Національний університет "Одеська морська академія "
Міністерства освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Фусар Ігор Юрійович

УДК 656.61.052

ДИСЕРТАЦІЯ

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ СУДНОВОДІННЯ РОЗРОБКОЮ ЗАГАЛЬНОГО СПОСОБУ ОЦІНКИ КООРДИНАТ СУДНА

Спеціальність 05.22.13 - навігація та управління рухом

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук
(271-Річковий та морський транспорт)

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Фусар І.Ю.

Науковий керівник д. т. н., доцент Ворохобін І.І.

Одеса – 2021

АНОТАЦІЯ

Фусар І.Ю. Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.22.13 – навігація та управління рухом (271-Річковий та морський транспорт). - Національний університет "Одеська морська академія", Одеса, 2021.

Згідно попереднього аналізу літератури по проблемі підвищення безпеки судноводіння, основними напрямами рішення цієї проблеми являються застосування сучасних засобів безпечного судноводіння та підвищення точності визначення місця судна і оцінка безпеки судноводіння в стислих умовах.

В результаті проведеного аналізу було встановлено, що одним із важливих аспектів забезпечення безаварійності судноводіння є підвищення точності і надійності судноводіння в стислих водах, тому дисертаційне дослідження присвячене розробці способу використання додаткових навігаційних вимірювань із застосуванням алгоритмів їх обробки, що забезпечують мінімальну втрату точності результатів.

В технологічній карті дисертаційного дослідження визначені його мета та головна задача, яка розділена на три незалежні складові задачі. Сформульовано гіпотезу дисертаційного дослідження та показано, що одержано наукові результати дисертаційної роботи в результаті рішення незалежних складових задач.

Значущість і практичну цінність дисертаційного дослідження обумовлює можливість впровадження практичних рекомендацій, одержаних в дисертаційній роботі, а також запропоновано формулювання загального наукового положення роботи.

Розглянуто також методику рішення головної задачі дисертаційного дослідження, як поетапне вирішення складових задач роботи, для чого застосовано сучасні методи аналітичного аналізу та проведено імітаційне моделювання, що підтверджує коректність одержаних результатів дисертації.

В основній частині дисертаційного дослідження розглянуто закони розподілу випадкових похибок навігаційних вимірювань вибірки і показано, що така випадкова похибка підкоряється нормальному або змішаному закону розподілу вірогідності. Оскільки крім нормального закону розподілу випадкові похибки можуть мати змішаний розподіл, то в даному розділі детально розглянуті питання механізму формування змішаних розподілів і з'ясування їх властивостей.

Приведена щільність змішаних розподілів двох типів, базовою щільністю яких є щільність розподілу Коші і Пірсона сьомого типа.

Для двох даних змішаних законів розподілу одержані в явному виді функції розподілу і за допомогою спеціальних перевірок підтверджена коректність їх аналітичних виразів. Описані два способи отримання виразів для функцій розподілу змішаних законів розподілу.

Проведено аналіз можливостей застосування ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань за допомогою поліномів Ерміта. Приведені властивості поліномів Ерміта для нормованої щільності розподілу Гауса і доведено, що властивості поліномів Ерміта справедливі для ненормованої щільності нормального розподілу.

Проведено доказ виразів для поліномів Ерміта і коефіцієнтів розкладання для нормованої і ненормованої щільності нормального закону. Одержано в явному вигляді ортогональні розкладання щільності на базі нормованого і ненормованого нормального закону.

В роботі також проведено аналіз збіжності ортогонального розкладання щільності змішаних законів двох типів і узагальненого розподілу Пуассона.

Розглянуто ортогональне розкладання щільності змішаних законів першого і другого типу, а також узагальненого розподілу Пуассона. Одержані вирази їх нормованої щільності і центральних моментів вищих порядків.

Розроблено спосіб застосування ортогонального розкладання для розрахунку обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань.

Розрахована ефективність ортогональних розкладань і виявлено, що точність опису ортогональним розкладанням початкової щільності знижується із збільшенням числа членів розкладання.

В роботі приведено результати аналізу статистичних даних по похибках вимірювання навігаційних параметрів і показана коректність застосування ортогонального розкладання як щільність розподілу. Також представлені результати імітаційного моделювання втрати точності обсервованих координат у разі їх розрахунку методом найменших квадратів.

Показано вплив способу розрахунку координат судна при надмірних вимірюваннях на їх точність. Указується, що максимальна ефективність координат судна досягається застосуванням для їх розрахунку методом максимальної правдоподібності.

Проведено аналіз статистичних даних, одержаних в натурних спостереженнях під час рейса судна, який представлений вісьма вибірками похибок навігаційних вимірювань.

Представлено результати імітаційного моделювання втрати точності обсервованих координат за наявності надмірних вимірювань.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в розробці нового загального методу оцінки обсервованих координат судна при наявності надлишкових ліній положення, який відрізняється використанням ортогонального розкладання щільності розподілу їх похибок, чим забезпечуються мінімальні втрати точності координат судна.

У дисертаційній роботі:

− вперше запропоновано метод ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту, що не потребує знання закону розподілу похибки;

− вперше розроблено спосіб оцінки втрат точності визначення обсервованих координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат;

− удосконалено процедуру розрахунку обсервованих координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань, яка забезпечує мінімальну втрату точності координат;

− метод оцінки втрат точності набув подальшого розвитку при розробці алгоритмів програм для засобів електронної навігації.

Дисертаційному дослідженню притаманне практичне значення, яке полягає у можливості упровадження його результатів при розробці суднових навігаційних системах для підвищення точності судноводіння.

Матеріали дисертаційного дослідження використовуються в освітньому процесі на кафедрі судноводіння при викладанні дисципліни «Обробка і аналіз навігаційної інформації» (акт від 28.04.2021 р.), а також увійшли складовою частиною до НДР кафедри ТЗС (акт від 26.04.2021 р.). Теоретичні результати дисертаційного дослідження впроваджені навчально-тренажерним центром «ABC Maritime LLC» при навчанні та підготовці судноводіїв (акт впровадження від 07.05.2021 р.). Результати дисертаційної роботи впроваджено в освітній процес Херсонської державної морської академії (акт впровадження від 14.05.2021 р.).

Ключові слова: безпека судноводіння, надлишкові навігаційні вимірювання, ортогональне розкладання щільності, втрату точності координат.

В наступних наукових працях опубліковано основні результати дисертаційного дослідження здобувача:

Основні наукові результати дисертації.

1. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

2. Ворохобин И. И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарлье типа А /Ворохобин И. И., Сикирин В. Е., Фусар И. Ю.// Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – 2017. – № 2(17). – С. 14 - 20.

3. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений /Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 28. – Одесса: «ИздатИнформ», 2018 - С. 42 – 48.

4. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю., Алексейчук Б.М.// Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. - С. 84 - 88.

5. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избыточных измерениях / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Автоматизация судовых технических средств: науч.- техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ"ОМА". – С. 27 – 33.

6. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность/ Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Austria - science, Issue: 26, 2019. - С. 3 - 8.

7. Фусар И.Ю. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. нучн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 29. – Одесса: «ИздатИнформ», 2019 - С. 230 – 236.

Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації.

8. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С. 123-125.

9. Фусар И.Ю. Анализ сходимости кривых плотностей смешанных распределений с кривыми их ортогональных разложений / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот):інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 15-16 листоп. 2018 – Одеса : НУ «ОМА», 2018. – С. 167 – 169.

10. Фусар И.Ю. Анализ плотности смешанного закона первого типа и ее ортогонального разложения / Фусар И.Ю // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018): Матеріали X Міжнародної наук.-практ. конф., 29-31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 143–146.

11. Фусар И.Ю. Анализ статистических материалов по погрешностям измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 14-15 листоп. 2019 – Одеса : НУ «ОМА», 2019. – С. 84 – 85.

12. Фусар И.Ю. Ортогональное разложение плотности обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений / Фусар И.Ю // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2019): Матеріали X1 Міжнародної наук.-практ. конф., 28-30 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2019. – С. 199–203.

13. Ворохобін І. І. Зменшення точності визначення положення судна залежно від способу рохрахунка при надлишкових вимірах / Ворохобін І. І., Бурмака І. О., Фусар І. Ю // Судноводіння: Збірник наукових праць / НУ «ОМА», Вип. 31. – Одеса: «ВидавІнформ», 2021 - С. 130 – 135.

ANNOTATION

Fusar I.Yu. Increase of exactness of navigator by development of general method of estimation of coordinates of ship. It is Qualifying scientific labor on rights for a manuscript. Dissertation on the receipt of scientific degree of candidate of engineering sciences (Ph.D.) after speciality 05.22.13 - navigation and traffic control (271-river and sea transport). It is the National University "Odessa marine academy", Odessa, 2020.

In obedience to the previous analysis of literature on the problem of increase of safety of navigator, applications of modern facilities of safe navigator and increase of exactness of location ship are basic directions of decision of this problem and estimation of safety of navigator in the compressed terms.

It was set as a result of the conducted analysis, that one of important aspects of providing of accident-free of navigator is the increase of exactness and reliability of navigator in the compressed waters, therefore dissertation research is devoted to development of method of the use of the additional navigation measuring with application of algorithms of their treatment, that provide the minimum loss of exactness of results.

Its purpose and main task which is parted on three independent component tasks is certain in the technological card of dissertation research. The hypothesis of dissertation research is formulated and shown that scientific dissertation work performances are got as a result of decision of independent component tasks.

Meaningfulness and practical value of dissertation research is stipulated by possibility of introduction of the practical recommendations got in dissertation work, and also formulation of scientific general of work is offered.

The method of decision of main task of dissertation research is considered also, as stage-by-stage decision of component tasks of work, for what the modern

methods of analytical analysis are applied and conducted the imitation design, that confirms correctness of the got results of dissertation.

In basic part of dissertation research the laws of distributing of random error terms of the navigation measuring of selection are considered and shown that a such random error term submits to the normal or mixed law of distributing of authenticity. As except for the normal law of distributing random error terms can have the mixed distributing, in this section the in detail considered questions of mechanism of forming of the mixed distributing and finding out of their properties.

Resulted closeness of the mixed distributing of two types, the base closeness of which there is the closeness of distributing Koshi and Pirson seventh type.

For two these mixed laws of distributing got in the obvious type of function of distributing and by the special verifications the confirmed correctness of their analytical expressions. Described two methods of receipt of expressions for the functions of distributing of the mixed laws of distributing.

The analysis of possibilities of application of orthogonal decomposition of closeness of distributing of errors of the navigation measuring is conducted by the Hermite polynomials. Resulted properties of the Hermite polynomials for the rationed closeness of distributing of Gauss and it is led to that properties of Hermit polynomials are just for the unrationed closeness of normal distribution.

Proof of expressions is conducted for the Hermits polynomials and coefficients of decomposition for the rationed and unrationed closeness of normal law. Orthogonal decompositions of closeness are got in an obvious kind on the base of the rationed and unrationed normal law.

The analysis of orthogonal decomposition of closeness of the mixed laws of two types and generalized distributing of Poisson is also conducted in work.

Orthogonal decomposition of closeness of the mixed laws of the first and second type, and also generalized distributing of Poisson is considered. Got expressions of their rationed closeness and central moments of higher orders.

The method of application of orthogonal decomposition is developed for the calculation of coordinates of ship at presence of the surplus measurings.

Expected efficiency of orthogonal decompositions and it is exposed that exactness of description by orthogonal decomposition of initial closeness goes down with the increase of number of members of decomposition.

In work the results of statistical data analysis are resulted on the errors of measuring of navigation parameters and the shown correctness of application of orthogonal decomposition as closeness of distributing. Also represented results of imitation design of loss of exactness of coordinates in the case of their calculation by a least-squares method.

Influencing of method of calculation of coordinates of ship is shown at the surplus measurings on their exactness. It is specified, that is achieved maximal efficiency of coordinates of ship by application for their calculation by the method of maximal plausibility.

The statistical data, got in the model supervisions during the voyage of ship, which is represented by eight selections of errors of the navigation measurings, analysis is conducted. The results of imitation design of loss of exactness of coordinates are represented at presence of the surplus measurings.

The scientific novelty of research consists in development of a new general method of estimation of coordinates of ship at presence of surplus lines of position, which regardless of law of distributing of their errors, using orthogonal decomposition of their closeness, provides the minimum losses of exactness of coordinates of ship.

In dissertation work:

− the method of orthogonal decomposition of closeness of distributing of error of the navigation measurings is first offered with the use of dispersion and fourth central moment, that does not need knowledge of law of distributing of error;

− the method of estimation of losses of exactness of determination of coordinates of ship is first developed at the surplus lines of position depending on the algorithm of calculation of coordinates;

− procedure of calculation of coordinates is first got in the case of the surplus navigation measurings, which provides the minimum loss of exactness of coordinates.

To dissertation research inherent practical value which consists in possibility of introduction of his results at development ship navigation systems for the increase of exactness of navigation.

The materials of the dissertation research are used in the educational process at the Department of Navigation in teaching the discipline "Processing and analysis of navigational information" (act from 28.04.2021), and also became an integral part of the research work for Technical means of navigation department (act from 26.04.2021). The theoretical results of the dissertation research were implemented by the training center "ABC Maritime LLC" in the training and preparation of watchkeeping officers (act of implementation from 07.05.2021). The results of the dissertation work were involved into the educational process of the Kherson State Maritime Academy (implementation act dated 14.05.2021).

Keywords: safety of navigation, surplus navigation measuring, orthogonal decomposition of closeness, loss of exactness of coordinates.

The basic results of dissertation research of aspirant are published in the following scientific labors:

Basic scientific results of dissertation.

1. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

2. Ворохобин И. И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарлье типа А

/Ворохобин И. И., Сикирин В. Е., Фусар И. Ю.// Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – 2017. – № 2(17). – С. 14 - 20.

3. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений /Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 28. – Одесса: «ИздатИнформ», 2018 - С. 42 – 48.

4. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю., Алексейчук Б.М.// Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. - С. 84 - 88.

5. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избыточных измерениях / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Автоматизация судовых технических средств: науч.- техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ"ОМА". – С. 27 – 33.

6. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность/ Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Austria - science, Issue: 26, 2019. - С. 3 - 8.

7. Фусар И.Ю. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. нучн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 29. – Одесса: «ИздатИнформ», 2019 - С. 230 – 236.

Publications which certify approbation of materials of dissertation.

8. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С.

123-125.

9. Фусар И.Ю. Анализ сходимости кривых плотностей смешанных распределений с кривыми их ортогональных разложений / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот):інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 15-16 листоп. 2018 – Одеса : НУ «ОМА», 2018. – С. 167 – 169.

10. Фусар И.Ю. Анализ плотности смешанного закона первого типа и ее ортогонального разложения / Фусар И.Ю // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018): Матеріали X Міжнародної наук.-практ. конф., 29-31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 143–146.

11. Фусар И.Ю. Анализ статистических материалов по погрешностям измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 14-15 листоп. 2019 – Одеса : НУ «ОМА», 2019. – С. 84 – 85.

12. Фусар И.Ю. Ортогональное разложение плотности обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений / Фусар И.Ю. // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2019): Матеріали Х1 Міжнародної наук.-практ. конф., 28-30 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2019. – С. 199–203.

13. Ворохобін І. І. Зменшення точності визначення положення судна залежно від способу рохрахунку при надлишкових вимірах / Ворохобін І. І., Бурмака І. О., Фусар І. Ю // Судноводіння: Збірник наукових праць / НУ «ОМА», Вип. 31. – Одеса: «ВидавІнформ», 2021 - С. 130 – 135.

ЗМІСТ

Стр.

ВСТУП

Актуальність теми. Підвищення безаварійності судноводіння сприяє зниженню шкоди людському життю, навколишньому середовищу та майну, що є найбільш важливою проблем безпеки мореплавання.

Плавання суден в стислих водах ускладнено інтенсивним судноплавством і навігаційними перешкодами, що створюють передумови для виникнення аварійних ситуацій. Тому одним із напрямків зниження навігаційної аварійності при плаванні в стислих районах є підвищення точності судноводіння за рахунок використання ефективних способів оцінки координат судна за наявності додаткових ліній положення, що є темою даної роботи та являється актуальним і перспективним науковим напрямом.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Для виконання роботи були враховані розпорядження Кабінету Міністрів України від 20.10.2010 р., №2174-р про положення Транспортної стратегії України на період до 2020 р., рішення Ради національної безпеки і оборони України від 16.05.2008 р. «Про заходи щодо забезпечення розвитку України як морської держави» (указ Президента України від 20.05.2008 р. №463 / 2008). Дослідження по темі дисертаційної роботи також проводилися в рамках планів наукових досліджень національного університету "Одеська морська академія" за держбюджетною темою "Забезпечення безпеки судноводіння в стислих районах плавання" (№ ДР 0115U003580, 2018 р.), в якій здобувач виконав окремий підрозділ.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційного дослідження являється підвищення безпеки судноводіння шляхом вдосконалення методів підвищеня точності судноводіння за рахунок розробки нового загального методу оцінювання координат судна при наявності надлишкових ліній положення, який забезпечує мінімальні втрати точності координат судна. Головна задача дослідження полягає в розробці алгоритмів запропонованого загального методу оцінювання координат судна при наявності надлишкових ліній положення.

Науковою гіпотезою дисертаційного дослідження прийнято допущення про можливість підвищення точності судноводіння розробкою загального методу оцінки координат судна застосуванням надлишкових ліній положення.

Головну задачу дисертації методами теорії дослідження операцій було розділено на три незалежні складові задачі:

1. Розробка методу розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань поліномами Ерміта з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту.

2. Процедура оцінки втрат точності визначення координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат.

3. Розробка способу розрахунку координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань з мінімальною втратою точності координат.

Об'єктом дослідження дисертації є безпека судноводіння.

Предметом дослідження є методи підвищення точності судноводіння.

Методи дослідження. Для рішення поставлених в роботі задач було використано методи:

- системного аналізу при обґрунтовані теми дисертаційного дослідження та формуванні його методологічного забезпечення;

- дослідження операцій для розділення головної задачі дисертації на незалежні складові задачі;

- теорії вірогідності для формування способу оцінки втрати точності визначення координат судна;

- математичної статистики для розробки загального способу розрахунку координат судна з використанням ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в розробці нового загального методу оцінки обсервованих координат судна при наявності надлишкових ліній положення, який відрізняється використанням ортогонального розкладання щільності розподілу їх похибок, чим забезпечуються мінімальні втрати точності координат судна.

У дисертаційній роботі:

− вперше запропоновано метод ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту, що не потребує знання закону розподілу похибки;

− вперше розроблено спосіб оцінки втрат точності визначення обсервованих координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат;

− вперше отримано процедуру розрахунку обсервованих координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань, яка забезпечує мінімальну втрату точності координат.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості упровадження його результатів при розробці суднових навігаційних систем для підвищення точності судноводіння.

Матеріали дисертаційного дослідження використовуються в освітньому процесі на кафедрі судноводіння при викладанні дисципліни «Обробка і аналіз навігаційної інформації» (акт від 28.04.2021), а також увійшли складовою частиною до НДР кафедри ТЗС (акт від 26.04.2021). Теоретичні результати дисертаційного дослідження впроваджені навчально-тренажерним центром «ABC Maritime LLC» при навчанні та підготовці судноводіїв (акт впровадження від 07.05.2021). Результати дисертаційної роботи впроваджено в освітній процес Херсонської державної морської академії (акт впровадження від 14.05.2021).

Особистий внесок здобувача. Дисертаційну роботу здобувач виконав самостійно: ним проведено аналіз літературних джерел по основним напрямкам проблеми забезпечення безпеки судноводіння та проведено методологічне забезпечення дисертаційного дослідження, розроблено спосіб ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту, також запропоновано спосіб оцінки втрат точності визначення обсервованих координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат, здобувачем отримано процедуру розрахунку обсервованих координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань, яка забезпечує мінімальну втрату точності координат та впроваджено результати роботи в виробничий процес. З наукових праць, опублікованих ним у співавторстві, в дисертаційній роботі використані лише ті положення, які належать автору особисто: процедура ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань [96-98,103], застосування поліномів Эрміта для ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань [99], вплив надлишкових ліній положення на точність обсервації судна [100,101].

Апробація результатів дисертації. Основні результати і положення роботи доповідалися і були схвалені на науково-практичних, науково-технічних і науково-методичних конференціях:

науково-технічна конференція «Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 16-17 листоп. 2017), науково-технічна конференція « Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 15-16 листопаду 2018), науково-технічна конференція « Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 14-15 листопаду 2019), X Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018)» (Херсон, 29-31 травня 2018), X1 Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2019)» (Херсон, 28-30 травня 2019).

Публікації. За результатами виконаних досліджень автором опубліковано 13 наукових праць (з них 5 одноосібно), в тому числі: в наукових профільних виданнях, що входять до переліку МОН України - 5 наукових статей [97, 98,100,102,112]; в зарубіжних наукових профільних виданнях - 3 наукові статті [96, 99, 101]; в збірниках матеріалів наукових конференцій - 5 доповідей [103-107].

Структура роботи. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних літературних джерел (112 найменувань) і додатків. Загальний обсяг роботи становить 194 сторінки та містить 42 рисунка, зокрема: 165 сторінок основного тексту, 13 сторінок списку використаних джерел, 16 сторінок додатків.

РОЗДІЛ 1.
АНАЛІЗ ОСНОВНИХ НАПРЯМКІВ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ І ПІДВИЩЕННЯ БЕЗПЕКИ СУДНОВОДІННЯ

1.1. Аналіз літературних джерел відносно проблеми підвищення безаварійності судноплавства.

В роботах [1-8] розглянуто питання стосовно визначення розмірів безпечної суднової області різної заданої форми з урахуванням стохастичних і детермінованих чинників та розробки способу вибору її оптимальної форми.

