8]:=0.4284; Lap[9]:=0.4755;
Lap[10]:=0.5205; Lap[11]:=0.5633; Lap[12]:=0.6039; Lap[13]:=0.6420; Lap[14]:=0.6778;
Lap[15]:=0.7112; Lap[16]:=0.7421; Lap[17]:=0.7707; Lap[18]:=0.7969; Lap[19]:=0.8209;
Lap[20]:=0.8427; Lap[21]:=0.8624; Lap[22]:=0.8802; Lap[23]:=0.8961; Lap[24]:=0.9103;
Lap[25]:=0.9229; Lap[26]:=0.9340; Lap[27]:=0.9438; Lap[28]:=0.9523; Lap[29]:=0.9527;
Lap[30]:=0.9661; Lap[31]:=0.9716; Lap[32]:=0.9736; Lap[33]:=0.9804; Lap[34]:=0.9838;
Lap[35]:=0.9867; Lap[36]:=0.9891; Lap[37]:=0.9911; Lap[38]:=0.9928; Lap[39]:=0.9942;
Lap[40]:=0.9953; Lap[41]:=0.9963; Lap[42]:=0.9970; Lap[43]:=0.9976; Lap[44]:=0.9981;
Lap[45]:=0.9985; Lap[46]:=0.9988; Lap[47]:=0.9991; Lap[48]:=0.9993; Lap[49]:=0.9995;
Lap[50]:=0.9996; Lap[51]:=0.9997; Lap[52]:=0.9998; Lap[53]:=0.9998; Lap[54]:=0.9999;
Lap[55]:=0.9999; Lap[56]:=0.9999; Lap[57]:=0.9999; Lap[58]:=0.9999; Lap[59]:=0.9999;
Lap[60]:=1.0000;
```

```
IndPor:=1; Npor:=1; n:=2; IndOK:=1; IndAvt:=1; IndVar:=0; Count:=0;
```

```
for i:=1 to 12 do
begin
  Nbp[i]:=50;
  Dis[i]:=10;
  IndV[i]:=0;
end;
```

```
Dispsum:=410; {n:=10;} Dispmin:=0; pmin:=0; IndRsp:=0; IndTimer:=0;
IndRep:=1; varN:=0; Gmn:=100;
```

```
so:=0;
for i:=1 to n do
so:=so+i;
```

```
dp:=(1-n*pmin)/so;
```

```
for i:=1 to n do
po[i]:=pmin+i*dp;
```

```
so:=0;
for i:=1 to n do
so:=so+po[i];
```

```
{1111111111111111 po 1111111111}
```

```
s1:=0;
for i:=1 to Round(n/2) do
s1:=s1+i;
```

```
s2:=0;
for i:=Round(n/2)+1 to n do
s2:=s2+(n+1-i);
```

```
delDisp:=(sqr(n)*Dispsum)/(4*s1);
```

```
for i:=1 to n do
begin
  if i<=n/2 then
    Disp[i]:=delDisp*(2*i/n)
  else Disp[i]:=delDisp*(2*(n-i+1)/n);
end;
```

```
so:=0;
for i:=1 to n do
so:=so+po[i]*Disp[i];
```

```
ColorRectBor(ShowBmp,Image1,70{120},20,670{588},502{488},RGB(240,240,255),
  RGB(240,240,255),0);
```

```
for i:=0 to 32 do
```

```

ColorLine>ShowBmp,Image1,71,20+15*i,669,20+15*i,RGB(210,210,210),1,0);
for i:=0 to 39 do
ColorLine>ShowBmp,Image1,70+15*(i+1),20,70+15*(i+1),501,RGB(210,210,210),1,0);
for i:=0 to 10 do
ColorLine>ShowBmp,Image1,70+60*i,20,70+60*i,505,RGB(150,150,150),1,0);

```

```

ColorLine>ShowBmp,Image1,370,20,370,502,RGB(150,20,20),1,0);
ColorLine>ShowBmp,Image1,70,502,670,502,RGB(150,20,20),1,0);
ColorLine>ShowBmp,Image1,70,152{99},670,152{99},RGB(50,180,180),1,0);

```

```

CopyBmp.Canvas.CopyRect(Rect(30,10,705,520),
Image1.Canvas,Rect(30,10,705,520));

```

```

Copy1Bmp.Canvas.CopyRect(Rect(30,10,705,520),
Image1.Canvas,Rect(30,10,705,520));

```

```

TextBmp.Canvas.CopyRect(Rect(70,20,670,140),
Image1.Canvas,Rect(70,20,670,140));

```

```

Ns:=1000; {cig:=20.6;}

```

```

cig:=cig;
no:=2; jo:=1; io:=1;
j3:=1; i3:=0; Gmn:=100; Ksimn:=100;
end;
procedure TForm1.FormDestroy(Sender: TObject);
begin
ShowBmp.Free;
NaviBmp.Free;
CopyBmp.Free;
Copy1Bmp.Free;
Copy2Bmp.Free;
Copy3Bmp.Free;
end;

```

```

procedure TForm1.Image1MouseMove(Sender: TObject; Shift: TShiftState; X,
Y: Integer);

```