Встановлено, що основним стохастичним чинником, що впливає на розміри безпечної області судна, являється двовимірний закон розподілу векторіальної позиційної похибки та значення його параметрів. В свою чергу, до детермінованих чинників відносяться розміри суден, що зближаються, запас відстані на форс-мажорні обставини та явище присмоктування.

В згаданих роботах розглянуто більш десяти форм безпечної області судна, - в першу чергу розглянуті кругова форма, область в вигляді еліпсу, прямокутника та напівкругу - напівеліпсу.

Робота [3] присвячена розробці способу вибору оптимальної форми суднової безпечної зони, а розробку процедури визначення параметрів судової безпечної області запропоновано в роботі [4].

Використання суднової безпечної зони складної форми для попередження зіткнень суден розглянуто в роботі [5]. Визначенню розмірів стохастичної безпечної області присвячено статтю [6], причому залежність її розмірів від закону розподілу векторіальної позиційної похибки досліджено в роботі [7]. Застосування суднової безпечної зони прямокутної форми для розходження суден розглянуто в роботі [8].

Питання забезпечення безпеки судноводіння в стислих районах плавання і можливі напрями її підвищення розглянуто в роботах [9-13].

В прибережних зонах Японії, як наголошується в статті [9], важливо встановити вплив на навколишнє оточення об'єктів, що знаходяться в районі морського судноплавства. Проведено дослідження системи "людина - машина", що характеризується ментальним навантаженням на судноводія з врахуванням зовнішніх чинників, який приймає рішення для забезпечення безаварійності судноводіння.

В зв'язку з цим виникає необхідність розробки моделі поведінки судноводія на базі концепції маневрування в стислому районі і розробки рішення в разі виникнення ризику аварії. Рішення складається з декількох етапів, що включають оцінку вірогідності зіткнення, вибір курсу ухилення судна або розрахунок параметрів іншого маневру для попередження зіткнення з урахуванням наявності мілин при обмежених глибинах та зміну ситуації при появі інших суден-цілей.

У статті пропонується використання індексу небезпеки для оцінки загрози різних об'єктів в районі плавання судна, що є ефективним засобом запобігання зіткненням суден.

В роботі [10] указується, що німецьке навігаційне об'єднання (DNV) разом з подібними організаціями країн Північної Європи займаються розробкою концепції безпечного судноплавства, яка враховує зростання інтенсивності суднопотоку на водних шляхах. Основу концепції складають вимоги по забезпеченню безпеки, як в процесі плавання судна, так і на його борту.

Проведено спостереження за фактичним судноплавством. Планується розробка ряду новітніх систем судноплавства і оптимізації руху з урахуванням перспективного розвитку портів в майбутньому, які базуються на нових методах математичного моделювання в умовах невизначеності.

Розгляду сучасних методів забезпечення безаварійного судноводіння на морських і внутрішніх водних шляхах присвячена робота [11], в якій розглянуто проблеми оцінки навігаційної безпеки, запобігання аваріям, керованості суден та ін.

Аналіз проблеми безпеки судноплавства в околицях порту Шиямен (Китай) шляхом вивчення морських аварій в цьому районі плавання за останнє десятиріччя проведено у публікації [12]. Проведений аналіз небезпек показав основні потенційні ризики, які характерні для цього району, на підставі чого запропоновані заходи безпеки плавання.

Як повідомляється в статті [13], з метою визначення рівня безпеки судноплавства в заданому районі протягом декількох років розроблялася модель оцінки ризику аварії, в якійураховується тип системи управління судноплавством та вплив на безпеку судноводіння заходів її підвищення, що плануються. Розробка такої моделі оцінки потребувала використання різних підходів, таких як методологічні, систематичні та кількісні з урахуванням певного району плавання, для якого оцінюються запропоновані індекси.

Використання такого індексу можливе і в реальному масштабі часу для виявлення "підозрілих суден". В статті приведено загальні принципи, закладені в моделі оцінки ризику, та характеристику розробленої останніми роками в Нідерландах моделі SAMSON з рекомендаціями визначення динамічного індексу ризику для певних типів суден.

Питанням забезпечення безаварійного судноводіння в стислих районах плавання їх оптимальним навігаційним устаткуванням присвячені публікації [14, 15], в яких розглянуто локальну навігаційну систему оберненого типу.

Роботи [16-52] присвячені аспекту точності контролю місця судна, як одного із напрямків вирішення проблеми забезпечення безпеки судноводіння в стислих умовах плавання.

В роботі [16] викладена теорія випадкових похибок навігаційних вимірювань, яка має значну практичну цінність. Залежність надійності навігації від точності контролю місця судна приведена в роботі [17], а в роботах [18,19] приведено дослідження властивостей похибок вимірювань навігаційних параметрів.

Публікація [20] присвячена викладенню стратегії формування радіонавігаційного поля на території РФ, що враховує обмеження, які визначаються міжнародними вимогами, значною протяжністю та істотними фізико-географічними відмінностями внутрішніх водних шляхів різних регіонів Росії.

В роботі [21] пропонується процедура підготовки бібліотеки маршрутів, яка дозволяє створити маршрут плавання і забезпечує високо точний контроль поточного положення судна щодо заданого, що досягається диференціальною підсистемою супутникової навігації, причому не передбачено використання електронних карт.

Задачу утримання заданої позиції судна при управлінні тільки по сигналам про момент рискання і силу подовжнього зносу досліджено у роботі [22]. Вирішення сформульованої задачі в роботі досягається змінним в часі методом управління із зворотним зв'язком, в якому враховується залежна від інтегралу складова управляючої дії.

Розрахункові методи визначення допустимих значень середніх квадратичних відхилень похибок навігаційних параметрів для забезпечення безпеки плавання в різних зонах руху запропоновано в роботі [23]. Методи одержані на базі теоретичних розробок, які розроблені з вимогами IMO по точності судноводіння.

В роботі [24] указується, що в штормових умовах існують обмеження для входу судна в гавань, яка знаходиться на відкритому морському узбережжі. Під час сильного хвилювання судно, яке заходить в гавань, може мати небезпечні відхилення від програмної траєкторії руху, що загрожує зіткненням судна з хвилерізом. Виконано натурні дослідження траєкторій руху судна, на базі яких розроблено індекси оцінки безпеку входу в гавань.

Для оцінки вірогідності безпечного плавання в стислих районах у роботі [25] приведені моделі, в яких обмеженість виражається у вигляді розподілу частот бічних відстаней від середини фарватеру до його безпечних меж. На оцінку вірогідності безпечного плавання заданим маршрутом впливають тривалість маршруту і щільність розподілу похибки бічного відхилення судна.

В статтях [26-28] розглянуті питання використання методів кореляційної навігації для забезпечення високої точності плавання суден в стислих районах, які використовують радіолокаційне зображення навколишньої навігаційної ситуації і відповідне її зображення на електронній карті, намагаючись досягти максимального співпадіння обох зображень.

В ситуації наявності різноточних кореляційних похибок положення меж фарватеру в роботі [29] одержані аналітичні вирази для оцінки вірогідності навігаційної безпеки плавання, достовірність яких доведена методом статистичного моделювання.

Результати дослідження застосування початкових поправок станції Dziwnow в районі порту Щецін при використанні радіонавігаційної системи DGPS представлені у роботі [30]. Дослідження показало доцільність використання таких похибок, за допомогою яких зростає точність визначення місця судна. В роботі наголошується, що одержані результати сприяють ширшому застосуванню системи DGPS в порту Щецін для навігаційних цілей.

В роботі [31] приведено результати аналізу різних підходів оцінки точності визначення місця судна за допомогою приймача супутникової радіонавігаційної системи, який показав, що статистичні гіпотези про розподіл випадкових похибок визначення широти і довготи за нормальним законом не є коректними і необхідно застосування альтернативних підходів.

Як показано у роботі [32], диференціальні методи супутникової навігації корегують похибки у визначенні місця судна за допомогою системи GPS, однак точність поправок може виявитися недостатньою із збільшенням відстані користувача системи від станції корегування. В роботі вказано, що похибки зростають при збільшенні відстані приймача системи DGPS від базової станції корегування, виявлено, що похибка складає 1 м на кожні 150 км відстані від базової станції.

Для оцінки реальної похибки шість приймачів системи DGPS були розміщені уздовж португальського узбережжя через 50 миль на північ і південь від станції корегування Sagres Broadcast Station. Згідно з отриманими даними реальна похибка визначення місця судна складає 0,22 м на кожні 100 км відстані від станції корегування і є меншою від теоретичного значення.

В статті [33] приведено результати дослідження можливості використання узагальненого закону Пуассона з базовим нормальним розподілом для опису систем залежних випадкових значень, які можливо перетворити в систему незалежних випадкових значень, використовуючи ортогональну матрицю перетворення.

Ряд робіт [34-52] присвячено моделям формування випадкових величин, закони розподілу яких відмінні від нормального закону.

Нову модель формування випадкових значень навігаційних вимірювань, що відрізняється від моделі Гауса нормального розподілу вірогідності випадкових значень запропоновано в роботі [34]. По цій причині в судноводінні стали розглядати випадкові похибки, які підкорялися змішаним розподілам вірогідності, відмінним від закону Гауса, хоча граничним змішаним розподілом є нормальний закон [35, 36]. Експериментальні дані по похибкам навігаційних вимірювань добре узгоджуються прийнятою гіпотезою про змішаний розподіл похибок, причому гістограми похибок мають в крайніх розрядах надмірне число членів, що протилежно до гіпотези їх розподілу за законом Гауса. „Важкі хвости” якраз притаманні змішаним законам розподілу похибок. Моделі змішаного розподілу не відносяться ні до стійких, ні до безмежно-ділимих розподілів, тому не можуть бути застосованими до опису систем залежних випадкових величин. Згідно дослідженням останніх років проблема опису систем залежних випадкових величин може бути розв'язана за допомогою узагальненого закону розподілу

Пуассона [37] з базовим нормальним розподілом, так як узагальнений закон розподілу Пуассона є стійким.

У випадку, коли закон розподілу похибки відрізняється від нормального, як наголошується в роботах [38,39], застосування методу найменших квадратів для розрахунку координат судна при надмірних вимірюваннях не забезпечує можливості отримання їх ефективних оцінок, які мають мінімальні дисперсії. Отримання ефективних оцінок координат судна потребує використання методу максимальної правдоподібності.

Аналіз вибірок випадкових похибок параметрів навігаційних вимірювань проведено у роботі [40] та показано, що для законів, відмінних від нормального, досягається прийнятна згода статистичного матеріалу з теоретичним розподілом.

Питання законів розподілу вірогідності похибок вимірювань навігаційних параметрів початкової вибірки, що являється сумішшю складових вибірок нормально розподілених похибок з різною дисперсією розглянуто в роботах [41-45]. Запропоновано процедуру оцінки ефективності координат судна в разі змішаних розподілів похибок вибірки.

Для опису випадкових похибок вимірювань навігаційних параметрів в роботі [46] розглянуто узагальнений законом Пуасону із нормальною базовою щільністю та наголошено, що для нього характерні «важкі хвости». Цей закон може бути використано для стохастичної формалізації системи залежних випадкових похибок. Для двох вибірок випадкових похибок проведено перевірки статистичних гіпотез, згідно яким узагальнений закон Пуасона має перевагу перед нормальним законом.

Вимоги до щільності розподілу випадкових похибок вимірів сформульовано в роботі [47], виходячи із аналізу гістограм натурних спостережень. Приведено моделі формування нормального, змішаних і узагальненого пуассонівських законів розподілу.

Зазначено, що було проведено натурні спостереження, згідно яким вибірки похибок, що одержані за час спостереження менше 8 годин, підкоряються нормальному закону розподілу. В разі вибірки, сформованої за добу або дві, її похибки розподілені по змішаним законам. Якщо формування вибірки проводилося на більш тривалому інтервалі часу, то її похибки вимірювань мають узагальнений закон розподілу Пуасону.

Робота [48] присвячена аналізу законів розподілу вірогідностей похибок вимірювань навігаційних параметрів, в якій досліджується вплив числа ліній положення і точності кожної із них на точність обсервованих координат судна. Показано залежність точності обсервованих координат від закону розподілу похибок ліній положення та методу їх розрахунку.

При визначені координат методом найменших квадратів у разі наявності надмірних ліній положення в роботі одержані аналітичні вирази оцінки ефективності координат судна для законів розподілу похибок навігаційних вимірювань, що відрізняються від нормального закону. Приведено результати проведеного комп'ютерного моделювання, які підтверджують достовірність одержаних в роботі аналітичних виразів.

В роботі приведено 12 вибірок випадкових похибок навігаційних вимірювань, одержаних в реальних умовах експлуатації натурними спостереженнями, для кожної з яких за допомогою статистичних гіпотез було визначено закони розподілу вірогідності, що в своїй більшості відрізняються від закону Гауса.

В публікації [49] приведено аналіз можливостей застосування ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань з використанням поліномів Ерміту, властивості яких приведено для щільності закону розподілу Гауса. В явному вигляді одержано розкладання щільності на базі нормованого і ненормованого нормального закону за допомогою ортогональних поліномів Ерміта.

Шляхом порівняння нормованої щільності з їх ортогональними розкладаннями проведено оцінку ефективності ортогонального розкладання щільності розподілу випадкових похибок навігаційних вимірювань.

Проведений аналіз показав, що найкраща ефективність ортогонального розкладання досягається у разі, коли воно містить тільки один член.

В якості прикладу розглянуто щільність узагальненого розподілу Пуассона та її ортогональне розкладання за допомогою поліномів Ерміта. Показана гарна збіжність щільності і її розкладання та підтверджена можливість застосування ортогонального розкладання замість щільності розподілу похибок.

В роботі [50] імітаційним моделюванням була одержана оцінка ефективності координат судна при надмірних вимірюваннях, розрахованих методом найменших квадратів, в разі, коли похибки ліній положення розподілені за змішаними законам обох типів. В залежності від суттєвого параметру закону розподілу проведено розрахунки значень ефективності координат з використанням одержаних в роботі аналітичних виразів. Порівняння оцінок ефективності координат судна розрахованих за допомогою аналітичних виразів і одержаних імітаційним моделюванням показало їх гарну збіжність.

В роботах [51,52] пропонуються змішані закони розподілу та узагальнений пуассонівський закон для характеристики випадкових похибок. Порівнянням залежностей нормованих щільностей змішаних законів з узагальненим пуасоснівським законом з однаковими значеннями ексцесів виявлено, що при цілому параметрі змішаних законів, що дорівнює і більше шести, нормовані щільності змішаного і узагальненого пуассонівського законів співпадають.

Розробка і застосування систем керування руху суден (СКРС), функцією яких є організація безпечного судноплавства являється одним із актуальних напрямів підвищення безпеки судноводіння в стислих водах, цьому напряму присвячені роботи [53-62].

В патенті [53] приводиться опис способу радіонавігації для системи управління групою об'єктів, зокрема множиною суден. Для реалізації запатентованого способу спочатку проводиться посилання хвильового пакету, який має першу послідовність сигналів, що модульовані фазоінверсією, після чого проводиться прийом хвильового пакету та його послідовна демодуляція. При цьому визначається кореляція між першою і другою послідовностями шляхом вимірювання амплітуд у множині значень на одержаній кореляційній кривій, чим досягається визначення форми кривої перед кореляційними піками.

Характеристику системи керування руху суден, яка шляхом радіолокаційного спостереження забезпечує контрольований рух суден в стислих районах плавання і захист довкілля від наслідків їх аварій, приведено у статті [54].

З 1 січня 1998 р., як повідомляється у роботі [55], почала роботу система керування руху суден в протоці Курусіма, що призначена для контролю і проходу в порт суден дедвейтом до 100 тис. т, яка складається із ступінчастої радарної системи фірми Atlas і двох установок (Close Circuit TV), з'єднаних за допомогою мікрохвильового сполучення з центральним блоком системи. Спеціальна лоцманська станція має зв'язок із згаданим центральним блоком.

Як інформується в роботі [56], фірма Atlas Electronic (Німеччина) уклала договір про обладнання одного із портів Китаю системою проводки суден (VTS), що призначена для контролю руху і проводки в порт суден з дедвейтом меншим 100 тис. т. Систему VTS складають ступінчаста радарна система фірми Atlas, дві установки Close Circuit TV, що з'єднані із спеціальною лоцманською станцією, та AIS для передачі інформації на судно.

Робота [57] присвячена організації судноплавства в протоці Ла-Манш. В ній вказується, що в цьому районі з метою забезпечення максимальної безпеки судноплавство проводиться відповідно до вимог правил IMO і спостерігається та контролюється СКРС морських країн. На базі проведеного аналізу одержано висновок про відсутність можливості керувати судноплавством при його сучасному розвитку, як це організовано на залізничному транспорті і в авіації.

Задача оптимізації руху суден по внутрішніх водних шляхах розглянута у роботі [58]. Рішення задачі пропонується за рахунок раціонального вибору режиму руху залежно від характеристик водного шляху, що отримані з електронної карти та з урахуванням експлуатаційної ситуації. Показано, що використання пропонованих методів оптимізації руху у ряді випадків забезпечує істотну економію витрати палива.

Системам інформації і управління судноплавством VTMIS (Vessel Traffic Management & Information System) в турецьких протоках присвячена стаття [59], в якій показано, що моделювання руху суден може підвищити безпеку судноводіння з урахуванням місцевих течій в стислих водах.

На центри по керуванню руху суден (СКРС) покладено функцію по забезпеченню безаварійності судноплавства та захист довкілля [60]. Роль центрів СКРС зміниться в разі вступу в силу ISPS Коду, посилюючись в напрямку контролю безпеки судна. Фірмами Simrad Mesotech Ltd (Канада) і Norcontrol IT (Норвегія) розроблено нові засоби згідно з вимогами Коду, із застосуванням системи АІС.

В роботі [61] приведено дані про спостереження маневрування суден, які рухалися фарватером Бузько – Дніпровського – лиманського каналу (БДЛК). Результати спостережень маневрування суден планується використати на постах Керування руху суден в автоматизованих інформаційних системах.

Формальному опису системи прийняття рішень по керування рухом судна в термінах теорії ієрархічних багаторівневих систем присвячено статтю [62], в якій також відзначено, що по признаку декомпозиції задачі, що вирішується, система містить три шари, а по признаку функціонування – три втрати.

Методам моделювання руху судна в стислих умовах плавання, які сприяють більш ефективному і безпечному процесу судноводіння присвячені публікації [63-95].

Спосіб відображення руху суден і засіб його реалізації пропонуються у патенті [63]. Винахід передбачається для використання в системах керування рухом суден в морських каналах і вузькостях для попередження посадок суден на мілину.

Суть винаходу полягає у визначені кутових координат судена по сигналам радіо випромінювачів, які рознесені в різні позиції з відомими положеннями та перетворенні координат суден в прямокутну систему координат з подальшим відображенням на індикаторах.

Рішення системи диференціальних рівнянь руху судна, які є рівнянням керованості судна, стає можливим при достатньо загальних припущеннях про характер діючих на судно сил і моментів, на що вказується в роботі [64]. Це було досягнуто детальним вивченням аерогідродинамічних сил, діючих на корпус, при розробці і обґрунтуванні вимог Регістру морського судноплавства до рульового пристрою морських суден.

По причині нелінійної залежності діючих на корпус судна сил від швидкості руху судна на криволінійній траєкторії можливий рух судна, як у бік перекладання керма, так і в протилежну сторону. Це веде до появи ризику втрати керованості – руху судна не у бік перекладання керма.

З погляду запропонованої постановки задачі утримання судна на заданому курсі є рухом по межі розділення областей тяжіння до різних положень рівноваги системи - циркуляції на один або інший борт. Показано, що авторульові системи вирішують задачу утримання судна на заданому курсі за допомогою контролю кутової швидкості рискання судна.

У роботі [65] приведено спосіб синтезу алгоритму управління рухом судна при його стабілізації на програмній траєкторії за комплексним критерієм економічності і точності з урахуванням нелінійної моделі судна і прогнозу виникаючих збурень. Шляхом використання багато альтернативної фільтрації проведена ідентифікація математичної моделі судна із застосуванням лінійно – квадратичного методу.

Для різних типів морських суден, що рухаються з постійною швидкістю, в роботі [66] пропонується уніфікована математична модель руху, в якості якої використано нелінійне матричне диференціальне рівняння, причому його аналіз визначає вимоги до систем управління морськими суднами. В свою чергу, зазначені вимоги формулюються, в вигляді задач оптимального управління.

В публікації [67] наголошується, що важливою областю використання тренажерів по управлінню судном являється оцінка безпеки плавання по фарватерах в різних умовах. Приведено методику оцінки управління судном при плаванні по фарватеру в залежності від скупчення суден на фарватері та його конфігурації, маневрених характеристик керованості судна, наявності вільної акваторії, персональних характеристик судноводія, а також впливу вітру і течії. Дослідження проводилося з використанням тренажеру по управлінню судном, причому приведено методику і результати дослідження.

В якості прикладу в дослідженні були вибрані контейнеровоз, тралове судно, спеціалізоване судно для перевезення автомобілів і великотоннажний танкер. Здійснено аналіз здатності судноводія оцінювати величину максимального бічного зносу.

В статті [68] повідомляється, що японська фірма «Furuno» провела розробку системи підтримки прийняття рішень для управління рухом морських суден, яка забезпечує взаємодію з глобальними системами позиціювання. В роботі вказано, що рух суден ефективно відстежується за допомогою радіолокаційної станції; також розроблено комплекси базових станцій з функціями обробки і візуалізації радіолокаційних зображень.

Практичне застосування контролерів із змінними коефіцієнтами підсилення для управління механізмами в реальному масштабі часу забезпечило створення швидко дійних ЕОМ, про що наголошується в статті [69]. У статті показано використання алгоритму Брайсона-Хо для такого контролера управління судновим кермом.

У публікації викладено основи теорії автоматичного регулювання, зокрема відносно забезпечення поточного управління програмним і апаратним терміналами і методів такого управління для рішення задачі придання стійкості судну на заданому курсі.