```

var Str1 : string[4];

```

```

begin
with Image1.Canvas do
begin
{ColorRect>ShowBmp,Image1,7,7,35,25,
RGB(230,240,250),0);
Str(X,Str1);
TextOut(10,10,Str1);
ColorRect>ShowBmp,Image1,40,7,68,25,
RGB(230,240,250),0);
Str(Y,Str1);
TextOut(43,10,Str1);
Xcn:=X; Ycn:=Y;}
end;

```

end;

```

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
if IndPor<3 then IndPor:=IndPor+1
else IndPor:=1;
case IndPor of
1: begin
    Button1.Caption:='x 1';
    Npor:=1;
    end;
2: begin
    Button1.Caption:='x 10';
    Npor:=10;
    end;
3: begin
    Button1.Caption:='x 100';
    Npor:=100;
    end;
end;
end;

```

```

procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
var StC : string[3];

```

```

begin
ButtonOK.Enabled:=True;
ButtonAvt.Enabled:=False;
if IndAvt=0 then
    begin
    if n<12 then n:=n+Npor
    else n:=2;
    end
else
    begin
    Button1.Enabled:=True;
    if n<250 then n:=n+Npor
    else n:=2;
    if n>250 then n:=250;
    end;
Str(n,StC);
Button2.Caption:='n= '+StC;
end;

```

```

procedure TForm1.ButtonOKClick(Sender: TObject);
label 1;
var
i,k,t1,t2: byte;
StC : string[3];
StB : string[5];
StD : string[7];
pmax,Dispmax : real;
Xpon,Xpok,Ypo,Ydo,j : word;
Xsum,Xs,Ys : Integer;
Gr,Gr1 : Pt;

```

G,Plp4,bet,Plp,Plp1,Plp2,Plp3,Dispo : real;

begin

ButtonOK.Enabled:=False;

if IndOK=1 then

begin

ButtonStoh.Enabled:=False;

Button1.Enabled:=False;

Button2.Enabled:=False;

ButtonAvt.Enabled:=False;

if IndAvt=1 then ButtonVar.Enabled:=True

else

begin

ButtonVib.Enabled:=True;

ColorRect>ShowBmp,Image1,35,30,700,375+40,RGB(240,250,250),0);

ColorLine>ShowBmp,Image1,70,50,70,330+40,RGB(180,190,190),1,0);

ColorLine>ShowBmp,Image1,670,50,670,330+40,RGB(180,190,190),1,0);

ColorRect>ShowBmp,Image1,70,50,670,155+40,RGB(230,240,250),0);

ColorRect>ShowBmp,Image1,70,175+40,670,320+40,RGB(240,240,230),0);

for i:=1 to 11 do

ColorLine>ShowBmp,Image1,70+Round(i\*50),50,70+Round(i\*50),330+40,  
RGB(180,190,190),1,0);

for i:=1 to 4 do

begin

ColorLine>ShowBmp,Image1,71,360-Round(i\*29),669,360-Round(i\*29),  
RGB(180,190,190),1,0);

ColorLine>ShowBmp,Image1,71,195-Round(i\*29),669,195-Round(i\*29),  
RGB(180,190,190),1,0);

end;

with Image1.Canvas do

begin

Font.Color:=TColor(RGB(20,30,80));

Font.Size:=10;

Font.Style:=[];

Brush.Color:=TColor(RGB(240,250,250));

for i:=1 to 12 do

begin

Str(i,StC);

TextOut(90+Round((i-1)\*50),340+40,StC);

end;

Font.Size:=8;

for i:=1 to 5 do

begin

Str(Round(i\*500),StB);

TextOut(43,355-Round(i\*29),StB);

{ StD:=FloatToStr(i\*pmax/5); }

Str(Round(i\*40),StB);

TextOut(49,190-Round(i\*29),StB);

end;

TextOut(49,190,'0');

TextOut(43,355,'0');

Pen.Mode:=pmMask;

```

for i:=0 to n-1 do
begin
ColorRectBor(ShowBmp,Image1,72+i*50,52,119+i*50,193,RGB(200,255,255),
              RGB(195,190,190),0);

ColorRectBor(ShowBmp,Image1,72+i*50,217,119+i*50,358,RGB(255,255,200),
              RGB(195,190,190),0);

end;

Pen.Mode:=pmCopy;
end;

{for i:=0 to n-1 do
begin
ColorRectBor(ShowBmp,Image1,72+i*50,52,119+i*50,193,RGB(200,255,255),
              RGB(195,190,190),0);

ColorRectBor(ShowBmp,Image1,72+i*50,217,119+i*50,358,RGB(255,255,200),
              RGB(195,190,190),0);

end; }

ShowBmp.Canvas.CopyRect(Rect(35,30,700,415),
Image1.Canvas,Rect(35,30,700,415));
end;
end;
if IndOK=2 then
begin
if IndAvt=0 then
begin

end;
end;
if IndOK=3 then
begin
Image1.Canvas.CopyRect(Rect(30,10,705,520),
CopyBmp.Canvas,Rect(30,10,705,520));

Button1.Enabled:=False;
ButtonVib.Enabled:=False;
ButtonVar.Enabled:=False;

ColorRect(ShowBmp,Image1,130,30,610,375+40,RGB(240,250,250),0);
ColorLine(ShowBmp,Image1,190,50,190,330+40,RGB(180,190,190),1,0);
ColorLine(ShowBmp,Image1,550,50,550,330+40,RGB(180,190,190),1,0);

ColorRect(ShowBmp,Image1,190,50,550,155+40,RGB(230,240,250),0);
ColorRect(ShowBmp,Image1,190,175+40,550,320+40,RGB(240,240,230),0);

for i:=1 to 4 do
begin
ColorLine(ShowBmp,Image1,191,360-Round(i*29),549,360-Round(i*29),
          RGB(180,190,190),1,0);
ColorLine(ShowBmp,Image1,191,195-Round(i*29),549,195-Round(i*29),
          RGB(180,190,190),1,0);

end;

```

```

if IndAvt=1 then
  begin
    so:=0;
    for i:=1 to n do so:=so+i;

    case IndVar of
1: begin
    Dispmin:=0; pmin:=0;
    end;
2: begin
    Dispmin:=0; pmin:=1/n;
    end;
3: begin
    Dispmin:=0;

    pmin:=0.95*n/(Sqr(n)-so);
    end;
4: begin
    pmin:=0;
    end;
5: begin
    pmin:=1/n;
    end;
6: begin
    pmin:=0.95*n/(Sqr(n)-so);
    end;
    end;

    dp:=(1-n*pmin)/so;

    for i:=1 to n do po[i]:=pmin+i*dp; {1}
    Xgh:=pmin; Zgh:=Dispmin;

if IndVar<=3 then
  begin
    s2:=0;
    for i:=1 to n do s2:=s2+po[i]*i;

    delDisp:=(Dispsum-Dispmin)/(s2);

    for i:=1 to n do
      Disp[i]:=Dispmin+i*delDisp;
      Dispmax:=Disp[n];
    end
  else
    begin
      s1:=0;
      for i:=1 to Round(n/2) do s1:=s1+i;
      delDisp:=(sqr(n)*Dispsum)/(4*s1);
      for i:=1 to n do
        begin
          if i<=n/2 then Disp[i]:=delDisp*(2*i/n)
          else Disp[i]:=delDisp*(2*(n-i+1)/n);
        end;
      Dispmax:=Disp[Trunc(n/2)+1];
    end;
  end;

```

```

case IndVar of
1,4 : pmax:=po[n];
else pmax:=po[1];
end;
{Dispsum:=0;
for i:=1 to n do Dispsum:=Dispsum+po[i]*Disp[i];}

if n<=16 then
begin
for i:=1 to n-1 do
ColorLine(ShowBmp,Image1,190+Round(i*(360/n)),50,190+Round(i*(360/n)),
330+40,RGB(180,190,190),1,0);

for i:=1 to n do
begin
Xpon:=190+Round((i-1)*(360/n));
Xpok:=190+Round(i*(360/n));
Ypo:=195-Round((145*po[i])/pmax);
ColorRect(ShowBmp,Image1,Xpon+1,Ypo,Xpok-1,194,RGB(140,250,250),0);
Ydo:=360-Round((145*Disp[i])/Dispmax);
ColorRect(ShowBmp,Image1,Xpon+1,Ydo,Xpok-1,359,RGB(250,200,200),0);
end;

{for i:=1 to 4 do
begin
ColorLine(ShowBmp,Image1,191,360-Round(i*29),549,360-Round(i*29),
RGB(180,190,190),1,0);
ColorLine(ShowBmp,Image1,191,195-Round(i*29),549,195-Round(i*29),
RGB(180,190,190),1,0);
end;}

with Image1.Canvas do
begin
Font.Color:=TColor(RGB(20,30,80));
Font.Size:=10;
Font.Style=[];
Brush.Color:=TColor(RGB(240,250,250));
for i:=1 to n do
begin
Str(i,StC);
TextOut(186+Round(180/n)+Round((i-1)*(360/n)),340+40,StC);
end;

Font.Size:=8;
for i:=1 to 5 do
begin
Str(Round(i*Dispmax/5),StB);
TextOut(160,355-Round(i*29),StB);
StD:=FloatToStr(i*pmax/5);
TextOut(145,190-Round(i*29),StD);
end;
TextOut(175,190,'0');
TextOut(175,355,'0');
end;
end
else

```



```
begin
{222222222222222222222222222222222222}
with Image1.Canvas do
begin
Font.Color:=TColor(RGB(20,30,80));
Font.Size:=10;
Font.Style=[];
Brush.Color:=TColor(RGB(240,250,250));
TextOut(186,380,'0');
Str(n,StB);
TextOut(548,380,StB);

Font.Size:=8;
for i:=1 to 5 do
begin
Str(Round(i*Dispmax/5),StB);
TextOut(150,355-Round(i*29),StB);
StD:=FloatToStr(i*pmax/5);
TextOut(145,190-Round(i*29),StD);
end;
TextOut(175,190,'0');
TextOut(175,355,'0');
Str(Ns,StD);
TextOut(553,50,'N='+StD);
Str(Round(Dispsum),StD);
TextOut(553,220,'D='+StD);