Підвищенню якості автоматичного управління річковим судном при повороті на заданий курс розробкою нових більш ефективних алгоритмів керування і налаштування авторульового присвячено кандидатську дисертацію [70], а робота [71] містить аналіз методів синтезу закону управління, які необхідні для розробки адаптивного по швидкості астатичного регулятора стану.

В статті [72] приведено опис електронної системи інформації ARGO про стан фарватеру, яка являється проектом телематичних служб федерального Міністерства водного транспорту Німеччини. В системі використовується електронна карта річки, яка відображається на поточному радіолокаційному зображенні та поєднується з інформацією про наявні глибини на різних ділянках водного шляху. Вказана інформація виводиться на монітор для оперативного інформування судноводіїв про стан фарватеру і глибини поточної ділянки водного шляху, де знаходиться судно.

В публікації [73] висвітлено проблему комплексування сучасних інформаційних технологій в структурах регіонального управління рухом суден на внутрішніх водних шляхах. Також розглянуто питання зв'язку їх з супутниковими системами високоточного визначення місця рухомих об'єктів.

Динамічний контроль і усунення перешкод при адаптивному зворотньому регулюванні являються змістом роботи [74], в якій показано, що поліпшена діаграма зворотнього адаптивного регулювання узгоджена з характеристиками моделі судна. Для ідентифікації і проектування контролера алгоритм корегування діаграми використовує метод найменших квадратів замість методу найменших середніх квадратів.

Патент [75] на пристрій управління подовжнім рухом судна відноситься до області систем автоматичного управління подовжнім рухом судна і сприяє підвищенню точності управління судном.

Пристрій управління рухом судна містить в своєму складі датчики кутової швидкості повороту судна і кута перекладання керма, приймач супутникових навігаційних систем, пристрій введення шляхового кута, автоматичний регулятор шляхового кута і рульовий пристрій судна.

В автоматичний регулятор шляхового кута входять блок оцінки стану судна, обчислювач бічного відхилення судна від заданої траєкторії і суматор. Чотири суматора, чотири помножувача та чотири інтегратора складають блок оцінки стану судна, причому їх виходи є виходами блоку оцінки стану судна. Закон стабілізації і управління рухом судна включає оцінку кута дрейфу.

Закони автоматичного управління рухом судна по заданому куту курсу з фіксованим кутом дрейфу розглянуто в публікації [76], при цьому також ураховується задана швидкість бічного руху судна при швартуванні із одночасною стабілізацією поточного курсу. Завдяки тому, що система стабілізації судна повністю спостережувана і керована, одержані закони логічного керування рухом судна, які пропонуються для підвищення ефективності роботи авторульових. Це досягнуто використанням приймача супутникової навігаційної системи і носових підрулюючих пристроїв.

У роботі [77] зазначається, що значну роль у забезпеченні безаварійного судноводіння відіграють навігаційно-інформаційні системи (НІС) судна, про які в роботі представлені докладні відомості, також розглянуто інформацію по електронним картам, приведено принципи відображення інформації НІС та наведено характеристики їх складових частин і функціональних можливостей. Проаналізовано особливості датчиків оперативної навігаційної інформації з аналізом їх недоліків та обмежень.

Питанням оцінки, прогнозу і оптимізації процесу судноводіння бортовими автоматизованими системами розглянуто в роботі [78], в якій приведено методи прогнозу розвитку мореплавства та основні принципи забезпечення безаварійного плавання судна в умовах шторму. В роботі також приведено технічні характеристики та функціональні можливості проаналізованих автоматизованих систем і наведені особливості відображення інформації.

Програму і результати статистичного моделювання процесу руху суден лінійним фарватером приведено в роботі [79], в якій виявлено вплив параметрів навігаційних умов плавання на кількість ситуацій небезпечного зближення.

В роботі [80] приведено результати дослідження математичної моделі руху судна з урахуванням додаткових нелінійних членів, а також виконано оцінку адекватності розглянутої моделі на різних режимах руху судна, в результаті чого виявлено вплив зміни вітру на картину біфуркації. Досягнуто значне підвищення ефективності автопілоту завдяки введенню інтелектуальної складової до алгоритму його функціонування, в результаті чого було знижено рівень некерованості судна.

В роботах [81,82] представлені динамічні моделі повороту судна з урахуванням часу перекладання керма.

В роботі [83] запропоновано поняття коефіцієнтів впливу параметрів приведеної математичної моделі судна на його характеристики маневрування. Приводяться коефіцієнти впливу для основних маневрових характеристик поворотності судна таких, як радіус сталої циркуляції, початкова поворотність та всі характеристики отримання.

Теорію управління динамічними об'єктами зі змінними параметрами викладено в роботі [84] з позицій методів синергетики. Також викладено опис традиційних системи управління, застосування нечіткої логіки для управління та розглянуто нейромережі і їх архітектуру. Приведені результати синтезу нейромережевих систем управління та наведені приклади нейронного керування.

Систему керування курсом судна автопілотом з використанням принципів нечіткої логіки розглянуто в статті [85], в якій показана адаптація пропонованої системи, що враховує нелінійність математичної моделі судна та його складну динаміку. В статті судно розглядається як об'єкт керування в ситуації випадково змінюваних умов роботи системи.

Задачі нелінійного керування по утриманню судна в програмній точці із заданим курсом присвячена робота [86], в якій приводиться формування алгоритму за допомогою нелінійного фільтру Калмана з локальними ітеграціями, який оцінює поточний стан системи для формування завданого закону керування. Проведене моделювання показало можливість утримання судна відносно завданої точки з точністю не більше 4-8 м при стабілізації курсу з відхиленням не більш 2°.

Структуру системи керування рухом суден з високою швидкістю, що складається зі стратегічного і виконавчого рівнів, запропоновано в роботі [87], в якій також наводиться структура дворівневої системи управління для двох типів швидкісних суден, приведено її склад, розглянуто підходи відносно проектування її підсистем керування.

Робота [88] присвячена сучасним системам керування складними динамічними об'єктами, в яких для формування керуючих впливів застосована модель, що заснована на нейроних мережах. В роботі до таких невизначених об'єктів відносяться морські судна.

Необхідність застосування вдосконалених навігаційних комп'ютерних систем, які мають забезпечити безаварійне плавання сучасних суден, викликає зростання їх габаритів та вантажопідйомності, як повідомляється в роботі [89]. Як правило, сучасні системи використовують застарілі спрощенні прогнозні моделі руху суден, які обмежують їх використання в частині поточного відображення руху судна при перекладанні керма та зміні обертів двигуна. Ця обставина викликає необхідність розробки більш вдосконалених прогнозних моделей, які забезпечують підвищену точність прогнозу криволінійної траєкторії руху судна.

В статті [90] розглянуто питання ідентифікації суднових математичних моделей маневрування, за допомогою яких проводиться проектування систем керування рухом суден, здійснюється дослідження маневровості судна, а також забезпечується розвиток систем керування судновими тренажерами.

На основі аналізу гідродинаміки судна в роботі розроблена нелінійна модель його маневрування, для розрахунку параметрів якої використано алгоритм на базі розширеної теорії фільтра Кальмана, який синтезовано за допомогою теорії ідентифікації систем. З ціллю ідентифікації параметрів експерименту були вибрані циркуляція та зигзагоподібний маневр, які проводилися на імітаторі керування судном. Показано, що даний алгоритм забезпечує мінімізацію впливу похибок, внесених під час вимірювання.

Результати розробки інформаційної системи імітаційного моделювання руху суден приведено у роботі [91], в якій для системи використані складні динамічні моделі з урахуванням залежностей параметрів руху судна від кута перекладання керма та обертів двигуна. Така система може забезпечити новий тип планування маневрів судна і поточний контроль процесу реалізації завданого маневру. Під час маневрування судна передбачено відображати вибрані маневри одночасно із індикацією прогнозованої траєкторії та фактичним рухом судна.

Для автоматичного підходу до причалу суден в статті [92] пропонується контролер штучної нейроної мережі, розглянуто його послідовне навчання по концепції, яка мінімізує час маневру швартування.

Після послідовного навчання його дані використовуються для тренінгу двох окремих нейронних мереж по “перекладці” пера керма та реверсу енергетичної установки. Методом Монте-Каріо проводилася оцінка ефективності пропонованого контролера по завершенню навчання нейроних мереж моделюванням. В цілях забезпечення безпеки судно за допомогою контролера виводиться в фінальну позицію, що знаходиться на деякій відстані від пірсу.

Інтелектуальну систему прогнозу руху судна, що імітує процес навчання автономного блоку керування, який створеного за допомогою штучної нейроної мережі розглянуто в статті [93]. Блок управління обчислює значення необхідних параметрів маневрування судна в стислих водах, фіксуючи вхідні сигнали. В роботі наголошується, що основною задачею системи являється поточний контроль параметрів руху судна та прогноз їх значень після деякого інтервалу часу накопичення.

Властивості і налаштування моделі повної версії розглядаються в роботі [94], яка містить нові результати про лінійну динаміку судна. Особливу увагу приділяється складанню незв'язаних рівнянь руху і рискання другого порядку та неочікуваній поведінці їх похідної в разі виконання зигзагоподібного маневру. Запропоновано важливий етап поведінки судна у області дрейфового рискання при зигзагоподібному маневрі в якості додатка до налаштування моделі повної версії, для регулювання якого слід визначити константи часу залежні від швидкості судна. Ефект перевищення кута нахилу буде втрачено, якщо будуть використані добре відомі наближені рівняння руху судна першого порядку.

Використання методу рекурсивного найменшого квадрату на основі векторних машин підтримки для ідентифікації параметрів моделей маневрування суден розглянуто в роботі [95]. Основним підходом до оцінки моделей маневрування суден вважається ідентифікація системи в поєднанні з повномасштабним або вільним модельним тестом.

При цьому використовується інтелектуальна технологія, в якій опорні векторні машини (SVM) оцінюють початкові значення ідентифікованих параметрів з кінцевими вибірками.

Метод Wavelet і декомпозиція емпіричного режиму (EMD) використовуються для фільтрації даних, спотворених шумом. В статті широко обговорюється і аналізується спосіб визначення номера вибірки для SVM з метою визначення початкових значень ідентифікованих параметрів.

У роботах [96-107], виконаних автором одноосібно або в співавторстві, досліджуються питання стосовно підвищення точності судноводіння при використанні надмірних вимірів навігаційних параметрів.

1.2. Обґрунтування напрямку дисертаційного дослідження.

Проведений в попередньому підрозділі аналіз літературних джерел з питань вирішення проблеми забезпечення безаварійного судноводіння показав, що одним із основних аспектів вирішення проблеми зниження аварійності суден є підвищення точності судноводіння. Причому значний резерв вирішення цього аспекту полягає у використанні додаткових навігаційних вимірювань та застосуванні алгоритмів їх обробки, які забезпечують максимальну точність результатів. Вказана проблема особливо актуальна для суден, що знаходяться в стислих водах, в яких підвищені ризики виникнення навігаційних аварій.

Як випливає з попереднього підрозділу, часто похибки навігаційних вимірювань не підлягають нормальному закону розподілу вірогідностей, а можуть мати розподіл по змішаним законах двох типів, або по узагальненому закону Пуасона. Тому при використанні методу найменших квадратів при обчислені шуканих параметрів в таких випадках трапляється втрата точності отриманих результатів. Це стосується і розрахунку обсервованих координат судна в разі наявності більш ніж двох ліній положення.

Таким чином, задача підвищення точності судноводіння шляхом розробки способу використання додаткових навігаційних вимірювань із застосуванням алгоритмів їх обробки, що забезпечують мінімальну втрату точності результатів, який реалізований комп'ютерним забезпеченням, є перспективною і актуальною тематикою. Цими обставинами і обґрунтовано вибір напрямку даного дисертаційного дослідження.

1.3. Висновки за першим розділом.

На базі огляду літературних джерел у першому розділі проведено аналіз основних напрямів вирішення проблеми зниження аварійності суден шляхом забезпечення безпечного судноводіння.

Як встановлено аналізом літературних джерел, основними напрямками рішення проблеми забезпечення безпеки судноводіння є розробка методів моделювання руху судна при плаванні в стислих умовах, що сприяє їх більш ефективному і безпечному плаванню, використанню СКРС та забезпечення точності контролю місця судна і оцінка безпеки судноводіння в стислих умовах.

В результаті аналізу було встановлено, що одним із центральних напрямів рішення проблеми безаварійного судноплавства є підвищення його точності в стислих водах.

В розділі обґрунтований основний напрям дослідження дисертаційної роботи, який полягає в підвищення точності судноводіння розробкою узагальненого способу обробки навігаційних вимірювань при їх надлишковій кількості, який забезпечує мінімальну втрату точності результатів.

Об'єктом дослідження є безпека судноводіння, а предметом дослідження є методи підвищення точності судноводіння.

РОЗДІЛ 2.
ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Вибір теми дисертаційного дослідження.

В першому розділі було показано, що одним із основних аспектів вирішення проблеми зниження аварійності суден в стислих водах є підвищення точності судноводіння. Значний резерв вирішення цього аспекту полягає у використанні додаткових навігаційних вимірювань та застосуванні алгоритмів їх обробки, які забезпечують максимальну точність результатів.

Для вирішення вказаної задачі необхідно, по-перше, провести розробку методу розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань поліномами Ерміта з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту, що потребує застосування методів математичної статистики. По-друге, використовуючи одержану процедуру, слід сформувати спосіб розрахунку координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань з мінімальною втратою точності координат. Для цього необхідно розробити процедуру оцінки втрат точності визначення координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат.

Тому проблема підвищення точності судноводіння шляхом використання додаткових навігаційних вимірювань та застосування ефективних алгоритмів їх обробки є перспективною і актуальною, чим і обумовлено вибір теми дисертації в наступній редакції: «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна».

Для вирішення задачі по даній проблемі слід розглянути наступні питання:

- провести розділення головної задачі дисертаційного дослідження на складові задачі, використовуючи методи системного підходу;
- розробити метод ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту;
- сформувати процедуру оцінки втрат точності визначення координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат;
- запропонувати спосіб розрахунку координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань з мінімальною втратою точності координат.

Необхідність підвищення рівня безпеки судноводіння і вдосконалення методів підвищення точності судноводіння визначають актуальність тематики дисертаційного дослідження.

Наукову новизну дисертаційного дослідження можуть скласти розробка методу розрахунку координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань з мінімальною втратою точності координат.

Економічна ефективність дисертаційного дослідження полягає в можливому скороченні збитків пов’язаних із зниженням рівня аварійності внаслідок підвищення точності судноводіння.

Можливість реалізації даного наукового дослідження забезпечуються розробкою теоретичної частини роботи і її перевірка за допомогою експериментальних даних та імітаційного моделювання.

Об'єктом дослідження дисертації є безпека судноводіння.

Предметом дослідження є методи підвищення точності судноводіння.

2.2. Технологічна карта та методи дослідження дисертації.

На рис. 2.1 приведено технологічну карту методологічного забезпечення дисертаційного дослідження, яка ілюструє рішення його головної задачі.

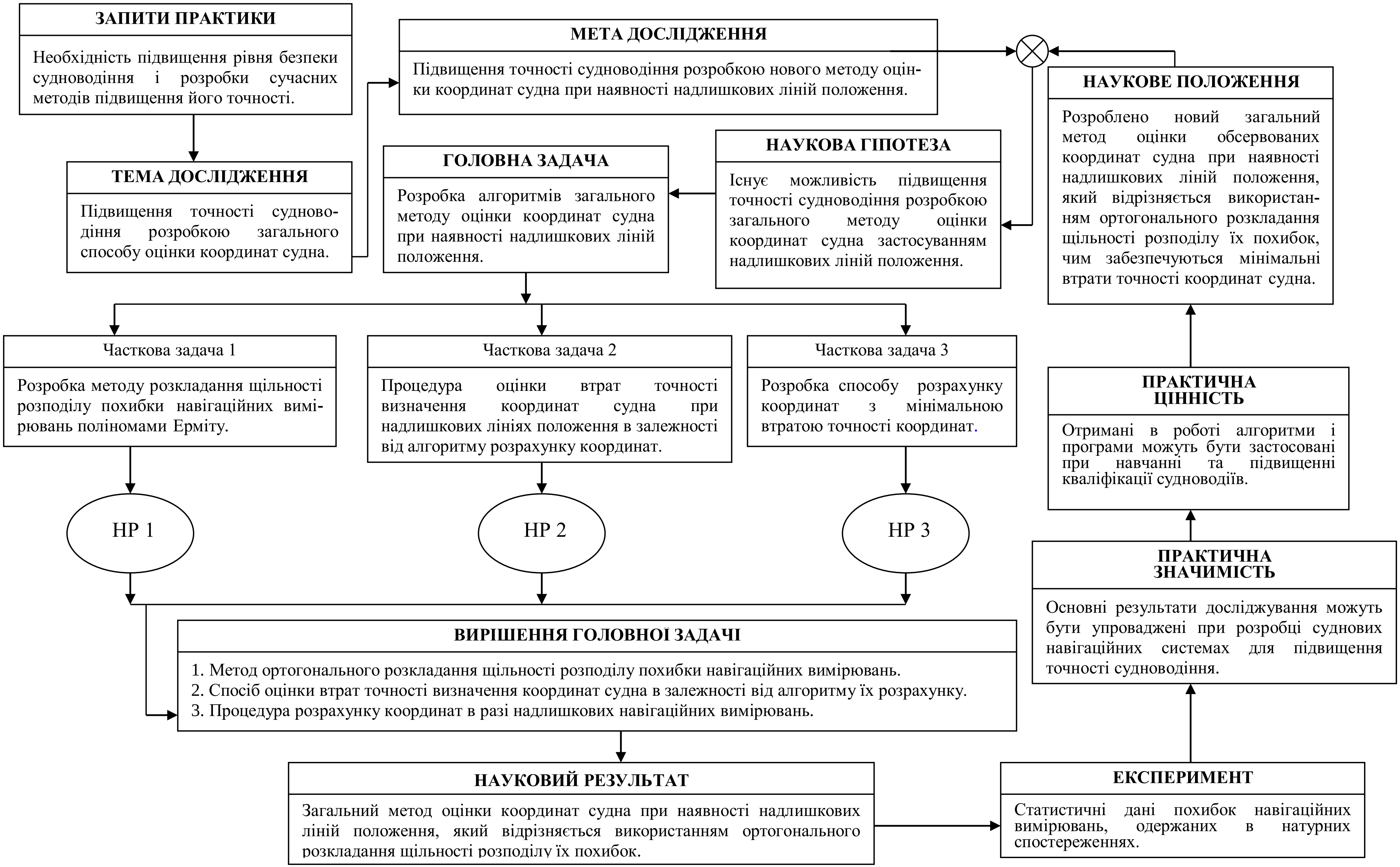


Рис. 2.1. Технологічна карта дисертації

Необхідність підвищення рівня безпеки судноводіння і розробки сучасних методів підвищення точності судноводіння є сучасними запитами практики.

Метою дисертаційного дослідження являється підвищення безпеки судноводіння шляхом вдосконалення методів підвищення точності судноводіння за рахунок розробки нового загального методу оцінки координат судна при наявності надлишкових ліній положення, який забезпечує мінімальні втрати точності координат судна.

Науковою гіпотезою дисертаційного дослідження прийнято допущення про можливість підвищення точності судноводіння розробкою загального методу оцінки координат судна застосуванням надлишкових ліній положення.

Головна задача дослідження полягає в розробці алгоритмів запропонованого загального методу оцінки координат судна при наявності надлишкових ліній положення.

Методами теорії дослідження операцій для вирішення головної задачі дисертації було проведено її розділення на три незалежні складові задачі:

1. Розробка методу розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань поліномами Ерміта з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту.

2. Процедура оцінки втрат точності визначення координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат.

3. Розробка способу розрахунку координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань з мінімальною втратою точності координат.

Для формалізації першої складової задачі слід, перш за все, показати ортогональність поліномів Ерміта для випадкових величин з дисперсією, відмінною від одиниці, тобто для ненормованих випадкових величин. Також необхідно знайти аналітичні вирази для поліномів Ерміту та коефіцієнтів ортогонального розкладання щільності розподілу ненормованих похибок навігаційних вимірювань. Потім потрібно перевірити збіжність щільності розподілу ненормованих похибок з її ортогональним розкладанням в разі використання різної кількості членів розкладання і показати, що найкраща збіжність досягається для розкладання з одним членом, для чого слід знати лиш дисперсію і четвертий центральний момент.

Друга складова задача дисертаційного дослідження потребує розробки процедури оцінки втрат точності визначення координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат, причому принципово важливою є ситуація, коли дійсний і бажаний закони розподілу являються різними. Вважається, що похибки навігаційних вимірювань розподілені по нормальному закону, тому для розрахунку координат судна використовується метод найменших квадратів. В разі, коли похибки навігаційних вимірювань розподілені по закону, відмінному від нормального, то застосування методу найменших квадратів веде до втрати точності визначення координат судна. Тому слід розглянути випадок, коли похибки ліній положення мають розподіл по змішаним законам двох типів, узагальненому закону Пуасону, та використовується ортогональне розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань, а розрахунок координат судна проводиться методом найменших квадратів. Слід показати, що застосування ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань в якості самої щільності в разі їх розподілу по законам, які відрізняються від нормального закону, веде до менших втрат, чим при використанні методу найменших квадратів.

Третя складова задача дисертаційного дослідження пов'язана з розробкою способу розрахунку координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань з мінімальною втратою точності координат. Для вирішення цієї складової задачі необхідно застосувати метод максимальної правдоподібності, коли при надлишкових лініях положення в якості щільності розподілу похибок використовується її ортогональне розкладання поліномами Ерміта з урахуванням дисперсії і четвертого центрального моменту. В результаті цього одержимо систему двох нелінійних рівнянь відносно координат судна, яку доцільно розв'язувати методом простих ітерацій.