Pen.Mode:=pmMask;
case IndVar of
1,4 : begin
Tr[1].x:=191; Tr[1].y:=194; Tr[2].x:=549; Tr[2].y:=51;
Tr[3].x:=549; Tr[3].y:=194;
end;
3,6 : begin
Tr[1].x:=191; Tr[1].y:=51; Tr[2].x:=549; Tr[2].y:=194;
Tr[3].x:=191; Tr[3].y:=194;
end;
end;

if (IndVar=2) or (IndVar=5) then
ColorRectBor(ShowBmp,Image1,191,51,549,194,RGB(140,250,250),
              RGB(40,150,150),0)
else
begin
Pen.Color:=TColor(RGB(40,150,150));
Brush.Color:=TColor(RGB(140,250,250));
Polygon(Tr);
end;

if IndVar<4 then
begin
Tr[1].x:=191; Tr[1].y:=359; Tr[2].x:=549; Tr[2].y:=216;
Tr[3].x:=549; Tr[3].y:=359;
end
else
begin
Tr[1].x:=191; Tr[1].y:=359; Tr[2].x:=370; Tr[2].y:=216;
```



```

for i:=1 to n-1 do
  ColorLine(ShowBmp,Image1,190+Round(i*(360/n)),50,190+Round(i*(360/n)),
    330+40,RGB(180,190,190),1,0);

for i:=1 to n do
  begin
    Xpon:=190+Round((i-1)*(360/n));
    Xpok:=190+Round(i*(360/n));
    Ypo:=195-Round((145*po[i])/pmax);
    ColorRect(ShowBmp,Image1,Xpon+1,Ypo,Xpok-1,194,RGB(140,250,250),0);
    Ydo:=360-Round((145*Dis[i])/Dispmax);
    ColorRect(ShowBmp,Image1,Xpon+1,Ydo,Xpok-1,359,RGB(250,200,200),0);
  end;

for i:=1 to 4 do
  begin
    ColorLine(ShowBmp,Image1,191,360-Round(i*29),549,360-Round(i*29),
      RGB(180,190,190),1,0);
    ColorLine(ShowBmp,Image1,191,195-Round(i*29),549,195-Round(i*29),
      RGB(180,190,190),1,0);
  end;

with Image1.Canvas do
  begin
    Font.Color:=TColor(RGB(20,30,80));
    Font.Size:=10;
    Font.Style:=[];
    Brush.Color:=TColor(RGB(240,250,250));
    for i:=1 to n do
      begin
        Str(i,StC);
        TextOut(186+Round(180/n)+Round((i-1)*(360/n)),340+40,StC);
      end;

    Font.Size:=8;
    for i:=1 to 5 do
      begin
        Str(Round(i*Dispmax/5),StB);
        TextOut(160,355-Round(i*29),StB);
        StD:=FloatToStr(i*pmax/5);
        TextOut(145,190-Round(i*29),StD);
      end;
      TextOut(175,190,'0');
      TextOut(175,355,'0');
      Str(Ns,StD);
      TextOut(553,50,'N='+StD);
      Str(Round(Dispsum),StD);
      TextOut(553,220,'D='+StD);
    end;

  end;
  ButtonMix.Enabled:=True;
end;
if IndOK=4 then
  begin
    Image1.Canvas.CopyRect(Rect(30,0,705,520),
      Copy2Bmp.Canvas,Rect(30,0,705,520));
  end;

```

```

if IndAvt=1 then
  begin
    ButtonSintez.Enabled:=True;
  end;

  case IndRsp of
3: begin
    alf1:=(2*m-1)*Dispsum/2;
    D1:=Sqrt(2)*pi;

    case m of
1 : begin
      C1:=exp((3/2)*ln(alf1));
      A1:=2*C1/D1;
    end;
2 : begin
      C1:=exp((5/2)*ln(alf1));
      A1:=8*C1/(3*D1);
    end;
3 : begin
      C1:=exp((7/2)*ln(alf1));
      A1:=48*C1/(15*D1);
    end;
4 : begin
      C1:=exp((9/2)*ln(alf1));
      A1:=384*C1/(105*D1);
    end;
5 : begin
      C1:=exp((11/2)*ln(alf1));
      A1:=3840*C1/(945*D1);
    end;
6 : begin
      C1:=exp((13/2)*ln(alf1));
      A1:=46080*C1/(10395*D1);
    end;
    end;

    fsm1:=A1/(exp((m+1)*ln(Sqr(0)/2+alf1)));
    Prop:=fsm1/fsumo;
  end;
4: begin
    alf2:=m*Dispsum;
    D1:=Sqrt(2);

    case m of
1 : begin
      C1:=exp((2)*ln(alf2));
      A1:=3*C1/4*D1;
    end;
2 : begin
      C1:=exp((3)*ln(alf2));
      A1:=15*C1/(16*D1);
    end;
3 : begin
      C1:=exp((4)*ln(alf2));
      A1:=105*C1/(96*D1);
    end;

```

```

4 : begin
  C1:=exp((5)*ln(alf2));
  A1:=945*C1/(768*D1);
end;
5 : begin
  C1:=exp((6)*ln(alf2));
  A1:=10395*C1/(7680*D1);
end;
end;
end;
fsm1:=A1/(exp((m+3/2)*ln(Sqr(0)/2+alf2)));
Prop:=fsm1/fsumo;
end;
end;