Для підтвердження отриманих в роботі теоретичних результатів необхідно використати статистичні дані по похибкам навігаційних вимірювань, отриманих в натурних спостереженнях. Перевірка втрат точності при використанні методу найменших квадратів та способу застосування ортогонального розкладання потребує розробки комп'ютерної імітаційної програми, яка містить наступні модулі:

- формування вибірки завданих розмірів похибок навігаційних вимірювань по вибраному закону розподілу;

- розрахунку обсервованих координат по восьми лініям положення, розрахованих методом найменших квадратів та способом застосування ортогонального розкладання;

- відображення 500 обсервованих позицій судна на екрані монітору, одержаних одним із двох методів розрахунку індикації поточних позицій судна;

- визначення дисперсії модуля векторіальної похибки вибірки в залежності від методу розрахунку обсервованих позицій судна;

- порівняльна характеристика точності визначення обсервованих позицій судна одержаних обома методами.

При рішенні складових задач дослідження було отримано нові наукові результати, які на технологічній карті методологічного забезпечення дисертаційного дослідження позначені відповідно НР1, НР2 і НР3:

- науковий результат першої складової задачі НР1 полягає в розробці методу ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту, що не потребує знання закону розподілу похибки;

- спосіб оцінки втрат точності визначення обсервованих координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат є науковим результатом НР2 другої складової задачі;

- процедуру розрахунку обсервованих координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань, яка забезпечує мінімальну втрату точності координат являється науковим результатом НР3 третьої складової задачі.

Використовуючи розроблену комп'ютерну програму, необхідно провести імітаційне моделювання перевірки коректності результатів дисертаційного дослідження.

Наукова гіпотеза допущення про можливість підвищення точності судноводіння розробкою загального методу оцінки координат судна застосуванням надлишкових ліній положення була підтверджена одержаними в дисертаційній роботі теоретичними результатами та імітаційним моделюванням.

Даному дисертаційному дослідженню притаманна практична значущість, що полягає у можливості впровадження його результатів при розробці суднових навігаційних системах для підвищення точності судноводіння.

Практична цінність результатів дисертаційної роботи полягає в тому, що одержані в роботі теоретичні результати і програми можуть бути застосовані у навчальному процесі та при підвищенні кваліфікації судноводіїв.

Одержані в дисертаційному дослідженні наукові результати і проведене імітаційне моделювання визначають його наукове положення, яке може бути сформульовано наступним чином:

Розроблено новий загальний метод оцінки обсервованих координат судна при наявності надлишкових ліній положення, який відрізняється використанням ортогонального розкладання щільності розподілу їх похибок, чим забезпечуються мінімальні втрати точності координат судна.

2.3. Характеристика методики дисертаційного дослідження.

В даному підрозділі стисло викладається методика проведення дисертаційного дослідження.

Згідно з рекомендаціями по проведенню наукових досліджень слід, перш за все, методами дедукції провести аналіз основних напрямків проблеми забезпечення та підвищення безпечності судноводіння, чим обумовлюється вибір теми дисертаційного дослідження.

Другим кроком виконання роботи є розділення методами дослідження операцій головної задачі дисертаційного дослідження на незалежні складові задачі та забезпечення методологічного обґрунтування дисертації.

Наступним етапом роботи являється необхідність доказу ортогональності поліномів Ерміта для ненормованих випадкових величин, причому необхідно знайти аналітичні вирази поліномів Ерміта довільного порядку та відповідних коефіцієнтів ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань. Після цього потрібно перевірити відповідність щільності розподілу похибок її ортогональним розкладанням при використанні різної кількості членів розкладання і засвідчити найкращу збіжність, що досягається в разі розкладання з одним членом, яке можливе при відомих дисперсії і четвертого центрального моменту.

Черговий крок дисертаційного дослідження потребує розробки процедури оцінки втрат точності визначення координат судна в разі застосування надлишкових лініях положення залежно від алгоритму розрахунку координат, особливо важливим є випадок, коли дійсний і бажаний закони розподілу не співпадають. Так як вважається, що похибки навігаційних вимірювань мають нормальний розподіл, то за звичай для розрахунку координат судна використовується метод найменших квадратів.

Враховуючи, що часто похибки навігаційних вимірювань мають закон розподілу, відмінний від нормального закону, то при застосуванні методу найменших квадратів виникає втрата точності визначення координат судна. Тому слід показати, що застосування ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань в якості самої щільності в разі їх розподілу по законам, які відрізняються від нормального закону, пов'язано з меншими втратами, чим при використанні методу найменших квадратів.

В подальшому необхідно провести розробку способу розрахунку координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань з мінімальною втратою точності координат, для чого слід застосувати метод максимальної правдоподібності, коли при надлишкових лініях положення в якості щільності розподілу похибок використовується її ортогональне розкладання з одним членом при урахуванні дисперсії і четвертого центрального моменту. Одержану систему двох нелінійних рівнянь відносно координат судна доцільно розв'язувати методом простих ітерацій.

Підтвердження отриманих в роботі теоретичних результатів потребує використання статистичних даних по похибкам навігаційних вимірювань, отриманих в натурних спостереженнях. Також перевірка втрат точності при використанні методу найменших квадратів та способу застосування ортогонального розкладання вимагає розробки комп'ютерної імітаційної програми, яка має складаться з наступних модулів: формування вибірки завданих розмірів похибок навігаційних вимірювань по вибраному закону розподілу; розрахунку обсервованих координат по восьми лініям положення, розрахованих методом найменших квадратів та способом застосування ортогонального розкладання; відображення 500 обсервованих позицій судна на екрані монітору, одержаних одним із двох методів розрахунку індикації поточних позицій судна; визначення дисперсії модуля векторіальної похибки вибірки в залежності від методу розрахунку обсервованих позицій судна.

2.4. Висновки за другим розділом.

В другому розділі дисертаційної роботи розглянуто вибір теми дослідження і його основним напрямкам, в якому приведено технологічну карту дослідження, що містить методологічну структуру дисертаційного дослідження, та обґрунтовано його методологічне забезпечення.

В розробленій технологічній карті вказано мету дисертаційного дослідження і його головну задачу, яку розділено на декілька незалежних складових задач. Одержано наукові результати дисертаційної роботи, які мають новизну, та підтверджено робочу гіпотезу наукового дослідження.

Другий розділ містить практичну цінність і значущість дисертаційного дослідження, які полягають у можливості впровадження практичних результатів дисертаційної роботи, та формулювання основного наукового положення роботи.

У вигляді окремого підрозділу розглянуто методику вирішення складових задач дисертації, яка також описує основні етапи наукового дослідження по темі дисертації, з обґрунтуванням використання сучасних методів аналітичного аналізу та проведення імітаційного комп'ютерного моделювання для підтвердження коректності отриманих результатів роботи.

РОЗДІЛ 3.

АНАЛІЗ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК НАВІГАЦІЙНИХ РОЗПОДІЛІВ

3.1. Закон Гауса розподілу вірогідності випадкових похибок.

Закон Гауса розподілу, який також називають нормальним законом, являється виключно важливим в теорії вірогідності, - він закон розподілу, що зустрічається на практиці. Головна особливість цього закону полягає у тому, що він є граничним законом, до якого наближаються інші закони розподілу за деяких типових умов.

Щільність нормального закону розподілу має наступний аналітичний вираз:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}],$$

де m і σ – відповідно математичне очікування і середнє квадратичне відхилення.

Характеристична функція нормального розподілу для центрованої випадкової величини [108]:

$$g(t) = \exp[-\frac{(\sigma t)^2}{2}]. \qquad (3.1)$$

У теорії вірогідності доведено, що сума досить великого числа незалежних випадкових величин, підлеглих яким завгодно законам розподілу, приблизно підкоряється нормальному закону, і це виконується тим точніше, ніж більша кількість випадкових величин підсумовується. Так, похибки вимірювання навігаційних параметрів можуть бути представлені як сума вельми великого числа порівняно малих доданків – елементарних похибок, кожна з яких викликана дією окремої причини, не залежної від інших.

Яким би законам розподілу не були підлеглі окремі елементарні похибки, особливості цих розподілів в сумі великого числа доданків нівелюються, і сума виявляється підлегла закону, близьку до нормального.

Основне обмеження, що накладається на підсумовуванні похибки, полягає в тому, щоб вони всі виконували в загальній сумі відносно малу роль.

Дійсно, допустимо, що X_1 , X_2 , $\ldots X_n$ - незалежні випадкові величини, що мають один і той же закон розподілу з математичним очікуванням m і дисперсією σ^2. Позначимо їх суму Y_n , тобто $Y_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$.

Випадкові величини X_1 , X_2 , $\ldots X_n$ мають одну і ту ж щільність розподілу $f(x)$ і, отже, одну і ту ж характеристичну функцію $g_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx) f(x) dx$.

Тому характеристична функція випадкової величини Y_n буде:

$$g_{yn}(t) = [g_x(t)]^n .$$

Представимо $g_x(t)$ в границях точки $t = 0$ по формулі Маклорена з трьома членами:

$$g_x(t) = g_x(0) + g_x'(0)\, t + [\frac{g_x''(0)}{2} + \alpha(t)]\, t^2 ,$$

де $\alpha(t) \to 0$ при $t \to 0$.

Знаходимо вирази $g_x(0)$, $g_x^{'}(0)$ і $g_x^{''}(0)$.

$$g_x(0)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1,\ g_x^{'}(t)=i\int\limits_{-\infty}^{\infty} xe^{itx} f(x)dx,\ g_x^{'}(0)=i\int\limits_{-\infty}^{\infty} xe^{itx} f(x)dx=im.$$

Для центрованої випадкової величини m=0, тому $g_x^{'}(0)=0$. Друга похідна має вигляд:

$$g_x^{''}(t)=-\int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{itx} f(x)dx, \text{ откуда}$$

$$g_x^{''}(0)=-\int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx=-\sigma^2.$$

Отже, одержимо:

$$g_x(t)=1-[\frac{\sigma^2}{2}-\alpha(t)]t^2. \qquad (3.2)$$

Перейдемо від сумарної величини Y_n до нормованої величини Z_n :

$$Z_n=\frac{Y_n}{\sigma\sqrt{n}}.$$

Знайдемо характеристичну функцію величини Z_n :

$$g_{zn}(t)=[g_x(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}})]^n,$$

або, користуючись формулою (3.2),

$$g_{zn}(t)=\{1-[\frac{\sigma^2}{2}-\alpha(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}})]\frac{t^2}{n\sigma^2}\}^n. \qquad (3.3)$$

Знайдемо логарифм вираз (3.3):

$$\ln g_{zn}(t) = n\ln\{1-[\frac{\sigma^2}{2} - \alpha(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}})]\frac{t^2}{n\sigma^2}\} \;.$$

Введемо позначення

$$[\frac{\sigma^2}{2} - \alpha(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}})]\frac{t^2}{n\sigma^2} = \chi, \qquad (3.4)$$

тоді

$$\ln g_{zn}(t) = n\ln\{1-\chi\} \;.$$

Необмежено збільшуватимемо значення n. При цьому величина χ, як випливає з (1.4), прагне до нуля. При значному n її можна вважати вельми малою. Розкладемо $\ln\{1-\chi\}$ в ряд і обмежимося першим членом розкладання:

$$\ln\{1-\chi\} \approx -\chi.$$

Тоді одержимо:

$$\lim_{n\to\infty} \ln g_{zn}(t) = \lim_{n\to\infty} \ln n(-\chi) = \lim_{n\to\infty} [-\frac{t^2}{2} + \alpha(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}})\frac{t^2}{\sigma^2}] = -\frac{t^2}{2}, \quad \text{тобто}$$

$$\lim_{n\to\infty} \ln g_{zn}(t) = -\frac{t^2}{2}, \qquad \text{звідки}$$

$$\lim_{n\to\infty} g_{zn}(t) = \exp(-\frac{t^2}{2}).$$

Це і є характеристична функція нормального закону центрованої і нормованої випадкової величини.

Для обчислення функція розподілу нормального закону користуються таблицями спеціальної функції, так званої функції Лапласа $\Phi(x)$, або інтеграла вірогідності [109], оскільки функція розподілу нормального закону не виражається через елементарні функції, тому:

$$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-t^2)dt.$$

3.2. Змішані закони розподілу вірогідності.

Повсюдно прийнято, що похибки навігаційних вимірювань підкоряється нормальному закону, чому у багатьох випадках суперечать статистичні дані похибок навігаційних вимірювань, одержані в натурних спостереженнях [35,36]. Через цю обставину була запропонована загальна модель змішаного закону розподілу вірогідності похибок навігаційних вимірювань [34-36], в якій щільність розподілу вірогідності центрованої похибки навігаційних вимірювань η має наступний вигляд:

$$f(\eta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma}\exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right)d\sigma. \tag{3.5}$$

У цій моделі с. к. в. σ є випадковою величиною, причому з урахуванням, того, що, щільність розподілу $\varphi(\sigma)$ повинна задовольняти умовам:

$$\lim_{\sigma\to 0}\varphi(\sigma)=0, \qquad \lim_{\sigma\to\infty}\varphi(\sigma)=0.$$

Можливість отримання щільності змішаного розподілу $f(\eta)$ в явному вигляді і її основні закономірності визначаються щільністю розподілу $\varphi(\sigma)$ с. к. в. σ. Використовуючи модельні гіпотези, в роботі [43] запропоновано в якості $\varphi(\sigma)$ вибрати два закони розподілу з щільністю $\varphi_1(\sigma)$ і $\varphi_2(\sigma)$, які дозволяють одержати змішану щільність в явному вигляді і мають наступний вигляд:

$$\varphi_1(\sigma) = 2\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\frac{1}{\sigma^2}\exp(-\frac{\alpha}{\sigma^2}); \quad \varphi_2(\sigma) = 2\alpha\frac{1}{\sigma^3}\exp(-\frac{\alpha}{\sigma^2}).$$

Після підстановки даної щільності у вираз (3.5) та інтегрування одержимо базову щільність змішаного розподілу відповідно першого $f_{b1}(x)$ (Коші) і другого $f_{b2}(x)$ (Пірсона VII типу) типу:

$$f_{b1}(x) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2}\pi}\,\frac{1}{(x^2/2+\alpha)}; \quad f_{b2}(x) = \frac{\alpha}{\sqrt{2}2}\,\frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{3}{2}}}. \tag{3.6}$$

З урахуванням властивостей щільності розподілу з виразу (3.6) одержимо:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2}\pi}\,\frac{1}{(x^2/2+\alpha)}dx = 1; \quad \int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\alpha}{\sqrt{2}2}\,\frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{3}{2}}}dx = 1.$$

Тому справедливі співвідношення:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x^2/2+\alpha)}dx = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{\alpha}}; \quad \int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{3}{2}}}dx = \frac{\sqrt{2}2}{\alpha}.$$

Диференціюємо ліву і праву частини кожного з рівнянь по змінній α:

$$-\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x^2/2+\alpha)^2}dx=-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2\pi}}{\alpha^{3/2}}; \quad -\frac{3}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{5}{2}}}dx=-\frac{\sqrt{2}2}{\alpha^2}.$$

Повторне диференціювання дозволяє одержати наступні вирази:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1\cdot 2}{(x^2/2+\alpha)^3}dx=\frac{1}{2}\frac{3}{2}\frac{\sqrt{2\pi}}{\alpha^{5/2}}; \quad \frac{3}{2}\frac{5}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{7}{2}}}dx=1\cdot 2\frac{\sqrt{2}2}{\alpha^3}.$$

Диференціюючи *n* раз кожне з рівнянь, одержимо:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{n!}{(x^2/2+\alpha)^{n+1}}dx=\frac{\sqrt{2\pi}\cdot 1\cdot 3\cdot\cdot(2n-1)}{2^n\alpha^{n+\frac{1}{2}}};$$

$$\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot(2n+1)}{2^n}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{n+\frac{3}{2}}}dx=n!\frac{\sqrt{2}2}{\alpha^{n+1}}.$$

З двох одержаних рівнянь можна одержати множину щільностей змішаного закону розподілу вірогідності навігаційних похибок, що виражаються в явному вигляді:

$$f_1(x)=\frac{2^n \alpha^{n+\frac{1}{2}} n!}{\sqrt{2\pi}\ 1\cdot 3\cdot\cdot(2n-1)}\ \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{n+1}},\qquad (n\le 6)\qquad (3.7)$$

$$f_2(x)=\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot(2n+1)\alpha^{n+1}}{\sqrt{2}2^{n+1}n!}\ \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{n+1,5}},\quad (n\le 5)\quad (3.8)$$

де α - безперервний масштабний параметр;

n – істотний цілочисельний параметр.

Вираз (3.7) є щільністю розподілу вірогідності змішаного закону першого типу, а вираз (3.8) - змішаного закону другого типу.

З урахуванням того, що істотний параметр n в першому змішаному законі обмежений максимальним значенням рівним 6, були одержані формули, що визначають щільність змішаного закону розподілу першого типу $f_1(x)$, аналітичний вид яких приведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Щільність розподілу змішаного закону першого типу

$f_1(x)$	Аналітичні вирази
$n=0$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2\pi}}\ \frac{1}{(x^2/2+\alpha)}$
$n=1$	$\frac{2\alpha^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\ \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^2}$
$n=2$	$\frac{8\alpha^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{2\pi}3}\ \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^3}$

Продовження табл. 3.1

$n=3$	$\dfrac{48\alpha^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{2}\pi 15}\;\dfrac{1}{(x^2/2+\alpha)^4}$
$n=4$	$\dfrac{384\alpha^{\frac{9}{2}}}{\sqrt{2}\pi 105}\;\dfrac{1}{(x^2/2+\alpha)^5}$
$n=5$	$\dfrac{3840\alpha^{\frac{11}{2}}}{\sqrt{2}\pi 945}\;\dfrac{1}{(x^2/2+\alpha)^6}$
$n=6$	$\dfrac{46080\alpha^{\frac{13}{2}}}{\sqrt{2}\pi 10395}\;\dfrac{1}{(x^2/2+\alpha)^7}$

Для змішаного закону розподілу вірогідності другого типу значення істотного параметра n не повинне бути більше 5, тому аналітичні вирази щільності змішаного розподілу другого типу $f_2(x)$ для істотного параметра $n \le 5$, одержані повторним диференціюванням базової щільності по безперервному масштабному параметру α при зростаючому істотному параметрі n, приведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Щільності розподілу змішаного закону другого типу

$f_2(x)$	Аналітичні вирази
$n=0$	$\dfrac{\alpha}{\sqrt{2}2}\;\dfrac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{3}{2}}}$
$n=1$	$\dfrac{3\alpha^2}{\sqrt{2}4}\;\dfrac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{5}{2}}}$

Продовження табл. 3.2

$n=2$	$\frac{15\alpha^3}{\sqrt{2}16} \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{7}{2}}}$
$n=3$	$\frac{105\alpha^4}{\sqrt{2}96} \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{9}{2}}}$
$n=4$	$\frac{945\alpha^5}{\sqrt{2}768} \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{11}{2}}}$
$n=5$	$\frac{10395\alpha^6}{\sqrt{2}7680} \frac{1}{(x^2/2+\alpha)^{\frac{13}{2}}}$

Криві щільності розподілу вірогідності змішаних законів першого і другого типів нормованих похибок навігаційних вимірювань з істотними параметрами, що не перевищують значення 6, приведені на рис. 3.1.

Важливою характеристикою закону розподілу випадкової величини є його функція розподілу, тому знайдемо аналітичний вираз для функцій розподілу змішаних законів.