Image1.Canvas.Brush.Style:=bsClear;
Copy3Bmp.Canvas.Brush.Style:=bsClear;
if IndRsp<5 then
begin
  No1:=Round(5*Sqrt(Dispsum));

  for j:=0 to 2*No1 do
  begin
    Xsum:=j-No1;
    Xs:=370+Round(Mshx*Xsum);

    case IndRsp of
1:   begin
      fsum:=0;
      for i:=1 to n do
      begin
        if IndAvt=1 then
          fsum:=fsum+po[i]*(exp(-sqr(Xsum)/(2*Disp[i])))/(2.506*Sqrt(Disp[i]))
        else
          fsum:=fsum+po[i]*(exp(-sqr(Xsum)/(2*Dis[i])))/(2.506*Sqrt(Dis[i]));
        end;
      end;

2:   fsum:=(exp(-sqr(Xsum)/(2*Dispsum)))/(2.506*cig);
3:   fsum:=A1/(exp((m+1)*ln(Sqr(Xsum)/2+alf1)));
4:   fsum:=A1/(exp((m+3/2)*ln(Sqr(Xsum)/2+alf2)));
      end;

    Ys:=502-Round(Prop*Mshy*fsum);
    {with Image1.Canvas do Ellipse(Xs-1,Ys-1,Xs+1,Ys+1);
    with Copy3Bmp.Canvas do Ellipse(Xs-2,Ys-2,Xs+2,Ys+2);}

    Gr[j].x:=Xs; Gr[j].y:=Ys;
  end;

  for j:=2*No1+1 to 600 do Gr[j]:=Gr[2*No1];

  with Image1.Canvas do
  begin
    Pen.Mode:=pmMask;
    Brush.Color:=TColor(RGB(245,245,155));
    Polygon(Gr);
    Pen.Mode:=pmCopy;

```

```

end;

with Copy3bmp.Canvas do
begin
  Pen.Mode:=pmMask;
  Brush.Color:=TColor(RGB(245,245,155));
  { Pen.Color:=TColor(RGB(75,125,125)); }
  Polygon(Gr);
  Pen.Mode:=pmCopy;
end;
end
else
Image1.Canvas.CopyRect(Rect(30,10,705,520),
Copy3Bmp.Canvas,Rect(30,10,705,520));
end;

{G:=0; Ksi:=0;
for s:=1 to 20 do
begin
  fsumo:=0;
  for k:=1 to n do
  begin
    if IndAvt=1 then
      fsumo:=fsumo+po[k]*(exp(-sqr(Xsm[s])/(2*Disp[k])))/(2.506*Sqrt(Disp[k]))
    else
      fsumo:=fsumo+po[k]*(exp(-sqr(Xsm[s])/(2*Dis[k])))/(2.506*Sqrt(Dis[k]));
    end;
  G:=G+Sqr(Ysm[s]-fsumo);
  Plp4:=0;
  for i:=1 to n do
  begin
    if s<=10 then
    begin
      if IndAvt=1 then Dispo:=Disp[i]
      else Dispo:=Dis[i];
      alf:=Abs((-5.5+0.5*(s+1))*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
      bet:=Abs((-5.5+0.5*s)*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
      end
    else
    begin
      if IndAvt=1 then Dispo:=Disp[i]
      else Dispo:=Dis[i];
      bet:=Abs((-5.5+0.5*(s+1))*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
      alf:=Abs((-5.5+0.5*s)*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
      end;
    j:=0;
    repeat
      j:=j+1;
    until Arg[j]>=bet;
    t2:=j; t1:=j-1;
    Plp2:=Lap[t1]+(bet-Arg[t1])*(Lap[t2]-Lap[t1])/0.05;
    j:=0;
    repeat
      j:=j+1;
    until Arg[j]>=alf;
    t2:=j; t1:=j-1;
    Plp1:=Lap[t1]+(alf-Arg[t1])*(Lap[t2]-Lap[t1])/0.05;

```

```

    Plp3:=Plp2-Plp1;
    Plp4:=Plp4+po1[i]*Plp3;
    end;
    Plp:=0.5*Plp4;
    Ksi:=Ksi+Sqr(Nfsum[s]-Ns*Plp)/Ns*Plp;
    end;
    Gn:=G; Ksin:=Ksi;}
end;

```

```

procedure TForm1.Timer1Timer(Sender: TObject);
var
{n,}i,j,k,i1,t1,t2 : byte;
Xmx,dX1,dX2,dY,Y,Sm1,G,Plp,Plp1,Plp2,alf,bet,Plp3,Plp4,Dispo : real;
Sm,j1 : word;
Xs,Ys : Integer;
Gr : Pt;
StB : string[5];
StC : string[3];
Efct,Efct0,Efct1,Efct2,Efctn,Xef,Yef,Qef : real;

begin
if IndTimer=1 then
begin
if IndRep=1 then
begin
IndRep:=0;
G:=0; Ksi:=0;
for s:=1 to 20 do
begin
fsumo:=0;
for k:=1 to n do
begin
if IndAvt=1 then
fsumo:=fsumo+po[k]*(exp(-sqr(Xsm[s])/(2*Disp[k])))/(2.506*Sqr(Disp[k]))
else
fsumo:=fsumo+po[k]*(exp(-sqr(Xsm[s])/(2*Dis[k])))/(2.506*Sqr(Dis[k]));
end;
G:=G+Sqr(Ysm[s]-fsumo);
Plp4:=0;
for i:=1 to n do
begin
if s<=10 then
begin
if IndAvt=1 then Dispo:=Disp[i]
else Dispo:=Dis[i];
alf:=Abs((-5.5+0.5*(s+1))*Sqr(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
bet:=Abs((-5.5+0.5*s)*Sqr(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
end
else
begin
if IndAvt=1 then Dispo:=Disp[i]
else Dispo:=Dis[i];
bet:=Abs((-5.5+0.5*(s+1))*Sqr(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
alf:=Abs((-5.5+0.5*s)*Sqr(Dispsum)/(1.4142*Dispo));
end;
j:=0;

```