Функція розподілу змішаного закону першого типу визначається виразом [48]:

$$F_{kn}(x) = \frac{2^n \alpha^{n+\frac{1}{2}} n!}{\sqrt{2\pi}\ 1\cdot 3\cdot (2n-1)} \int_{-\infty}^{x} \frac{d\xi}{(\frac{\xi^2}{2}+\alpha)^{n+1}} .$$

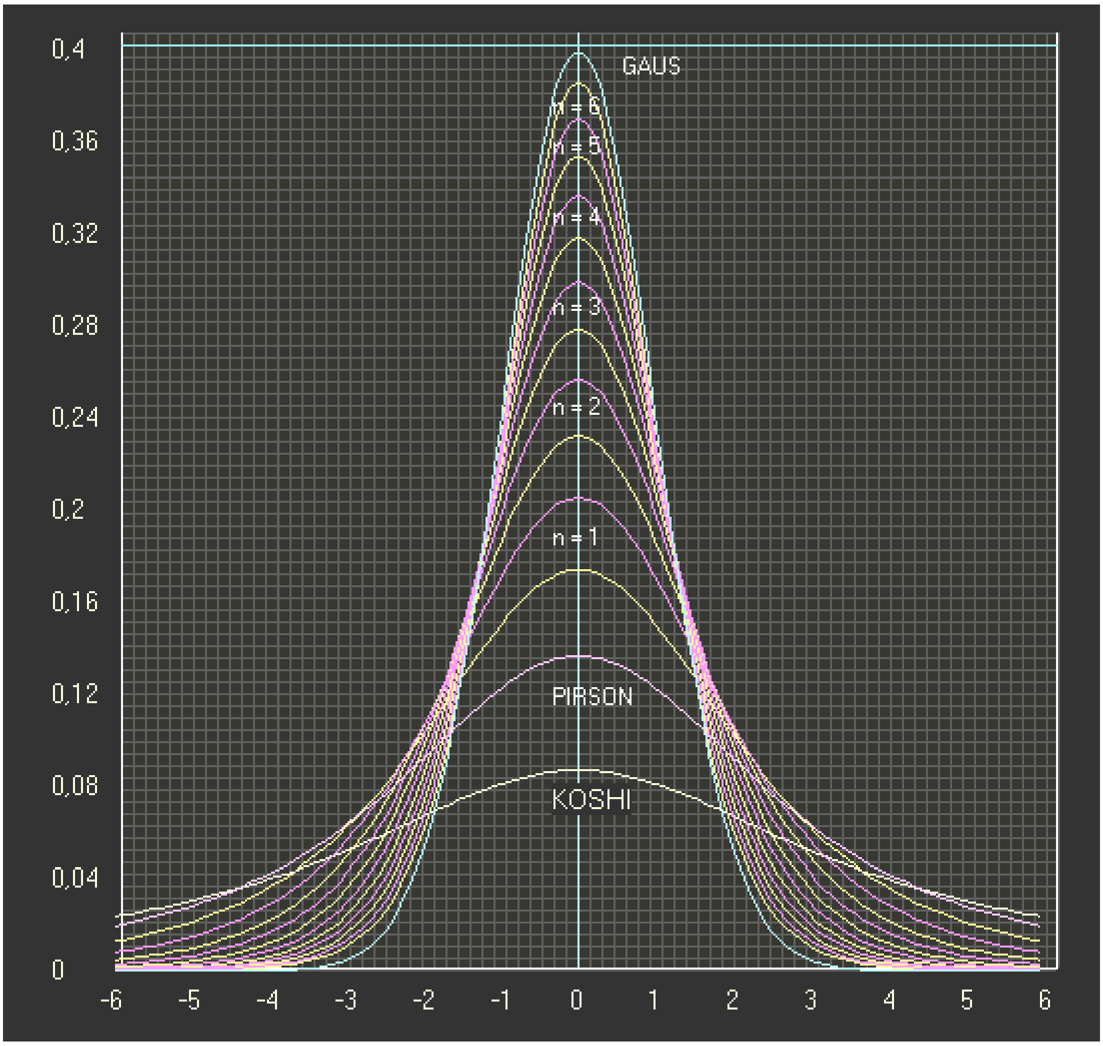


Рис. 3.1. Крива щільність змішаних розподілів

Замінимо змінну: $y = \frac{\xi}{\sqrt{2}}, \quad d\xi = \sqrt{2}dy$ и получим:

$$F_{kn}(x) = \frac{2^n \alpha^{n+\frac{1}{2}} n!}{\sqrt{2}\pi \ 1 \cdot 3 \cdot (2n-1)} \int_{-\infty}^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \frac{dy}{(y^2+\alpha)^{n+1}}.$$

Даний інтеграл має відоме рішення за допомогою рекурентної формули:

$$F_{kn}(x) = \{\sum_{i=1}^{n} \frac{2^{n-i} \alpha^{(n-i)+\frac{1}{2}} (n-i)!}{\pi \ 1 \cdot 3 \cdot [2n-(2i-1)]} \frac{y}{(y^2+\alpha)^{n+1-i}}\} \Bigg|_{-\infty}^{\frac{x}{\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} \int_{-\infty}^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \frac{dy}{(y^2+\alpha)}.$$

Підставляючи межі інтегрування, одержимо функцію розподілу:

$$F_{kn}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} arctg \frac{x}{\sqrt{2\alpha}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{2^{n-i} \alpha^{(n-i)+\frac{1}{2}} (n-i)!}{\sqrt{2\pi}\ 1 \cdot 3 \cdot [2n-(2i-1)]} \frac{x}{(\frac{x^2}{2}+\alpha)^{n+1-i}}, \qquad (3.9)$$

причому ($n \le 6$).

Звертаємо увагу на ту обставину, що із зростанням істотного параметра n змішаний розподіл прагне до розподілу Гауса.

Змішаний розподіл першого типу застосовний для істотного параметра $n \le 6$, тому в табл. 3.3 приведені аналітичні вирази функції розподілу $F_{k1}(x) ... F_{k6}(x)$.

У приведених виразах для функцій розподілу приймається вираз:

$$F_k(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \mathrm{arctg} \frac{x}{\sqrt{2\alpha}}.$$

Таблиця 3.3.

Функції розподілу змішаних розподілів першого типу

$F_{kn}(x)$	Аналітичні вирази
$F_{k1}(x)$	$F_k(x) + \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} x}{\sqrt{2}\pi(x^2/2+\alpha)}$
$F_{k2}(x)$	$F_{k1}(x) + \frac{2\alpha^{\frac{3}{2}} x}{3\sqrt{2}\pi(x^2/2+\alpha)^2}$
$F_{k3}(x)$	$F_{k2}(x) + \frac{8\alpha^{\frac{5}{2}} x}{15\sqrt{2}\pi(x^2/2+\alpha)^3}$
$F_{k4}(x)$	$F_{k3}(x) + \frac{48\alpha^{\frac{7}{2}} x}{105\sqrt{2}\pi(x^2/2+\alpha)^4}$

Продовження табл. 3.3

$F_{k5}(x)$	$F_{k4}(x)+\frac{384\alpha^{\frac{9}{2}}x}{945\sqrt{2}\pi(x^2/2+\alpha)^5}$
$F_{k6}(x)$	$F_{k5}(x)+\frac{3840\alpha^{\frac{11}{2}}x}{10395\sqrt{2}\pi(x^2/2+\alpha)^6}$

Аналогічно знаходиться функція розподілу $F_{Pn}(x)$ для змішаного розподілу другого типу:

$$F_{Pn}(x)=1-2^n 1\cdot 3\cdot 5\cdot(2n+1)\{\sum_{j=0}^{n}\frac{(-1)^j}{j!(n-j)!(n+1+j)}\frac{\alpha^{n+1+j}}{(x^2+2\alpha+x\sqrt{x^2+2\alpha})^{n+1+j}}\}. \quad (3.10)$$

Оскільки змішаний розподіл другого типу застосовний для істотного параметра $n\le 5$, то в табл. 3.4 приведені аналітичні вирази функції розподілу $F_{P1}(x)...F_{P5}(x)$, причому в приведених виразах прийняте позначення:

$$z=x^2+2\alpha+x\sqrt{x^2+2\alpha}.$$

Таблиця 3.4

Функції розподілу змішаних розподілів другого типу

$F_{Pn}(x)$	Аналітичні вирази
$F_{P1}(x)$	$1-[\frac{3\alpha^2}{z^2}-\frac{2\alpha^3}{z^3}]$
$F_{P2}(x)$	$1-[\frac{10\alpha^3}{z^3}-\frac{15\alpha^4}{z^4}+\frac{6\alpha^5}{z^5}]$
$F_{P3}(x)$	$1-[\frac{35\alpha^4}{z^4}-\frac{84\alpha^5}{z^5}+\frac{70\alpha^6}{z^6}-\frac{20\alpha^7}{z^7}]$

Продовження табл. 3.4

$F_{P4}(x)$	$1-[\frac{126\alpha^5}{z^5}-\frac{420\alpha^6}{z^6}+\frac{540\alpha^7}{z^7}-\frac{315\alpha^8}{z^8}+\frac{70\alpha^9}{z^9}]$
$F_{P5}(x)$	$1-[\frac{462\alpha^6}{z^6}-\frac{1980\alpha^7}{z^7}+\frac{3465\alpha^8}{z^8}-\frac{3080\alpha^9}{z^9}+\frac{1386\alpha^{10}}{z^{10}}-\frac{252\alpha^{11}}{z^{11}}]$

Для перевірки правильності одержаних виразів функції розподілу змішаних законів обох типів за допомогою чисельного інтегрування методом Сімпсона розраховувалися значення

$$F_{ik,P}(x,\alpha,n)=\int_{-\infty}^{x} f_{1,2}(\xi,\alpha,n)d\xi$$

для заданих значень x і для цих же значень розраховуються значення функцій розподілу $F_{kn}(x)$ і $F_{Pn}(x)$ по формулах (3.9) і (3.10). Значення $F_{ik}(x,\alpha,n)$ порівнюються з $F_{kn}(x)$ і $F_{iP}(x,\alpha,n)$ з $F_{Pn}(x)$, на підставі чого робиться висновок про коректність виразів для функцій розподілу $F_{kn}(x)$ і $F_{Pn}(x)$. Результати розрахунків представлені на рис. 3.2 і 3.3.

Для змішаного закону першого типу, приймаючи α=6,7, а також n=1…6 розраховані значення функції розподілу $F_{ik}(x,\alpha,n)$, які представлені на верхньому рядку кожного значення n в межах від 0 до 6 с.к.в. (рис. 3.3). У нижньому рядку кожного значення n розраховані значення $F_{kn}(x)$ по формулі (3.9). Причому приведені значення слід помножити на 10^{-4}. Для того ж значення α=6,7 і n=1…5 на рис. 3.3 представлені результати розрахунку для змішаного закону другого типу по формулі (3.10).

УЗАГАЛЬНЕНИЙ РОЗПОДІЛ КОШІ																
n	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4	2,8	3,2	3,6	4	4,4	4,8	5,2	5,6	6
1	5005	5690	6348	6922	7479	7931	8289	8600	8863	9064	9226	9356	9456	9545	9611	9671
	5000	5690	6348	6950	7479	7931	8306	8614	8863	9064	9226	9356	9460	9545	9614	9671
2	5007	5916	6771	7483	8133	8618	8971	9248	9459	9604	9707	9782	9834	9876	9904	9927
	5000	5916	6771	7517	8133	8618	8987	9260	9459	9604	9707	9782	9837	9876	9905	9927
3	5009	6095	7093	7890	8572	9042	9354	9577	9730	9823	9883	9922	9946	9964	9975	9982
	5000	6095	7093	7927	8572	9042	9368	9586	9730	9823	9883	9922	9947	9964	9975	9982
4	5010	6247	7357	8206	8888	9321	9585	9756	9861	9918	9952	9971	9982	9989	9993	9995
	5000	6247	7357	8244	8888	9321	9596	9762	9861	9918	9952	9971	9982	9989	9993	9995
5	5011	6380	7581	8460	9124	9513	9729	9857	9927	9962	9980	9989	9994	9996	9998	9998
	5000	6380	7581	8499	9124	9513	9738	9861	9927	9962	9980	9989	9994	9996	9998	9998
6	5012	6500	7775	8669	9304	9647	9821	9915	9961	9982	9991	9995	9997	9999	9999	9999
	5000	6500	7775	8708	9304	9647	9828	9918	9961	9982	9991	9995	9998	9999	9999	9999

Рис. 3.2. Перевірка функції розподілу змішаного закону 1-го типу

Аналіз таблиць на рис. 3.2 і 3.3 показує, що результати чисельного інтегрування практично співпадають з результатами розрахунку відповідних функцій розподілу. Дана обставина підтверджує коректність одержаних виразів для функцій розподілу змішаних законів розподілу обох типів.

Розглянемо випадок, коли початкова вибірка, по якій виробляється оцінка стохастичних характеристик випадкової похибки ξ, містить випадкові похибки з різними значеннями дисперсії. Припустимо, похибки загальної вибірки є нормально розподіленими випадковими величинами, що належать різним приватним вибіркам з певним значенням дисперсії

σ_i^2. Іншими словами, загальна вибірка є сумішшю приватних вибірок з різними дисперсіями, причому с.к.в. σ вибірок є дискретним розподілом із значеннями $\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_i, \ldots \sigma_n$ з вірогідністю $p_1, p_2, \ldots p_i, \ldots p_n$. Тоді щільність розподілу загальної вибірки $f_s(\xi)$ має наступний вигляд:

$$f_s(\xi) = \sum_{i=1}^{n} f_N(\xi, \sigma_i) p_i .$$

УЗАГАЛЬНЕНИЙ РОЗПОДІЛ ПІРСОНА

n	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4	2,8	3,2	3,6	4	4,4	4,8	5,2	5,6	6
1	5006	5811	6576	7228	7843	8320	8683	8982	9223	9397	9529	9629	9703	9765	9809	9847
	5000	5811	6576	7260	7843	8320	8700	8995	9223	9397	9529	9629	9706	9765	9811	9847
2	5008	6010	6941	7700	8372	8853	9188	9439	9619	9736	9816	9870	9906	9934	9951	9965
	5000	6010	6941	7736	8372	8853	9202	9449	9619	9736	9816	9870	9908	9934	9952	9965
3	5009	6174	7231	8057	8742	9195	9483	9680	9807	9880	9925	9953	9969	9980	9987	9991
	5000	6174	7231	8095	8742	9195	9496	9687	9807	9880	9925	9953	9970	9980	9987	9991
4	5011	6315	7473	8339	9014	9426	9665	9813	9900	9944	9969	9982	9989	9994	9996	9997
	5000	6315	7473	8378	9014	9426	9675	9819	9900	9944	9969	9982	9990	9994	9996	9997
5	5012	6441	7681	8569	9220	9586	9780	9890	9947	9973	9987	9993	9996	9998	9999	9999
	5000	6441	7681	8608	9220	9586	9788	9894	9947	9973	9987	9993	9996	9998	9999	9999

Рис. 3.3. Перевірка функції розподілу змішаного закону 2-го типу

Враховуючи вираз для нормальної щільності $f_N(\xi, \sigma_i)$, одержимо:

$$\mathrm{f_s}(\xi)=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{p}_i\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}\exp(-\frac{\xi^2}{2\sigma_i^2}),\quad \text{або}$$

$$\mathrm{f_s}(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathrm{p}_i}{\sigma_i}\exp(-\frac{\xi^2}{2\sigma_i^2}). \tag{3.11}$$

Одержана щільність розподілу похибок вимірювань навігаційного параметра є істинною щільністю розподілу випадкових величин змішаної вибірки, а передбачувана щільність як і раніше є щільністю нормального розподілу.

Вираз для щільності розподілу $\mathrm{f_s}(\xi)$ похибки загальної вибірки

$$\mathrm{f_s}(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathrm{p}_i}{\sigma_i}\exp(-\frac{\xi^2}{2\sigma_i^2}) \tag{3.12}$$

містить значення *n*, p_i і σ_i, причому повинні дотримуватися наступні співвідношення:

$$\sum_{i=1}^{n}\mathrm{p}_i=1, \tag{3.13}$$

$$\sigma_m^2=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{p}_i\sigma_i^2\,. \tag{3.14}$$

При заданому значенні числа складових вибірок в загальній $n\geq 1$ для перевірки закону розподілу вірогідності похибок вимірювання необхідно знайти значення набору складових с. к. в. σ_1, σ_2, … σ_i, …σ_n і вірогідностей p_1, p_2, … p_i, … p_n. Іншими словами, необхідно визначити такі набори $\{\mathrm{p}_\mathrm{i}\}$ і $\{\sigma_\mathrm{i}\}$, які задовольняють умовам (3.13), (3.14) і забезпечують максимальну згоду з гістограмою вибірки.

Набір вірогідності $\{p_i\}$ визначається рівнянням (3.13), тому розглянемо такі набори, кожен член якого пропорційно змінюється щодо мінімального значення, тобто має місце співвідношення:

$$p_i = p_{min} + i\Delta p.$$

Значення Δp знаходиться з рівності (3.13):

$$\sum_{i=1}^{n}(p_{min} + i\Delta p) = 1, \qquad \text{або}$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_{min} + \Delta p \sum_{i=1}^{n} i = 1, \qquad n p_{min} + \Delta p \sum_{i=1}^{n} i = 1, \quad \text{звідки}$$

$$\Delta p = \frac{1 - n p_{min}}{\sum_{i=1}^{n} i}. \tag{3.15}$$

Покажемо коректність одержаного виразу, для чого підставимо Δp у вираз $\sum_{i=1}^{n}(p_{min} + i\Delta p)$:

$$\sum_{i=1}^{n}[p_{min} + i(\frac{1 - n p_{min}}{\sum_{i=1}^{n} i})] = \sum_{i=1}^{n} p_{min} + \sum_{i=1}^{n} \frac{i}{\sum_{i=1}^{n} i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{i n p_{min}}{\sum_{i=1}^{n} i} = n p_{min} + 1 - n p_{min} = 1.$$

Одержаний результат відповідає вимозі (3.13), чим підтверджується істинність виразу (3.15).

Аналіз виразу (3.15) показує, що значення Δp залежить від величини параметра p_{min}, причому при значенні $p_{min} = 0$ величина $\Delta p > 0$ і приймає найбільше значення $\Delta p = n p_{min} / \sum_{i=1}^{n} i$.

При збільшенні p_{min} до значення $p_{min} = 1/n$ величина Δp перетворюється в нуль, тобто $\Delta p = 0$. При подальшому зростанні

$p_{min} > 1/n$ величина Δp стає негативною, а набір вірогідності $\{p_i\}$ стає убуваючим, при цьому існує деяке найбільше значення p_{min}^m, при якому останній член p_n убуваючого набору $\{p_i\}$ є позитивним. Знайдемо значення p_{min}^m з урахуванням вказаної умови, тобто:

$$p_n = p_{min}^m + n\Delta p > 0,$$

або з урахуванням виразу (3.15)

$$p_n = p_{min}^m + n\frac{(1 - np_{min}^m)}{\sum_{i=1}^{n} i} > 0,$$

звідки одержуємо нерівність:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} i p_{min}^m + n - n^2 p_{min}^m}{\sum_{i=1}^{n} i} > 0.$$

Так як $\sum_{i=1}^{n} i > 0$, то можна записати:

$$\sum_{i=1}^{n} i p_{min}^m + n - n^2 p_{min}^m > 0.$$

З даної нерівності знаходимо:

$$p_{min}^m < \frac{n}{n^2 - \sum_{i=1}^{n} i}.$$

Таким чином, $p_{min} \in [0, p_{min}^m)$, причому послідовність $\{p_i\}$ є зростаючою при $p_{min} < 1/n$, при $p_{min} = 1/n$ послідовність $\{p_i\}$ містить однакові значення $\mathrm{p_i} = \mathrm{p_{min}}$. У випадку $1/n < \mathrm{p_{min}} < \mathrm{p_{min}^m}$ послідовність $\{\mathrm{p_i}\}$ є убуваючою.

Набір с. к. в. $\{\sigma_\mathrm{i}\}$ визначається вибраним набором $\{\mathrm{p_i}\}$ з урахуванням умови (3.14), причому набір $\{\sigma_\mathrm{i}\}$ містить пропорційно змінюючі члени відповідно до залежності:

$$\sigma_\mathrm{i}^2 = \sigma_{\min}^2 + i\Delta\sigma_\mathrm{i}^2 .$$

Величина $\Delta\sigma_\mathrm{i}^2$ знаходиться із співвідношення (3.14):

$$\sigma_m^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i (\sigma_{\min}^2 + i\Delta\sigma_\mathrm{i}^2) = \sigma_{\min}^2 \sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i + \Delta\sigma_\mathrm{i}^2 \sum_{i=1}^{n} i\mathrm{p}_i \text{ , або}$$

$$\sigma_m^2 = \sigma_{\min}^2 + \Delta\sigma_\mathrm{i}^2 \sum_{i=1}^{n} i\mathrm{p}_i .$$

З останнього виразу знаходимо $\Delta\sigma_\mathrm{i}^2$:

$$\Delta\sigma_\mathrm{i}^2 = \frac{\sigma_m^2 - \sigma_{\min}^2}{\sum_{i=1}^{n} i\mathrm{p}_i} . \tag{3.16}$$

Звертаємо увагу, що має сенс розглядати тільки неубуваючі послідовності, при яких $\Delta\sigma_\mathrm{i}^2 \geq 0$. Тому параметр може приймати значення з інтервалу з межами 0 і σ_m^2, причому у випадку $\sigma_{\min}^2 = \sigma_m^2$ змішана вибірка є вибіркою нормально розподілених похибок з дисперсією σ_m^2.

Покажемо коректність виразу (3.16), використовуючи умову (3.14). Для цього знайдемо суму:

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i (\sigma_{\min}^2 + i\Delta\sigma_\mathrm{i}^2),$$

або з урахуванням виразу (3.16):

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i [\sigma_{\min}^2 + i(\frac{\sigma_m^2 - \sigma_{\min}^2}{\sum_{i=1}^{n} i\mathrm{p}_i})], \text{ звідки}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i \sigma_{\min}^2 + \sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i i(\frac{\sigma_m^2 - \sigma_{\min}^2}{\sum_{i=1}^{n} i\mathrm{p}_i})] =$$

$$= \sigma_{\min}^2 + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} i\mathrm{p}_i}[\sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i i(\sigma_m^2 - \sigma_{\min}^2)] = \sigma_{\min}^2 + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} i\mathrm{p}_i}[\sum_{i=1}^{n} \mathrm{p}_i i(\sigma_m^2 - \sigma_{\min}^2)] =$$

$$= \sigma_{\min}^2 + \sigma_m^2 - \sigma_{\min}^2 = \sigma_m^2.$$

Одержаний результат підтверджує коректність формули (3.16).

Розглянемо дискретний розподіл дисперсій σ_{i}^2 послідовності $\{\sigma_{\mathrm{i}}\}$, який є симетричним на інтервалі [1, n], як показано на рис. 3.4.

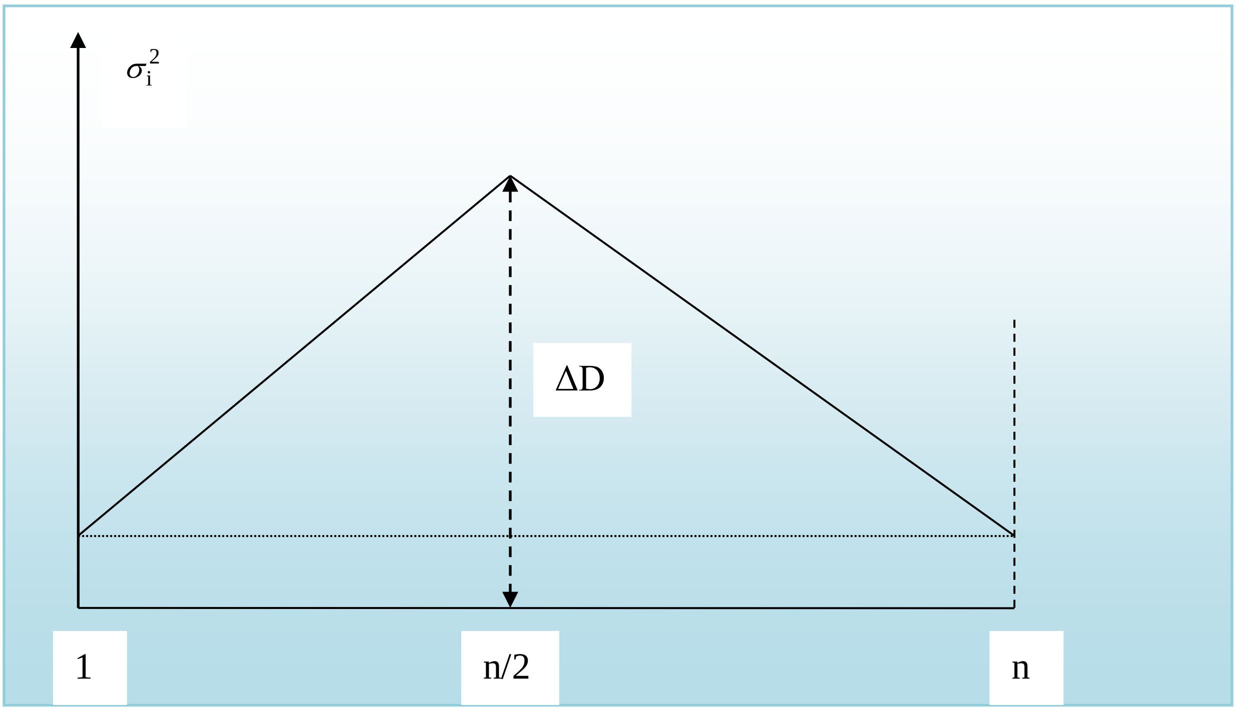


Рис. 3.4. Залежність σ_{i}^2 від n

Залежність σ_{i}^2 від *n* можна формалізувати таким чином:

$$\sigma_{\mathrm{i}}^2 = \begin{cases} \Delta\mathrm{D}\dfrac{2\mathrm{i}}{n}, & (\mathrm{i} \le \dfrac{n}{2}) \\ \Delta\mathrm{D}\dfrac{2(\mathrm{n}+1-\mathrm{i})}{n}, & (\mathrm{i} > \dfrac{n}{2}) \end{cases}.$$

Знайдемо параметр $\Delta\mathrm{D}$, при якому справедлива умова (3.14). Величина $\Delta\sigma_{\mathrm{i}}^2$ знаходиться із співвідношення (3.14):

$$\sigma_m^2 = \sum_{i=1}^{n/2} \mathrm{p}_i \Delta\mathrm{D}\frac{2\mathrm{i}}{n} + \sum_{i=n/2+1}^{n} \mathrm{p}_i \Delta\mathrm{D}\frac{2(\mathrm{n}+1-\mathrm{i})}{n}, \quad \text{или}$$

$$\sigma_m^2 = 2\sum_{i=1}^{n/2} \mathrm{p}_i \Delta\mathrm{D}\frac{2\mathrm{i}}{n} = 4\frac{\Delta\mathrm{D}}{n}\sum_{i=1}^{n/2}\mathrm{p}_i\mathrm{i}. \qquad (3.17)$$

З останнього рівняння знаходимо значення параметра $\Delta\mathrm{D}$:

$$\Delta\mathrm{D} = \frac{n\sigma_m^2}{4\sum_{i=1}^{n/2}\mathrm{p}_i\mathrm{i}}. \qquad (3.18)$$

Вираз (3.14) для даного випадку приймає вигляд (3.17), тому з урахуванням (3.18) знайдемо вираз:

$$4\frac{\Delta\mathrm{D}}{n}\sum_{i=1}^{n/2}\mathrm{p}_i\mathrm{i} = \frac{4}{n}\frac{n\sigma_m^2}{4\sum_{i=1}^{n/2}\mathrm{p}_i\mathrm{i}}\sum_{i=1}^{n/2}\mathrm{p}_i\mathrm{i} = \sigma_m^2,$$

що підтверджує коректність формули (3.18).

3.3. Узагальнений розподіл Пуассона.

Модель узагальненого розподілу Пуассона припускає, що на точність вимірювання навігаційного параметра впливає нескінченне число чинників, кожний з яких обумовлює поява елементарної похибки η_i, причому всі похибки η_i є однаково розподіленими незалежними випадковими величинами з щільністю $g(\eta)$, яка називається виробляючою.

Особливістю даної моделі є припущення про те, що кількість чинників, одночасно діюче на точність вимірювань, є випадковою величиною, оскільки вірогідність наявності кожного з чинників в комплексі умов вимірювання параметра відмінна від 1, тобто вплив кожного з чинників на процес вимірювання випадковий, - в одних умовах чинник може впливати, а в інших – бути відсутнім.

Якщо вірогідність появи кожного з чинників прийняти однаковою і рівною $\frac{c}{n}$, то вірогідність одночасного впливу k чинників на точність вимірювання підкоряється розподілу Пуассона, який має наступний аналітичний вираз:

$$P(N = k) = e^{-c}\frac{c^k}{k!}.$$

В цьому випадку похибку навігаційних вимірювань ξ рівна випадковій сумі елементарних похибок η_i, тобто $\xi = \sum_{i=1}^{N}\eta_i$, де N – випадкова дискретна величина. Причому щільність розподілу ξ буде N - кратною згорткою щільності $g(\eta)$, така згортка позначається $g^{N*}(\eta)$.

Враховуючи, що число чинників може змінюватися від 1 до ∞, випадкова величина (похибку вимірювання) ξ приймає значення $\sum_{i=1}^{k} \eta_i$ з вірогідністю $\exp(c)\frac{c^k}{k!}$, при цьому її щільність розподілу $g^{k*}(\eta)$ і, отже, для всього діапазону k щільність $f(\xi)$ визначається узагальненим пуассонівськім розподілом [37]:

$$f(\xi) = \exp(\text{-c}) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k}{k!} g^{k*}(\xi) .$$

Згідно [37], $f(\xi)$ є сімейством узагальнених розподілів Пуассона, яке породжується щільністю $g(\eta)$. Характеристична функція щільності $f(\xi)$, яку позначимо $\psi(t)$, повністю визначається характеристичною функцією виробляючої щільності $g(\eta)$ (її позначимо $\varphi(t)$), формулою [37]:

$$\psi(t) = \exp\{-c[\varphi(t) - 1]\} .$$

Основною і дуже важливою перевагою узагальнених розподілів Пуассона є їх безмежна подільність. Причому щільність $f(\xi)$ можна розкласти на складові з різними дисперсіями, що є вирішальною обставиною для випадку залежних вимірювань.

Для того, щоб щільність розподілу $f(\xi)$ могла бути використана для опису похибок навігаційних вимірювань, щільність $g(\eta)$ повинна мати в явному виді k- кратну згортку сама з собою. Більш того, для позитивного ексцесу, при якому мають місце „хвости, що обважнюють”, повинна дотримуватися нерівність:

$$\frac{\psi^{IV}(0)}{3[\psi^{II}(0)]^2} = 1 + \frac{c\dfrac{\partial^4}{\partial t^4}\varphi(0)}{3c^2[\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi(0)]^2} > 1,$$

де $\psi^{II}(t)$ і $\psi^{IV}(t)$ - друга і четверта похідні характеристичної функції $\psi(t)$.

Ця умова виконується при $c < \infty$, отже, при будь-якій симетричній густині $g(\eta)$ узагальнений пуасонівський розподіл $f(\xi)$ задовольнятиме згаданій нерівності.

Розглянемо узагальнений пуасонівський розподіл, породжуваний розподілом Гауса. Вирази для виробляючої щільності і її згортки мають вигляд:

$$g(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}), \quad g^{k*}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k}\sigma}\exp(-\frac{\eta^2}{2k\sigma^2}).$$

Отже, узагальнений пуасонівський розподіл з виробляючою щільністю Гауса виражатиметься таким чином:

$$f_G(\xi) = \exp(-c)\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c^k}{k!}\frac{1}{\sqrt{2\pi k}\sigma}\exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}),$$

або після перетворення:

$$f_G(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-c)\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c^k}{k!}k^{-\frac{1}{2}}\exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}).$$

Густині $f_G(\xi)$ відповідає характеристична функція $\psi_G(t)$:

$$\psi_G(t) = \exp[-\mathrm{c}(\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}^2}{2}\sigma^2} - 1)].$$

Дисперсія і четвертий центральний момент визначаються відповідно виразами:

$$\mu_2 = c\sigma^2 \quad \text{и} \quad \mu_4 = 3c\sigma^4(c+1).$$

Вираз для нормованої щільності узагальненого розподілу Пуассона $g_{Pg}(x)$ знаходимо використовуючи співвідношення між нормованою $g(x)$ і $f(x)$ стандартною щільністю:

$$g(x) = \sqrt{\mu_2}\, f(\sqrt{\mu_2}\, x),$$

тому

$$g_{Pg}(x) = \sqrt{c}\sigma f(\sqrt{c}\sigma x) = \frac{\sqrt{c}\sigma}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-c)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{c^k}{k!}k^{-\frac{1}{2}}\exp(-\frac{c\sigma^2 x^2}{2k\sigma^2}), \quad \text{або}$$

$$g_{Pg}(x) = \frac{\sqrt{c}\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{c^k}{k!}k^{-\frac{1}{2}}\exp(-\frac{cx^2}{2k}). \tag{3.19}$$

Для значень істотного параметра $c = 0{,}5$ і $c = 20$ розраховувалися значення нормованої щільності $g_{Pg}(x)$. Розрахунок проводився для суми $\sum_{k=1}^{n}\frac{c^k}{k!}k^{-\frac{1}{2}}\exp(-\frac{cx^2}{2k})$ при значеннях $n = 10, 20, 30 \text{ и } 40$. Значення $g_{Pg}(x)$ для $n = 30$ і $n = 40$ співпадають до сьомого знаку після коми, тому надалі обмежувалися, тобто:

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{c^k}{k!}k^{-\frac{1}{2}}\exp(-\frac{cx^2}{2k}) = \sum_{k=1}^{30}\frac{c^k}{k!}k^{-\frac{1}{2}}\exp(-\frac{cx^2}{2k}).$$

Оскільки для практичних цілей число чинників, що формують похибку лінії положення, яка підкоряється узагальненому розподілу Пуассона, не перевершує 40, то їх математичне очікування знаходиться в межах від 5 до 20. З урахуванням вказаної обставини проводиться розрахунок нормованої щільності (3.19) для $c = 5 \div 20$. Криві нормованої щільності $g_{Pg}(x)$ показані на рис. 3.5.

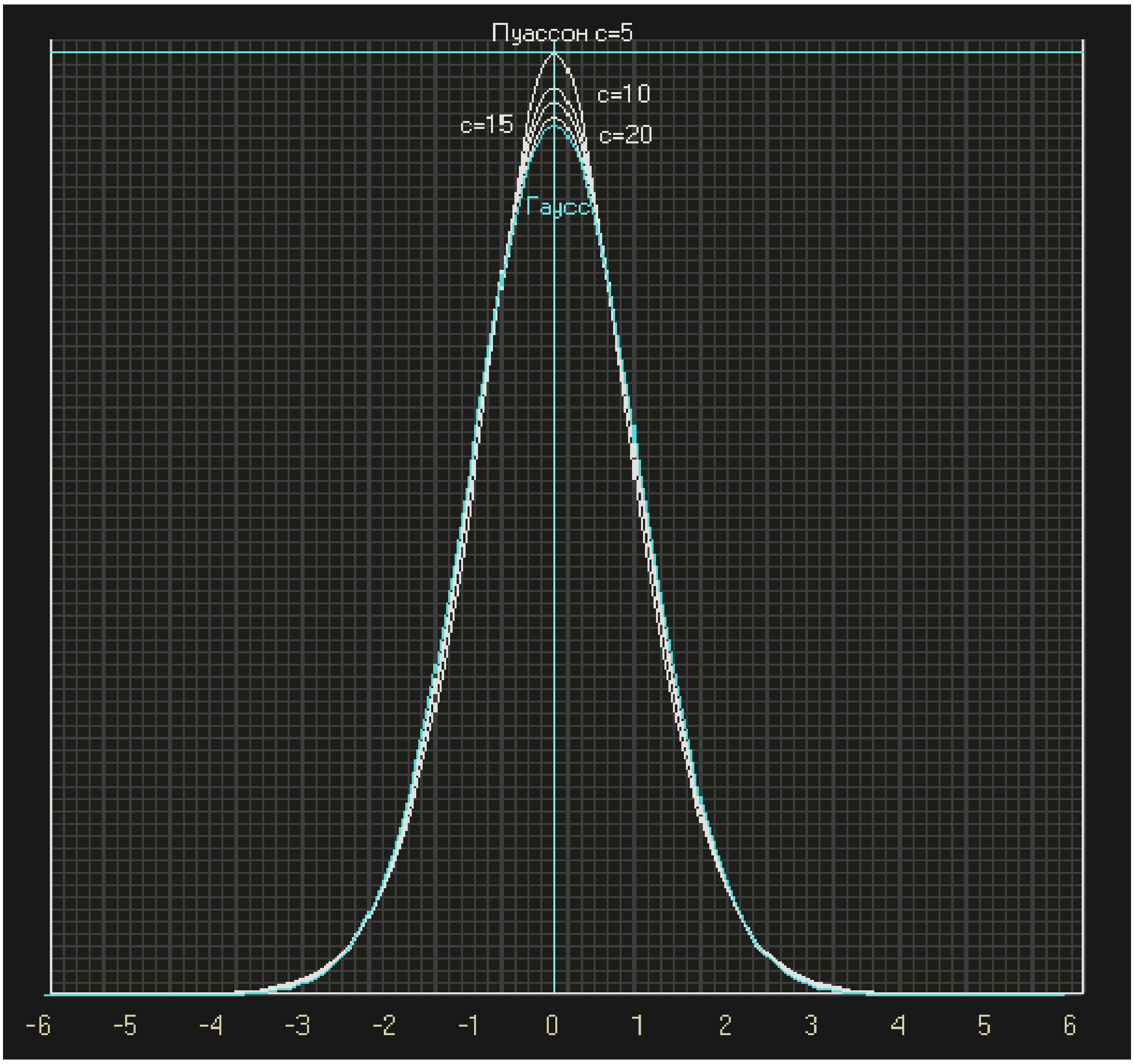


Рис. 3.5. Криві нормованої щільності $g_{Pg}(x)$

3.4. Опис щільності розподілу вірогідності похибок навігаційних вимірювань за допомогою ортогонального розкладання.

Згідно роботі [110] одновимірна щільність розподілу похибок в загальному випадку не виражаються в елементарних функціях, що затрудняє аналітичний опис двовимірної щільності розподілу похибок і обчислення по ній кількісних оцінок.

Часто статистичні матеріали похибок навігаційних вимірювань погано узгоджуються з відомими законами розподілу, проте дають можливість розрахувати центральні моменти розподілу, що дозволяє використовувати ортогональне розкладання для опису щільності розподілу випадкових величин.

Оцінка надійності судноводіння можлива при відомому законі розподілу траєкторної похибки, причому аналітичний вид її щільності однозначно визначається виразом законів розподілу похибок навігаційних вимірювань.

Розподіл похибок навігаційних вимірювань близький до нормального, тому можна скористатися результатами роботи [111], в якій показано, що щільність розподілу *f(x)* центрованої і нормованої випадкової величини *x* можна представити у вигляді розкладання:

$$f(x)=c_0\,\varphi(x)+c_1\varphi^{(1)}(x)+c_2\varphi^{(2)}(x)/2!\,...+c_i\varphi^{(i)}(x)/i!...,$$

де $\varphi(x)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-x^2/2)$ - нормальна щільність нормованої випадкової величини.

Як показано в роботі [111], похідні вищих порядків $\varphi^{(i)}(x)$ виражаються через ортогональні поліноми Ерміта:

$$H_i(x) = (-1)^i \{ \frac{d^i}{dx^i} [\exp(-x^2/2)]\} \exp(-x^2/2),$$

причому коефіцієнти c_i обчислюються по формулах:

$$c_i = (2\pi)^{-1/2} (-1)^i \int_{-\infty}^{\infty} H_i(x) \exp(-x^2/2) \mathrm{d}x.$$

У разі, коли випадкової величина є ненормованою, розкладання має наступний вигляд:

$$f(x) = c_0 \varphi(x) + c_1 \varphi^{(1)}(x) + c_2 \varphi^{(2)}(x)/2! ... + c_i \varphi^{(i)}(x)/i! .., \qquad (3.20)$$

де $\varphi(x) = (2\pi)^{-1/2} \sigma^{-1} \exp(-x^2/2\sigma^2)$ и $\varphi^{(i)}(x) = (-1)^i H_i(x/\sigma^2)\varphi(x)$,

причому σ - дисперсія початкової щільності $f(x)$.

Умножаючи ліву і праву частини виразу (3.20) на $\mathrm{H}_v(x/\sigma^2)$, почлено інтегруючи і використовуючи властивість ортогональності поліномів Ерміта, знаходимо вирази для коефіцієнтів c_v:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_v(x/\sigma^2)\, dx = \frac{c_0}{(2\pi)^{1/2}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} H_0(x/\sigma^2) H_v(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2)\, dx +$$

$$+ ... + \frac{c_v}{(2\pi)^{1/2}\sigma(v!)} \int_{-\infty}^{\infty} H_v(x/\sigma^2) H_v(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx + ... + .$$

Якщо для нормованої нормальної щільності ортогональності поліномів Ерміта доведена в роботі [111], тобто:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x)H_n(x)\exp(-x^2/2)\,dx = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n \\ n!, & \text{при } m = n \end{cases}, \qquad (3.21)$$

то для ненормованої нормальної щільності властивість ортогональності поліномів Ерміта необхідно довести.

Покажемо, що поліноми Ерміта для ненормованої нормальної щільності $f(x) = (2\pi)^{-1/2}\sigma^{-1}\exp(-x^2/2\sigma^2)$ також володіють властивістю ортогональності, тобто задовольняють умові:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x/\sigma^2)H_n(x/\sigma^2)\exp(-x^2/2\sigma^2)\,dx = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n \\ \sigma^{-2n}n!, & \text{при } m = n \end{cases}. \qquad (3.22)$$

Для доказу властивості ортогональності записуємо вирази для поліномів $H_m(x)$ для парних і непарних m. Парні m представимо, як m = 2v, а непарні – m = 2r + 1 (v, r = 1, 2, 3...). Поліноми Ерміта нормованих випадкових величин для парних і непарних m мають наступний вигляд:

$$H_{2v}(x) = \sum_{i=0}^{v} (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)},$$

$$H_{2r+1}(x) = \sum_{j=0}^{r} (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1},$$

де a_{iv}, a_{jr} - коефіцієнти при змінній x.

Аналогічно для поліномів ненормованої випадкової величини $H^{2v}(x/\sigma^2)$ і $H^{2r+1}(x/\sigma^2)$ маємо:

$$H_{2v}(x/\sigma^2) = \sum_{i=0}^{v} (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)}/(\sigma^{2(2v-i)}) =$$

$$\sigma^{-2v} = \sum_{i=0}^{v} (-1)^i a_{iv} (x/\sigma)^{2(v-i)} ,$$

$$H_{2r+1}(x/\sigma^2) = \sum_{j=0}^{r}(-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1} =$$

$$\sigma^{-(2r+1)} \sum_{j=0}^{r}(-1)^j a_{jr} (x/\sigma)^{2(r-j)+1} ,$$

причому має місце подвійна індексація.

Наступним кроком в доказі ортогональності поліномів Ерміта є розгляд деякої рівності. Знайдемо вираз для інтеграла $\Im_1$ при n*m і парних:

$$\Im_1 = \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) \exp(-x^2/2)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{v}(-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} \times$$

$$\sum_{j=0}^{r}(-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)} \exp(-x^2/2)\, dx =$$

$$= \sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2)\, dx .$$

У роботі [111] показано, що справедлива рівність:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2)\, dx = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j)-1] .$$

Тому шуканий інтеграл $\Im_1$ визначається виразом:

$$\Im_1 = \sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j)-1]. \qquad (3.23)$$

Проте з виразу (3.21) виходить, що інтеграл $\Im_1 = 0$. Отже, з урахуванням (3.23) справедливе співвідношення:

$$\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr}\, 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdots[2(v+r-i-j)-1]=0. \qquad (3.24)$$

Тепер знайдемо вираз для інтеграла $\Im_2$ при n*m і непарних. Аналогічно попередньому випадку справедливими є наступні співвідношення:

$$\Im_2 = \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) \exp(-x^2/2)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{v}(-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)+1} \times$$

$$\sum_{j=0}^{r}(-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1} \exp(-x^2/2)\, dx =$$

$$\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)+2} \exp(-x^2/2)\, dx =$$

$$\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr}\, 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdots[2(v+r-i-j+1)-1].$$

Звертаючись до виразу (3.21) переконуємося, що $\Im_2=0$. Отже, з урахуванням попереднього виразу справедливо наступна рівність:

$$\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr}\, 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdots[2(v+r-i-j+1)-1]=0\,. \qquad (3.25)$$

У третьому даному випадку знаходимо інтеграл $\Im_3$ при m=n і парних:

$$\Im_3 = \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_m(x) \exp(-x^2/2)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{v}(-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} \times$$

$$\sum_{j=0}^{v}(-1)^{j} a_{jv} x^{2(v-j)} \exp(-x^2/2)\,dx =$$

$$\sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{v}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(v-j)} \exp(-x^2/2)\,dx =$$

$$\sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{v}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv}\, 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2v-i-j)-1].$$

Як випливає з виразу (3.21), одержаний інтеграл $\Im_3 = v!$. Тому має місце наступна рівність:

$$\sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{v}(-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv}\, I \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2v-i-j)-1] = v!. \qquad (3.26)$$

І, нарешті, в останньому випадку знаходимо інтеграл $\Im_4$ при m=n і непарних:

$$\Im_4 = \int_{-\infty}^{\infty} H_n(x) H_n(x) \exp(-x^2/2)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{r}(-1)^{i} a_{ir} x^{2(r-i)+1} \times$$

$$\sum_{j=0}^{r}(-1)^{j} a_{jr} x^{2(r-j)+1} \exp(-x^2/2)\,dx =$$

$$\sum_{i=0}^{r} \sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{ir} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(r-i)+2(r-j)+2} \exp(-x^2/2)\,dx =$$

$$= \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{ir} a_{jr}\, 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2r+1-i-j)-1].$$

З урахуванням виразу (3.21), одержаний інтеграл $\Im_4 = v!$. Тому справедливо наступна рівність:

$$\sum_{i=0}^{r} \sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j} a_{ir} a_{jr}\, 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2r+1-i-j)-1] = v!. \qquad (3.27)$$

Відзначимо, що одержані співвідношення (3.24) ÷ (3.27) необхідні для доказу властивості ортогональності поліномів Ерміту у разі ненормованої нормальної щільності.