```

repeat
j:=j+1;
until Arg[j]>=bet;
t2:=j; t1:=j-1;
Plp2:=Lap[t1]+(bet-Arg[t1])*(Lap[t2]-Lap[t1])/0.05;
j:=0;
repeat
j:=j+1;
until Arg[j]>=alf;
t2:=j; t1:=j-1;
Plp1:=Lap[t1]+(alf-Arg[t1])*(Lap[t2]-Lap[t1])/0.05;
Plp3:=Plp2-Plp1;
Plp4:=Plp4+po[i]*Plp3;
end;
Plp:=0.5*Plp4;
Ksi:=Ksi+Sqr(Nfsum[s]-Ns*Plp)/Ns*Plp;
end;
Gn:=G; Ksin:=Ksi;
Gmn:=2*G;
Efct0:=0; Efct1:=0; Efct2:=0; Efctb:=0;
for i:=1 to 81 do
begin
Xef:=(i-1)*0.05*Sqr(Dispsum);
fsumo:=0; fsum1:=0;
for j:=1 to n do
begin
fsumo:=fsumo+po[j]*(exp(-sqr(Xef)/(2*Disp[j])))/(Disp[j]*Sqr(Disp[j]));
fsum1:=fsum1+po[j]*(exp(-sqr(Xef)/(2*Disp[j])))/(Sqr(Disp[j]));
end;
Yef:=(Sqr(Xef)*Sqr(fsumo))/fsum1;
if i=1 then Efct0:=Yef
else
begin
if i=81 then Efctn:=Yef
else
begin
if i/2-Trunc(i/2)=0 then Efct1:=Efct1+Yef
else Efct2:=Efct2+Yef;
end;
end;
end;
end;
Qef:=(2*0.05*Sqr(Dispsum)/3)*(Efct0+4*Efct1+2*Efct2+Efctn);
Efct:=Sqr(2*pi)/(Qef*Dispsum);
Efctb:=Efct;
cig:=cig;
end;

```

```

(* Sm:=0;
for i:=1 to no do Sm:=Sm+i;
Xmx:=no/(Sqr(no)-Sm);
dX1:=1/(10*no);
dX2:=0.1*(Xmx-1/no);
dY:=0.1*Dispsum;

```



```

if j3<11 then X:=dX1*j3
else X:=1/no+dX2*(j3-10);
Sm1:=0;
for i:=1 to no do
begin
po1[i]:=X+i*(1-no*X)/Sm;
Sm1:=Sm1+i*po1[i];
end;*)

```

```
{Y:=i3*dY; IndDis:=i3;}
```

```

if i3<10 then i3:=i3+1
else
begin
i3:=0;
if j3<19 then j3:=j3+1
else
begin
j3:=1;
if no<25{25} then no:=no+1
else
begin

```

```
Timer1.Enabled:=False;
```

```
AssignFile(File1,'file_restor1');
```

```

ReWrite(File1);
WriteLn(File1,'Nvar=',varN);

```

```

for i:=1 to varN do
begin
WriteLn(File1,"");
WriteLn(File1,'no[' ,i, ']= ',nvar[i]);
Write(File1,'po[' ,i, ']= ');
for j:=1 to nvar[i] do
Write(File1,Round(10000*povar[{varn[i],j}i,j]),' ');
WriteLn(File1,"");
Write(File1,'D[' ,i, ']= ');
for j:=1 to nvar[i] do
Write(File1,Round(Dispvar[{nvar[i]}i,j]),' ');
WriteLn(File1,"");
WriteLn(File1,'G[' ,i, ']= ',Gvar[i], ' ', 'Ksi[' ,i, ']= ',Ksivar[i]);
WriteLn(File1,'Ef[' ,i, ']= ',Efvar[i], ' ', 'pmin[' ,i, ']= ',Pminvar[i],
' ', 'Dismin[' ,i, ']= ',Disminvar[i]);
WriteLn(File1,"");
end;

```

```

WriteLn(File1,'b e g i n i n g');
WriteLn(File1,"");
WriteLn(File1,'n=',n);

```

```

WriteLn(File1,"");
Write(File1,'po= ');
for j:=1 to n do
Write(File1,Round(10000*po[j]),' ');

```

```

WriteLn(File1,"");
Write(File1,'Do=');
for j:=1 to n do
Write(File1,Round(Disp[j]),' ');
WriteLn(File1,"");
WriteLn(File1,'Gn=',Gn,' ',Ksin=',Ksin);
WriteLn(File1,'Efn=',Efctb,' ',pmino=',Xgh,' ',Dispmino=',Zgh);

CloseFile(File1);
end;
end;
end;

Sm:=0;
for i:=1 to no do Sm:=Sm+i;
Xmx:=no/(Sqr(no)-Sm);
dX1:=1/(10*no);
dX2:=0.1*(Xmx-1/no);
dY:=0.1*Dispsum;

if j3<11 then X:=dX1*j3
else X:=1/no+dX2*(j3-10); {2}
Xtk:=X;
Sm1:=0;
for i:=1 to no do
begin
po1[i]:=X+i*(1-no*X)/Sm;
Sm1:=Sm1+i*po1[i];
end;

Y:=i3*dY; IndDis:=i3; {3}
Ztk:=Y;
for k:=1 to no do
begin
Disp1[k]:=Y+k*(Dispsum-Y)/Sm1;
cigm[k]:=Sqrt(Disp1[k]);
end;

G:=0; Ksi:=0;
for s:=1 to 20 do
begin
fsumo:=0;
for k:=1 to no do
fsumo:=fsumo+po1[k]*(exp(-sqr(Xsm[s])/(2*Disp1[k])))/(2.506*Sqrt(Disp1[k]));
G:=G+Sqr(Ysm[s]-fsumo);
Plp4:=0;
for i:=1 to no do
begin
if s<=10 then
begin
alf:=Abs((-5.5+0.5*(s+1))*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Disp1[i]));
bet:=Abs((-5.5+0.5*s)*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Disp1[i]));
end
else

```

```

begin
bet:=Abs((-5.5+0.5*(s+1))*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Disp1[i]));
alf:=Abs((-5.5+0.5*s)*Sqrt(Dispsum)/(1.4142*Disp1[i]));
end;
j:=0;
repeat
j:=j+1;
until Arg[j]>=bet;
t2:=j; t1:=j-1;
Plp2:=Lap[t1]+(bet-Arg[t1])*(Lap[t2]-Lap[t1])/0.05;
j:=0;
repeat
j:=j+1;
until Arg[j]>=alf;
t2:=j; t1:=j-1;
Plp1:=Lap[t1]+(alf-Arg[t1])*(Lap[t2]-Lap[t1])/0.05;
Plp3:=Plp2-Plp1;
Plp4:=Plp4+po1[i]*Plp3;
end;
Plp:=0.5*Plp4;
Ksi:=Ksi+Sqr(Nfsum[s]-Ns*Plp)/Ns*Plp;
end;

Efct0:=0; Efct1:=0; Efct2:=0; Efctn:=0;
for i:=1 to 81 do
begin
Xef:=(i-1)*0.05*Sqrt(Dispsum);
fsumo:=0; fsum1:=0;
for j:=1 to n do
begin
fsumo:=fsumo+po[j]*(exp(-sqr(Xef)/(2*Disp[j])))/(Disp[j]*Sqrt(Disp[j]));
fsum1:=fsum1+po[j]*(exp(-sqr(Xef)/(2*Disp[j])))/(Sqrt(Disp[j]));
end;
Yef:=(Sqr(Xef)*Sqr(fsumo))/fsum1;
if i=1 then Efct0:=Yef
else
begin
if i=81 then Efctn:=Yef
else
begin
if i/2-Trunc(i/2)=0 then Efct1:=Efct1+Yef
else Efct2:=Efct2+Yef;
end;
end;
end;
end;
Qef:=(2*0.05*Sqrt(Dispsum)/3)*(Efct0+4*Efct1+2*Efct2+Efctn);
Efct:=Sqrt(2*pi)/(Qef*Dispsum);

if G<Gmn then
begin
Gmn:=G; pop:=po1; Dispop:=Disp1; nop:=no; Ksio:=Ksi;
varN:=varN+1;
nvar[varN]:=nop;
povar[varN]:=pop;
Dispvar[varN]:=Dispop;
Ksivar[varN]:=Ksio; Gvar[varN]:=Gmn; Efvar[varN]:=Efct;
Pminvar[varN]:=Xtk; Disminvar[varN]:=Ztk;

```

```

    {Timer1.Enabled:=False; IndTimer:=0;}
end;
if Ksi<Ksimn then
begin
    Ksimn:=Ksi; pop1:=po1; Disp1:=Disp1; nop1:=no;
end;
{!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!}
Image1.Canvas.CopyRect(Rect(30,0,705,520),
Copy2Bmp.Canvas,Rect(30,0,705,520));
No1:=Round(5*Sqrt(Dispsum));

for j1:=0 to 2*No1 do
begin
    Xsum:=j1-No1;
    Xs:=370+Round(Mshx*Xsum);
    fsum:=0;
    for i1:=1 to no do
fsum:=fsum+po1[i1]*(exp(-sqr(Xsum)/(2*Disp1[i1])))/(2.506*Sqrt(Disp1[i1]));

        Ys:=502-Round(Prop*Mshy*fsum);
        Gr[j1].x:=Xs; Gr[j1].y:=Ys;
    end;

for j1:=2*No1+1 to 600 do
begin
    Gr[j1]:=Gr[2*No1];
end;

with Image1.Canvas do
begin
    Pen.Mode:=pmMask;
    Pen.Color:=TColor(RGB(175,25,25));
    Brush.Color:=TColor(RGB(245,245,155));
    Polygon(Gr);
    Pen.Mode:=pmCopy;