Розглянемо невласні інтеграли від добутків поліномів Ерміта для ненормованої нормальної щільності. Для випадку n*m і парних знайдемо невласний інтеграл R_1:

$$R_1 = \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x/\sigma^2) H_n(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{v} (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} \times$$

$$\sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)]} \sum_{j=0}^{r} (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2)dx =$$

$$\sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)]} \sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{r} (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2)dx.$$

У роботі [111] показано, що справедлива рівність:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2)dx = 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7..[2(v+r-i-j)-1]\sigma^{2(v+r-i-j)}.$$

Тому шуканий інтеграл R_1 визначається виразом:

$$R_1 = \sigma^{-2(v+r)} \{ \sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{r} (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7..[(2(v+r-i-j)-1]\}.$$

Звертаємо увагу на те, що вираз у фігурних дужках одержаної формули відповідає інтегралу $\Im_1$, який рівний нулю. Отже, справедливе співвідношення:

$$\sigma^{-2(v+r)} \{ \sum_{i=0}^{v} \sum_{j=0}^{r} (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7..[2(v+r-i-j)-1]\} = 0. \qquad (3.28)$$

Знайдемо вираз для інтеграла R_2 при $n*m$ і непарних. Аналогічно попередньому випадку:

$$R_2=\int_{-\infty}^{\infty}H_m(x/\sigma^2)H_n(x/\sigma^2)\exp(-x^2/2\sigma^2)dx=\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{i=0}^{v}(-1)^i a_{iv}x^{2(v-i)+1}\times$$

$$\sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)+2]}\sum_{j=0}^{r}(-1)^j a_{jr}\ x^{2(r-j)+1}\exp(-x^2/2\sigma^2)dx=$$

$$\sigma^{-2(v+r)-1}\{\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j}a_{iv}a_{jr}I\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdots[2(v+r-i-j+1)-1]\}.$$

Фігурні дужки останнього виразу містять інтеграл $\Im_2$ рівний нулю. Отже, справедливо наступна рівність:

$$\sigma^{-2(v+r)-1}\{\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{r}(-1)^{i+j}a_{iv}a_{jr}I\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdots[2(v+r-i-j+1)-1]\}=0. \qquad (3.29)$$

У третьому випадку знаходимо інтеграл R_3 при m=n і парних, причому введемо позначення $\alpha=(2\pi)^{-1/2}\sigma^{-1}$.

$$R_3=a\int_{-\infty}^{\infty}H_n(x/\sigma^2)H_n(x/\sigma^2)\exp(-x^2/2\sigma^2)dx=a\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{i=0}^{v}(-1)^i a_{iv}x^{2(v-i)}\times$$

$$\sigma^{-[2(2v-i)+2(2v-j)]}\sum_{j=0}^{v}(-1)^j a_{jv}\ x^{2(v-j)}\exp(-x^2/2\sigma^2)dx=$$

$$a\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{v}(-1)^{i+j}\sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)]}a_{iv}a_{jv}\times$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x^{2(v-i)+2(v-j)}\exp(-x^2/2\sigma^2)dx=$$

$$\sigma^{-2(2v-i)-2(2r-j)}\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{v}(-1)^{i+j}a_{iv}a_{jv}1\cdot 3\cdot 5..[2(2v-i-j)-1]\sigma^{2(2v-i-j)},$$

або вираз для інтеграла приймає наступний вигляд:

$$R_3 = \sigma^{-4v}\{\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=0}^{v}(-1)^{i+j}a_{iv}\,a_{jv}1\cdot 3\cdot 5..[2(2v-i-j)-1]\}. \qquad (3.30)$$

У фігурних дужках останнього виразу знаходиться інтеграл $\Im_3$, тому

R_3=n!, оскільки 4v=2n.

Аналогічно, використовуючи вираз (3.27), переконуємося, що при n=m і непарних інтеграл:

$$R_4 = a\int_{-\infty}^{\infty} H_n(x/\sigma^2)H_n(x/\sigma^2)\exp(-x^2/2\sigma^2)dx = \sigma^{-2n}\, n\,!. \qquad (3.31)$$

Одержані співвідношення (3.28) ÷ (3.31) доводять справедливість виразу (3.22), тобто поліноми Ерміта ненормованої випадкової величини є ортогональними.

Звертаємо увагу на те, що всі члени ряду (3.20), окрім члена з коефіцієнтом c_v, містять добутки поліномів Ерміта з різними індексами, це через властивість ортогональності поліномів обертає їх добуток в нуль.

Отже:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)H_v(x/\sigma^2)\,dx = \frac{c_v}{(2\pi)^{1/2}\sigma(v!)}\int_{-\infty}^{\infty} H_v(x/\sigma^2)H_v(x/\sigma^2)\exp(-x^2/2\sigma^2)dx. \qquad (3.32)$$

Використовуючи властивість ортогональності для добутку поліномів Ерміта з однаковими індексами, одержимо:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)H_v(x/\sigma^2)\,dx = \frac{c_v}{(2\pi)^{1/2}\sigma(v!)}\sigma^{-2v}\,v!\,(2\pi)^{1/2}\,\sigma = c_v\,\sigma^{-2v},$$

звідки:

$$c_v = \sigma^{2v}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)H_v(x/\sigma^2)\,dx.$$

Невласний інтеграл в правій частині рівності є багаточленном від моментів щільності розподілу f(x). У підінтегральному виразі слід враховувати тільки парні поліноми Ерміта, оскільки непарні містять змінну x тільки в непарних ступенях, що визначає їх нульові значення. Коефіцієнти з парними індексами (sc_{2s} = 1, 2, …) мають наступний вигляд:

$$c_{2s}=\sigma^{4v}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{i=0}^{v}(-1)^i\,\sigma^{-2(2s-i)}a_{iv}\,x^{2(v-i)}f(x)dx=$$

$$\sum_{i=0}^{v}(-1)^i\,\sigma^{-2i}a_{iv}\int_{-\infty}^{\infty}x^{2(v-i)}f(x)dx=\sum_{i=0}^{v}(-1)^i\,\sigma^{-2i}a_{iv}\,\mu_{2(v-i)}\ ,$$

де a_{iv} - коефіцієнти при змінній *x* в поліномах Ерміта.

Коефіцієнти c_{2s} виражаються таким чином:

$c_4=\mu_4/\sigma^4-3;$ (эксцесс)

$c_6=\mu_6/\sigma^6-15\mu_4/\sigma^4+30;$

$c_8=\mu_8/\sigma^8-28\mu_6/\sigma^6+210\mu_4/\sigma^4-315;$

$c_{10}=\mu_{10}/\sigma^{10}-45\mu_8/\sigma^8+630\mu_6/\sigma^6-3150\mu_4/\sigma^4+3780;$

$c_{12}=\mu_{12}/\sigma^{12}-66\mu_{10}/\sigma^{10}+1485\mu_8/\sigma^8-13860\mu_6/\sigma^6+51975.$

Вираз (3.20) для ортогонального розкладання щільності *f (x)* з урахуванням одержаних результатів приймає вигляд:

$$f(x)=(2\pi)^{-1/2}\sigma^{-1}\exp(-x^2/2\sigma^2)\,[1+\sum_{s=2}\frac{c_{2s}}{(2s)!}H_{2s}(x/\sigma^2)],$$

у якому σ^2 і μ_{2s} обчислюються по початковій щільності f (x), а вирази для парних поліномів Ерміта приведені нижче:

$$\mathrm{H}_4(y) = y^4 - 6y^2 + 3;$$

$$\mathrm{H}_6(y) = y^6 - 15y^4 + 45y^2 - 15;$$

$$\mathrm{H}_8(y) = y^8 - 28y^6 + 210y^4 - 420y^2 + 105;$$

$$\mathrm{H}_{10}(y) = y^{10} - 45y^8 + 630y^6 - 3150y^4 + 4725y^4 - 945;$$

$$\mathrm{H}_{12}(y) = y^{12} - 66y^{10} + 1485y^8 - 13860y^6 + 51975y^4 - 62370y^2 + 10395.$$

У даних виразах $y = x/\sigma^2$.

Таким чином, ортогональне розкладання щільності вірогідності похибки навігаційних вимірювань є аналітичним описом закону їх розподілу.

3.5. Висновки за третім розділом.

В розділі розглянуто закони розподілу випадкових похибок навігаційних вимірювань вибірки і показано, що така випадкова похибка підкоряється нормальному або змішаному закону розподілу вірогідності. Оскільки крім нормального закону розподілу випадкові похибки можуть мати змішаний розподіл, то в даному розділі детально розглянуті питання механізму формування змішаних розподілів і з'ясування їх властивостей.

Приведена щільність змішаних розподілів двох типів, базовою щільністю яких є щільність розподілу Коші і Пірсона сьомого типа.

Для двох даних змішаних законів розподілу одержані в явному виді функції розподілу і за допомогою спеціальних перевірок підтверджена коректність їх аналітичних виразів. Описані два способи отримання виразів для функцій розподілу змішаних законів розподілу.

Проведено аналіз можливостей застосування ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірювань за допомогою поліномів Ерміта. Приведені властивості поліномів Ерміта для нормованої щільності розподілу Гауса і доведено, що властивості поліномів Ерміта справедливі для ненормованої щільності нормального розподілу.

Проведено доказ виразів для поліномів Ерміта і коефіцієнтів розкладання для нормованої і ненормованої щільності нормального закону. Одержано в явному вигляді ортогональні розкладання щільності на базі нормованого і ненормованого нормального закону.

РОЗДІЛ 4.
ЗАСТОСУВАННЯ ОРТОГОНАЛЬНОГО РОЗКЛАДАННЯ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ПОХИБОК НАВІГАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ

4.1. Аналіз збіжності ортогонального розкладання щільності.

У даному підрозділі проведемо аналіз збіжності ортогонального розкладання щільності розподілу похибок навігаційних параметрів з самою щільністю. З цією метою для декількох відомих виразів щільності розподілу проведемо ортогональне розкладання і порівняємо значення початкової щільності розподілу з її ортогональним розкладанням. Для аналізу, враховуючи симетричність кривої щільності розподілу, розглянемо тільки позитивні значення похибки ξ у межах від 0 до 6σ, - практично весь інтервал можливих значень похибки. Розіб'ємо вказаний інтервал на 24 відрізки однакової довжини (по $0{,}25\sigma$). Для кожного і-го відрізка обчислюємо значення початкової щільності $f(\xi_i)$ і щільності $\mathrm{f}(\xi_i)$, що є ортогональним розкладанням початкової щільності, причому значення ξ_i відповідає середині і -го відрізка. Як критерій збіжності Э, що характеризує відповідність ортогонального розкладання $\mathrm{f}(\xi_i)$ початковій густині $f(\xi_i)$, вибрана наступна сума:

$$Э=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24}\left\{\frac{[f(\xi_i)-\mathrm{f}(\xi_i)]^2}{f(\xi_i)}\right\}^{1/2},$$

яка виражає відносне ухилення щільності $f(\xi_i)$ від її розкладання. В якості початкової щільності вибираємо щільність змішаного розподілу першого і другого типу, а також щільність узагальненого розподілу Пуасона.

Приведемо вираз для ортогонального розкладання за допомогою поліномів Ерміта. Для цього скористаємося результатами роботи [111], вибираючи як базову нормовану щільність Гауса:

$$f(y)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-y^2/2)\,[\,1+\sum_{j=2}\frac{c_{2j}}{2\,j!}H_{2j}(y)\,]\,,$$

де $H_{2j}(y)$ - ортогональні поліноми Ерміта;

c_{2j} - коефіцієнти розкладання.

З урахуванням перших п'яти членів розкладання одержимо:

$$f(y)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-y^2/2)\,[\,1+\sum_{j=2}^{6}\Phi_j\,]\,,$$

де $\Phi_j=\dfrac{c_{2j}}{2J!}H_{2j}(y)$.

Докладні вирази для Φ_j мають наступний вигляд:

$$\Phi_2=(\mu_4-3)(y^4-6y^2+3)/4!;$$

$$\Phi_3=(\mu_6-15\mu_4+30)(y^6-15y^4+45y^2-15)/6!;$$

$$\Phi_4=(\mu_8-28\mu_6+210\mu_4-315)(y^6-15y^4+45y^2-15)/8!;$$

$$\Phi_5=(\mu_{10}-45\mu_8+630\mu_6-3150\mu_4+3780)\times$$

$$(y^{10}-45y^8+630y^6-3150y^4+4725y^2-945)/10!;$$

$$\Phi_6=(\mu_{12}-66\mu_{10}+1485\mu_8-13860\mu_6+51975\mu_4-51975)\times$$

$$(y^{12}-66y^{10}+1485y^8-13860y^6+51975y^4-62370y^2+10395)/12!.$$

Маючи в своєму розпорядженні вираз для ортогонального розкладання, можна його використовувати замість початкової щільності, тільки потрібно у формули для Φ_j підставити центральні моменти μ_m початкової щільності, заздалегідь перетворивши її до нормованої.

Розглянемо як початкова щільність розподілу центрованої похибки ξ змішаного закону першого типу, яка має наступний аналітичний вигляд [48]:

$$f_1(\xi)=\frac{A_n}{(\xi^2/2+\lambda)^{n+1}}\,,$$

де A_n - нормуючий множник;

λ - масштабний параметр;

n - істотний параметр.

Перетворимо одержану щільність до нормованого вигляду, для чого достатньо використати формулу:

$$g(\eta)=\mu_2^{1/2} f(\mu_2^{1/2}\eta),$$

де $\eta = \xi / \mu_2^{1/2}$ - нормована похибка з одиничною дисперсією;

μ_2 - дисперсія випадкової величини ξ;

$g(\eta)$ - нормована щільність розподілу.

Для даної щільності $f_1(\xi)$ дисперсія рівна $\mu_2 = \dfrac{2\lambda}{2n-1}$ і відповідна нормована щільність $g_1(\eta)$ має наступний вигляд:

$$g_1(\eta) = \frac{B_1}{(\eta^2/(2n-1)+1)^{n+1}}.$$

Тут $B_1 = \dfrac{2^{2n}[(n)!]^2}{(2n-1)^{1/2}\pi(2n)!}$ - нормуючий множник.

Центральні парні моменти μ_{2m} нормованої випадкової величини η визначаються виразом:

$$\mu_{2m}^{(1)} = \frac{(2n-1)^m n![2(n-m)]!(2m)!}{(2n)!(n-m)!m!}.$$

Для розрахунку значень нормованої щільності $g_1(\eta)$ необхідно обчислити значення множника B_1. Розглянемо нормовану щільність з істотним параметром n = 2, 4, 6, 8, 10. Тому в табл. 4.1 приведені чисельні значення нормуючого множника B_1 для вказаних значень істотного параметра n.

Таблиця 4.1

Значення нормуючого множника B_1

n	2	n	4	n	6	n	8	n	10
B_1	0,4903	B_1	0,44021	B_1	0,425659	B_1	0,418722	B_1	0,414662

У табл. 4.2 приведені результати розрахунку центральних парних моментів змішаного закону розподілу першого типу від μ_4 до μ_{12} для істотних параметрів n = 2, 4, 6, 8, 10.

Таблиця 4.2.

Значення центральних парних моментів

n m	2	4	6	8	10
4	9	4.2	3.67	3.45	3.38
6	-	49	28.8	23.5	21.2
8	-	2403	443.7	275.4	217.2
10	-	-	14640.9	5310.3	3377.3
12	-	-	1771558.1	175239.8	78428.3

Очевидно, що залежно від n ортогональне розкладання містить різну кількість складових, оскільки порядок парного центрального моменту в даному типі щільності не може перевершувати істотного параметра n, тобто m < n. З урахуванням набутих значень моментів μ_{2m} приведемо вирази для ортогонального розкладання $f_1(y)$ залежно від значення істотного параметра n (n = 2, 4, 6, 8, 10).

$$f_1^{(2)}(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2)\,[1 + \Phi_1^{(2)}];$$

$$f_1^{(4)}(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2)\,[1 + \Phi_1^{(4)} + \Phi_2^{(4)} + \Phi_3^{(4)}];$$

$$f_1^{(6)}(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2)\,[1 + \Phi_1^{(6)} + \Phi_2^{(6)} + \Phi_3^{(6)} + \Phi_4^{(6)} + \Phi_5^{(6)}];$$

$$f_1^{(8)}(y)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-y^2/2)[1+\Phi_1^{(8)}+\Phi_2^{(8)}+\Phi_3^{(8)}+\Phi_4^{(8)}+\Phi_5^{(8)}];$$

$$f_1^{(10)}(y)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-y^2/2)[1+\Phi_1^{(10)}+\Phi_2^{(10)}+\Phi_3^{(10)}+\Phi_4^{(10)}+\Phi_5^{(10)}].$$

З метою вивчення властивостей ортогонального розкладання для кожної щільності, окрім n =2, розраховували критерій збіжності при різному числі складових, тобто спочатку в ортогональному розкладанні $f_1^{(n)}(y)$ враховували тільки перший доданок $\Phi_1^{(n)}$ і розраховували збіжність $Э_1^{(n)}$. Потім обчислювали значення $Э_2^{(n)}$, зберігаючи в розкладанні $f_1^{(n)}(y)$ два доданки $\Phi_1^{(n)}$ і $\Phi_2^{(n)}$. Аналогічно знаходили збіжність для розкладання з трьома, чотирма і п'ятьма доданками. Результати розрахунку збіжності $Э_i^{(n)}$ застосування розкладання $f_1^{(n)}(y)$ замість початкової щільності g(y) при різному числі доданків $\Phi_i^{(n)}$ приведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3.

Результати розрахунку збіжності $Э_i^{(n)}$

n	$Э_1^{(n)}$	$Э_2^{(n)}$	$Э_3^{(n)}$	$Э_4^{(n)}$	$Э_5^{(n)}$
2	0,175	-	-	-	-
4	0,0216	0,085	1,11	-	-
6	0,0094	0,0193	0,0547	0,334	7,09
8	0,0055	0,0085	0,0141	0,0406	0,188
10	0,0037	0,0048	0,0057	0,0115	0,0313

Як випливає з приведеної таблиці, найкраща збіжність ортогонального розкладання у разі, коли воно містить тільки один доданок, причому $Э_i^{(n)}$ поліпшується із зростанням n, тобто оптимальне ортогональне розкладання має наступний вираз:

$$f_1^{(n)}(y)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-y^2/2)[1+\Phi_1^{(n)}],$$

де $\Phi_1^{(n)}(y) = (\mu_4^{(n)} - 3)(y^4 - 6y^2 + 3)/24$.

Приєднання додаткових членів розкладання, як показали проведені дослідження, тільки погіршує його точність.

Далі розглянемо змішаний розподіл другого типу центрованої похибки ξ, щільність якого має наступний аналітичний вигляд [48]:

$$f_2(\xi) = \frac{D_n}{(\xi^2/2+\lambda)^{n+3/2}},$$

де D_n - нормуючий множник розподілу;

λ - масштабний параметр розподілу;

n - істотний параметр розподілу, який приймає тільки цілі значення.

Перетворимо вказану щільність до нормованого вигляду аналогічно попередньому випадку, враховуючи що дисперсія розподілу рівна $\mu_2 = \lambda/n$. Нормована щільність $g_2(\eta)$ має наступний вигляд:

$$g_2(\eta) = \frac{B_2}{(\eta^2/2n+1)^{n+3/2}}.$$

У цьому виразі $B_2 = \frac{(2n+1)!}{(2n)^{1/2}2^{2n+1}(n!)^2}$ - нормуючий множник. Центральні парні моменти μ_{2m} нормованої випадкової величини η визначаються виразом:

$$\mu_{2m}^{(2)} = \frac{n^m(2m)!(n-m)!}{2^m m!n!}.$$

Для розрахунку значень нормованої щільності, як і у попередньому випадку, необхідно обчислити значення множника B_2 для значень істотного параметра n = 2, 4, 6, 8, 10. У табл. 4.4 приведемо чисельні значення нормуючого множника B_2 для вказаних значень істотного параметра n.

Таблиця 4.4

Значення нормуючого множника B_2

n	2	n	4	n	6	n	8	n	10
B_2	0,4687	B_2	0,43504	B_2	0,42329	B_2	0,41731	B_2	0,41369

У табл. 4.5 приведені результати розрахунку центральних парних моментів від μ_4 до μ_{12} для істотних параметрів n = 2, 4, 6, 8, 10. Очевидно, що залежно від n ортогональне розкладання $f_2^{(n)}(y)$ може містити різну кількість складових, оскільки порядок парного центрального моменту в даному типі щільності, як і у попередньому випадку, не може перевершувати істотного параметра n, тобто m<n.

Як і у попередньому випадку, з метою вивчення властивостей ортогонального розкладання для кожної щільності, окрім n=2, критерій збіжності розраховували для різного числа складових $\Phi_j^{(n)}$.

Таблиця 4.5

Значення центральних парних моментів

n	2	4	6	8	10
μ_4	6	4	3,6	3,429	3,333
μ_6	-	40	27,0	22,86	20,833
μ_8	-	1120	378,0	256,0	208,33
μ_{10}	-	-	10206,0	4608,0	3125,0
μ_{12}	-	-	673596,0	135168	68750

Результати розрахунку збіжності $Э_i^{(n)}$ використання розкладання $f_2^{(n)}(y)$ замість початкової щільності $g_2(y)$ при різному числі доданків $\Phi_j^{(n)}$ приведені в табл. 4.6. З приведеної таблиці виходить, що, як і для попереднього типу щільності розподілу, найкраща збіжність розкладання досягається, коли воно містить тільки один доданок, причому збіжність поліпшується із зростанням n.