    Font.Color:=TColor(RGB(20,30,80));
    Font.Size:=8;
    Font.Style:=[];

    Brush.Style:=bsClear;
    {Image1.Canvas.CopyRect(Rect(70,20,670,140),
    TextBmp.Canvas,Rect(70,20,670,140));}
    for i:=1 to no do
    begin
        StB:=FloatToStr(po1[i]);
        TextOut(70+32*(i-1),25,StB);
        StB:=FloatToStr(Disp1[i]);
        TextOut(70+32*(i-1),45,StB);
    end;

    Font.Color:=TColor(RGB(200,30,80));
    for i:=1 to n do
    begin
        StB:=FloatToStr(po[i]);
        TextOut(70+32*(i-1),65,StB);
    end;
end;

```

```

if IndAvt=1 then StB:=FloatToStr(Disp[i])
else StB:=FloatToStr(Dis[i]);
TextOut(70+32*(i-1),85,StB);
end;

Font.Color:=TColor(RGB(20,30,230));
for i:=1 to no do
begin
StB:=FloatToStr(pop[i]);
TextOut(70+32*(i-1),105,StB);
StB:=FloatToStr(Dispop[i]);
TextOut(70+32*(i-1),125,StB);
Str(nop,StC);
{TextOut(705,125,StC);}

StB:=FloatToStr(Ksio);

end;

(*Font.Color:=TColor(RGB(20,90,20));
for i:=1 to no do
begin
StB:=FloatToStr(pop1[i]);
TextOut(70+32*(i-1),145,StB);
StB:=FloatToStr(Dispop1[i]);
TextOut(70+32*(i-1),165,StB);
Str(nop1,StC);
{TextOut(705,165,StC);
Panel10.Caption:=StC;}
end;*)

end;

StB:=FloatToStr(10000*G);
Panel1.Caption:='G='+StB;
StB:=FloatToStr(10000*Gmn);
Panel2.Caption:='Gm='+StB;
Str(no,StC);
Button3.Caption:='no='+StC;
Str(j3,StC);
Button4.Caption:='p='+StC;
Str(IndDis,StC);
Button5.Caption:='Dsp='+StC;

Str(varN{nop1},StC);

StB:=FloatToStr(Ksi);
Panel4.Caption:='K='+StB;
StB:=FloatToStr(Ksimn);
Panel5.Caption:='Km='+StB;

Str(n,StC);
Panel8.Caption:='nn='+StC;
StB:=FloatToStr(Ksin);
Panel7.Caption:='Kn='+StB;

```

```

StB:=FloatToStr(10000*Gn);
Panel6.Caption:='Gn='+StB;
{end;
end;}

```

```

(*for n:=2 to 20 do
begin
Sm:=0;
for i:=1 to n do Sm:=Sm+i;
Xmx:=n/(Sqr(n)-Sm);
dX1:=1/(10*n);
dX2:=0.1*(Xmx-1/n);
dY:=0.1*Dispsum;

for j:=1 to 19 do
begin
if j<11 then X:=dX1*j
else X:=1/n+dX2*(j-10);
Sm1:=0;
for i:=1 to n do
begin
po1[i]:=X+i*(1-n*X)/Sm;
Sm1:=Sm1+i*po1[i];
end;
for i:=0 to 10 do
begin
Y:=i*dY;

for k:=1 to n do
begin
Disp1[k]:=Y+k*(Dispsum-Y)/Sm1;
cigm[k]:=Sqrt(Disp1[k]);
end;

G:=0;
for s:=1 to 20 do
begin
fsumo:=0;
for k:=1 to n do
fsumo:=fsumo+po1[k]*(exp(-sqr(Xsm[s])/(2*Disp1[k])))/(2.506*Sqr(Disp1[k]));
G:=G+Sqr(Ysm[s]-fsumo);
end;
if G<Gmn then
begin
Gmn:=G; pop:=po1; Dispop:=Disp1; nop:=n;
end;

{!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!}
Image1.Canvas.CopyRect(Rect(30,0,705,520),
Copy2Bmp.Canvas,Rect(30,0,705,520));
No1:=Round(5*Sqr(Dispsum));

for j1:=0 to 2*No1 do
begin
Xsum:=j1-No1;
Xs:=370+Round(Mshx*Xsum);
fsum:=0;

```

```

    for i1:=1 to n do
fsum:=fsum+po1[i1]*(exp(-sqr(Xsum)/(2*Disp1[i1])))/(2.506*Sqr(Disp1[i1]));

    Ys:=502-Round(Prop*Mshy*fsum);
    Gr[j1].x:=Xs; Gr[j1].y:=Ys;
    end;

    for j1:=2*No1+1 to 600 do
    begin
    Gr[j1]:=Gr[2*No1];
    end;

    with Image1.Canvas do
    begin
    Pen.Mode:=pmMask;
    Pen.Color:=TColor(RGB(175,25,25));
    Brush.Color:=TColor(RGB(245,245,155));
    Polygon(Gr);
    Pen.Mode:=pmCopy;
    end;

    StB:=FloatToStr(10000*G);
    Panel1.Caption:='G='+StB;

    {IndTimer:=0;}
    Timer1.Enabled:=False;
    {!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!*)
    {end;
    end;
    end;}
end;
end;

end.

```