Для зіставлення кривих щільності і її ортогонального розкладання були зроблені розрахунки їх значень. На рис. 4.1 показані криві нормованої щільності $g_1(\eta)$ змішаного закону першого типу для значень істотного параметра n=4, 6, які мають блакитний колір. Оскільки криві щільності симетричні, то показана тільки половина кривої для позитивних значень похибки, приймаючих значення в діапазоні шести середньо квадратичних відхилень.

Таблиця 4.6

Результати розрахунку збіжності $Э_i^{(n)}$

n	$Э_1^{(n)}$	$Э_2^{(n)}$	$Э_3^{(n)}$	$Э_4^{(n)}$	$Э_5^{(n)}$
2	0,0742	-	-	-	-
4	0,0168	0,0524	0,349	-	-
6	0,0081	0,0152	0,0363	0,171	1,857
8	0,0050	0,0072	0,0109	0,0283	0,110
10	0,0033	0,0042	0,0047	0,0090	0,022

На цьому ж рисунку жовтим кольором показані відповідні криві ортогонального розкладання. Криві нормованої щільності $g_1(\eta)$ для значень істотного параметра n =8, 10 і криві ортогонального розкладання представлені на рис. 4.2. Аналіз рис. 4.1 і рис. 4.2 показує, що нормована щільність і її ортогональне розкладання при істотному параметрі $n \geq 4$ практично співпадають.

Криві нормованої щільності $g_2(\eta)$ для n = 4, 6 показані на рис. 4.3, на цьому ж рисунку жовтим кольором представлені відповідні криві ортогонального розкладання. На рис. 4.4 представлені криві нормованої щільності $g_2(\eta)$ для n=8, 10 і криві ортогонального розкладання. Як і у попередньому випадку, з рис. 4.3 і рис. 4.4 витікає, що нормована щільність

$g_2(\eta)$ і її ортогональне розкладання при істотному параметрі $n \geq 4$ практично співпадають.

Як третій і завершальний закон розподілу розглянемо узагальнений розподіл Пуассона, породжуваний розподілом Гауса. Вибір вказаного розподілу зумовлений тим, що його густині властиві "хвости, що обважнюють" [2].

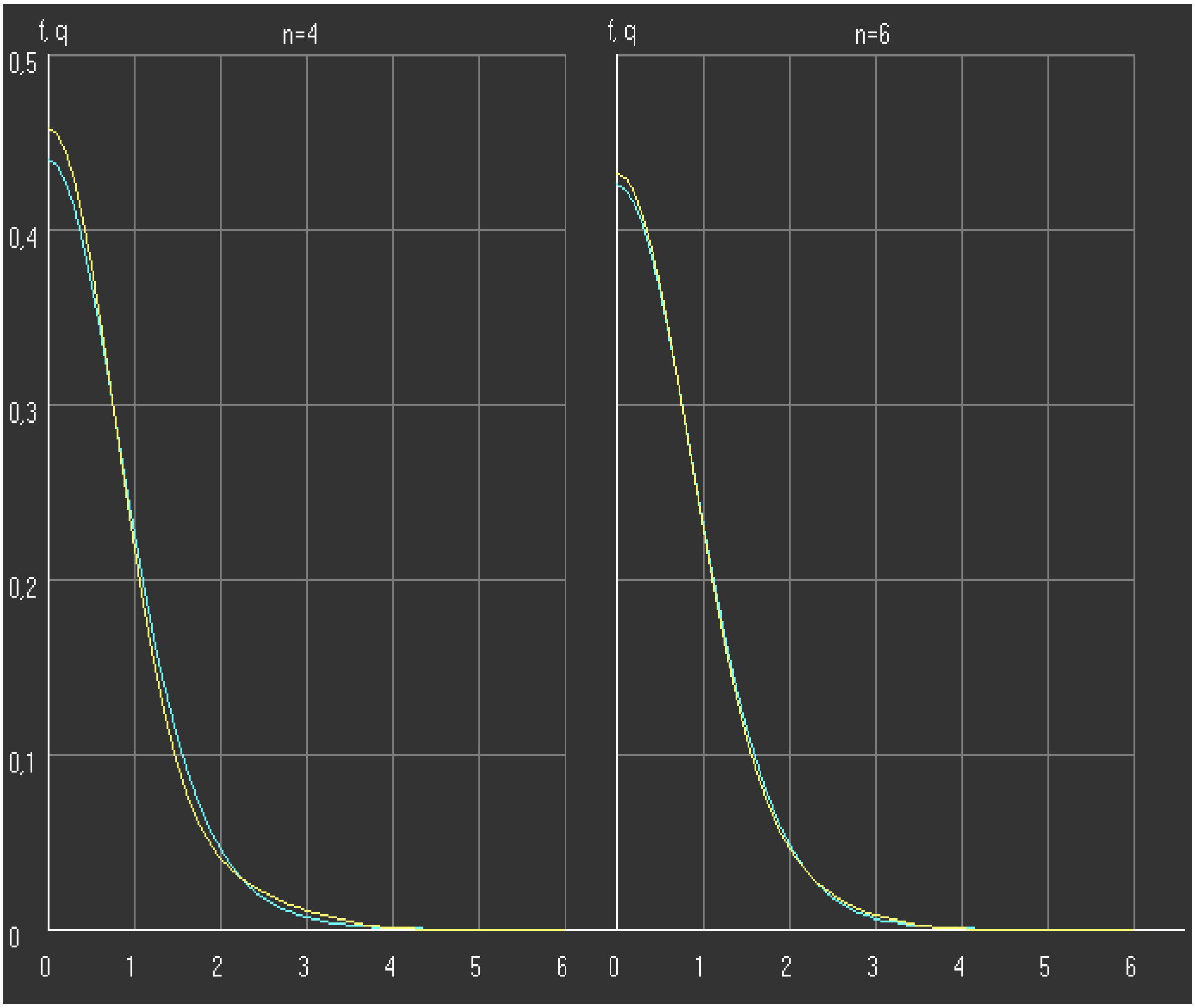


Рис. 4.1. Нормовані щільності $g_1(\eta)$ і їх розкладання $f(\eta)$ (n = 4, n= 6)

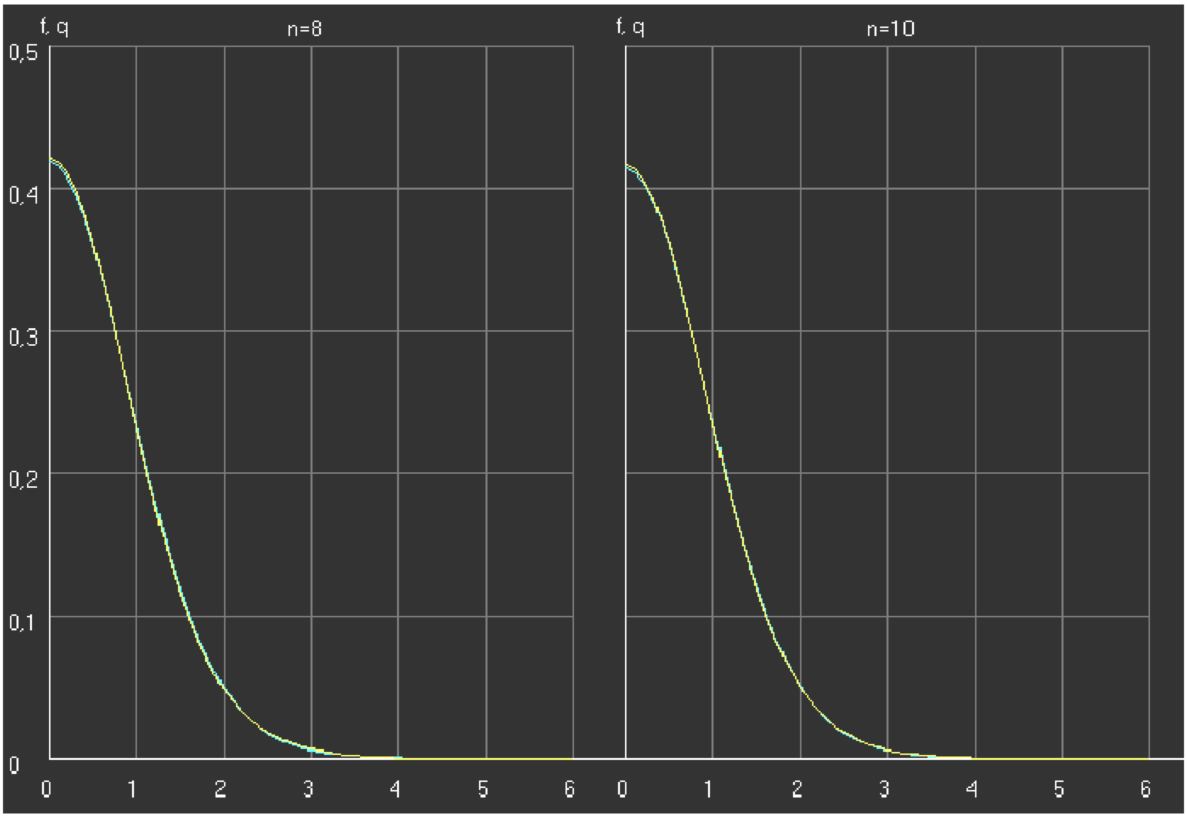


Рис. 4.2. Нормовані щільності $g_1(\eta)$ і їх розкладання $f(\eta)$ (n = 8, n=10)

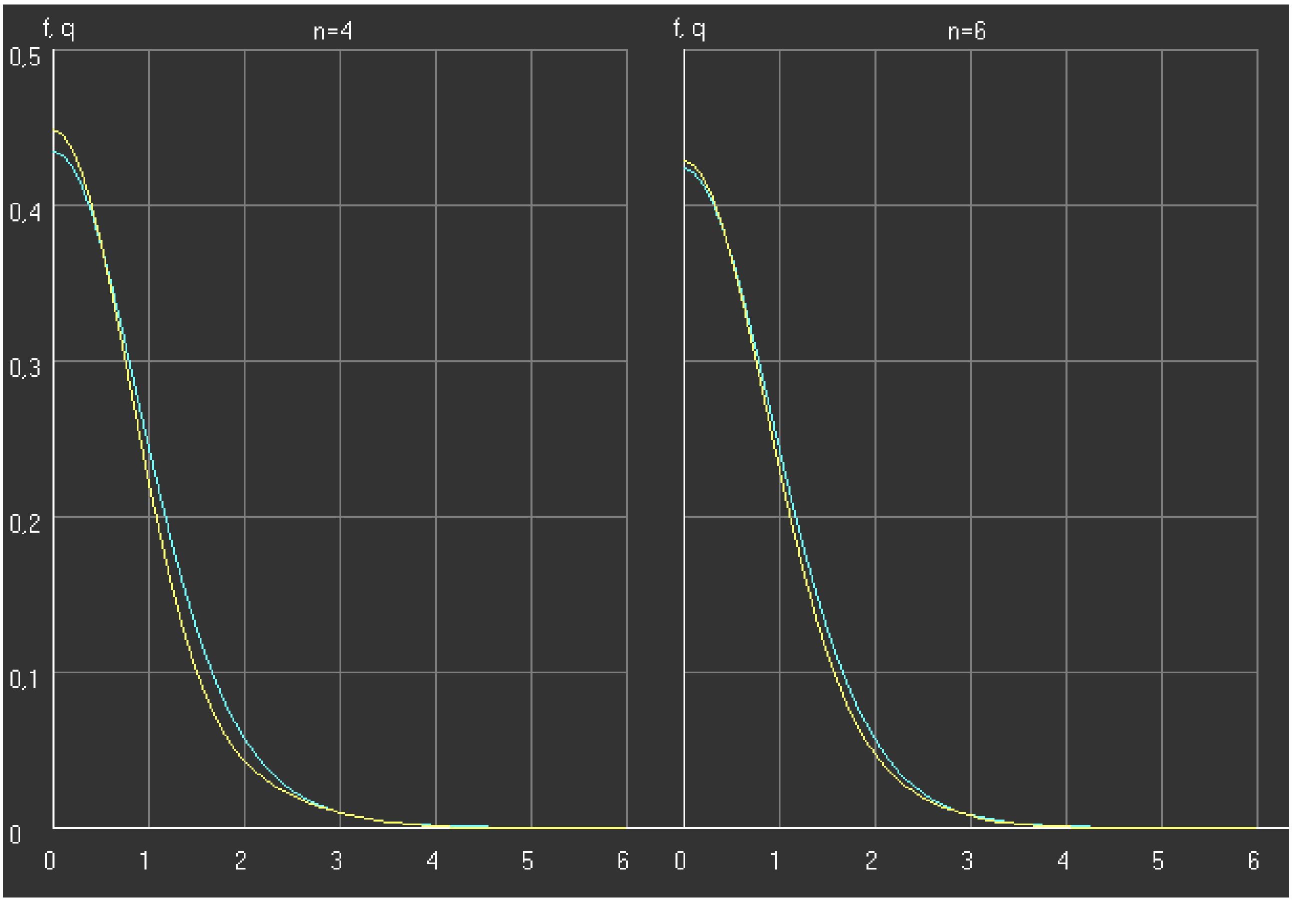


Рис. 4.3. Нормовані щільності $g_2(\eta)$ і їх розкладання $f(\eta)$ (n = 4, n=6)

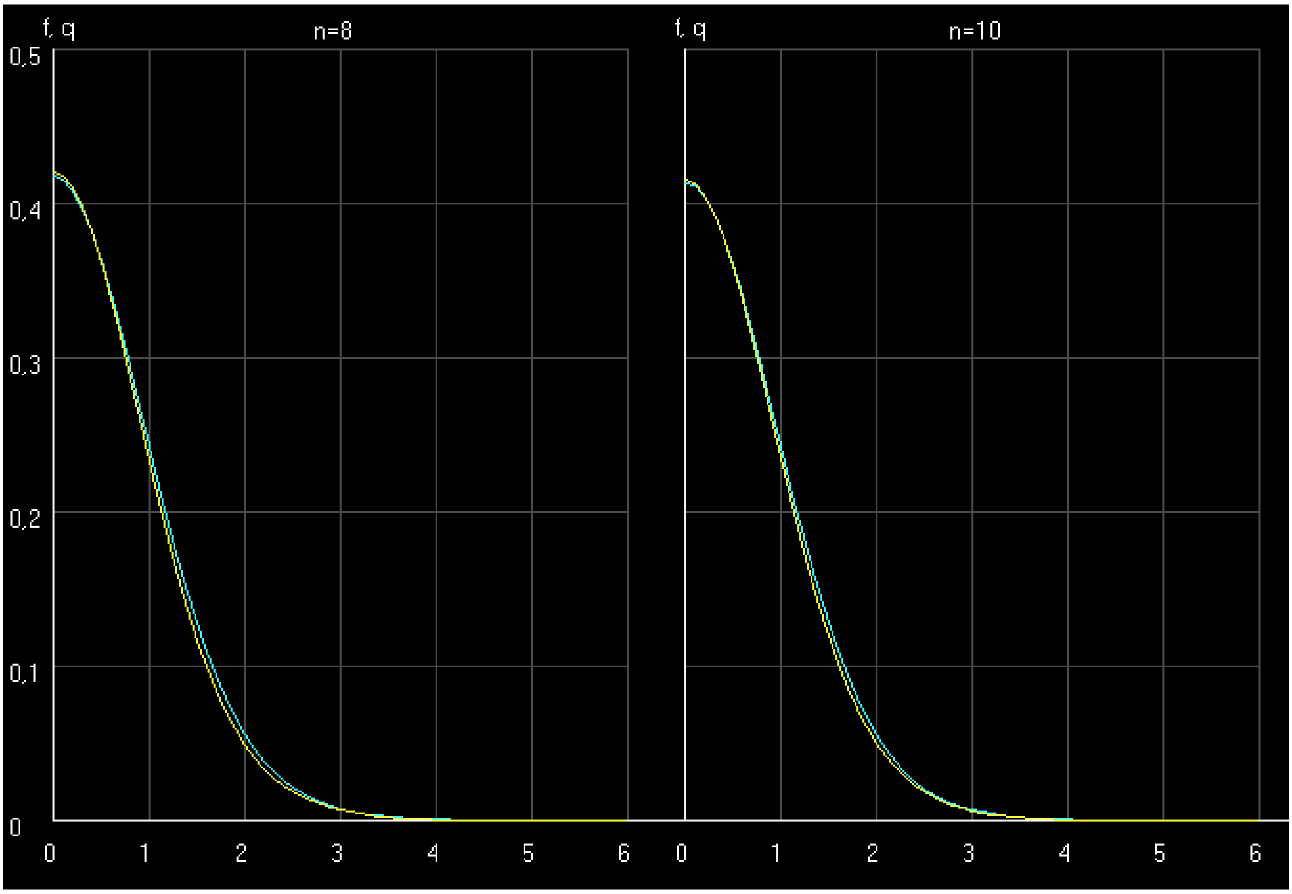


Рис. 4.4. Нормовані щільності $g_2(\eta)$ і їх розкладання $f(\eta)$ (n = 8, n=10)

Щільність розподілу цього типу описується наступним виразом [37]:

$$f_3(\xi) = \frac{\exp(-c)}{(2\pi)^{1/2}\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{1/2} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right),$$

де σ і c - відповідно масштабний і істотний параметри розподілу.

Оскільки дисперсія даного розподілу рівна $\mu_2 = c^2$, то нормована щільність узагальненого пуасонівського розподілу має наступний аналітичний вигляд:

$$g_3(\eta) = \frac{\exp(-c)}{(2\pi)^{1/2}} c^{1/2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{1/2} \exp\left(-\frac{c\eta^2}{2k}\right).$$

Для ортогонального розкладання необхідно мати в своєму розпорядженні центральні моменти розподілу, які можуть бути одержані за допомогою його характеристичної функції, яка має вигляд:

$$\psi(t)=\exp\{c[\exp(-t^2\sigma^2/2)-1]\}.$$

Центральні моменти даного типу щільності виражаються через похідні характеристичної функції відповідного порядку при t =0, тобто для парних центральних моментів розподілу справедлива рівність [48]:

$$\mu_{2m}=(-1)^m\psi^{(2m)}(0).$$

Диференціюючи 2m разів характеристичну функцію $\psi(t)$, знаходимо вирази для парних центральних моментів нормованої випадкової величини, які приведені в табл. 4.7.

Таблиця 4.7

Вирази для парних центральних моментів

Момент	Вираз для моментів
μ_4	$3(c+c^2)/c^2$
μ_6	$15(c+c^2+c^3)/c^3$
μ_8	$105(c+c^2+c^3+c^4)/c^4$
μ_{10}	$945(c+c^2+c^3+c^4+c^5)/c^5$

З аналізу таблиці видно, що значення парних центральних моментів залежать від істотного параметра розподілу с, тому слід розглянути декілька випадків з різними значення параметра с. Для перевірки ортогонального розкладання розглянемо значення параметра с, які рівні 1 - 5.

Значення центральних моментів μ_4 - μ_{10} для значень істотного параметра с = 1, 2, 3, 4, 5 приведені в табл. 4.8.

Таблиця 4.8

Значення парних центральних моментів

Момент	c = 1	c = 2	c = 3	c = 4	c = 5
μ_4	6	4,5	4	3,75	3,12
μ_6	45	26,5	21,7	19,7	15,62
μ_8	420	196,9	155,6	139,5	109,4
μ_{10}	4725	1830,9	1411,7	1258,8	984,4

Результати розрахунку збіжності $Э_i^{(n)}$ застосування розкладання $f_3^{(n)}(y)$ замість початкової щільності $g_3(\eta)$ при різному числі доданків $Ф_1^{(n)}$ (від одного до чотирьох) приведені в табл. 4.9.

Таблиця 4.9.

Результати розрахунку збіжності $Э_i^{(n)}$

c	$Э_1^{(n)}$	$Э_2^{(n)}$	$Э_3^{(n)}$	$Э_4^{(n)}$
1	0,127	0,161	0,198	0,223
2	0,068	0,095	0,128	0,142
3	0,047	0,067	0,098	0,124
4	0,034	0,052	0,079	0,106
5	0,025	0,043	0,067	0,087

Як і для двох попередніх типів розподілу, ортогональне розкладання щільності узагальненого пуасонівського розподілу має найкращу збіжність при використанні тільки першого члена розкладання, причому розкладання $f_3^{(n)}(y)$ з високою точністю співпадає з самим розподілом, а точність підвищується із зростанням параметра c.

4.2. Застосування ортогонального розкладання для розрахунку обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань.

У роботі [48] показано, що двовимірна щільність розподілу $f\,(x,\text{y})$ векторіальної похибки обсервованної точки залежно від незалежної одновимірної щільності похибок ліній положення $f\,(x\sin\alpha_i + y\cos\alpha_i - r_\text{i})$ виражається таким чином:

$$f\,(x,y) = \frac{\prod\limits_{i=1}^{n} f_i\left(x\,\sin\alpha_i + y\,\cos\alpha_i - r_i\right)}{\int\limits_{R_2}\prod\limits_{i=1}^{n} f_i\left(x\,\sin\alpha_i + y\,\cos\alpha_i - r_i\right)dx\,dy}.\text{ або}$$

$$f\,(x,\text{y}) = \frac{\prod\limits_{i=1}^{n} f\,(\xi_\text{i})}{\text{A}_\text{m}},$$

де r_i – довжина нормалі від початку системи координат до *i*-ї лінії положення;

α_i – напрям градієнта навігаційного параметра, тобто кут між перенесенням r_i і віссю вибраної системи координат;

$f_i\left(\xi_i\right)$ – щільність розподілу похибки $\boldsymbol{\xi_i}$ *i*-ї ЛП;

A_m - нормуючий множник.

У тій же роботі [48] показано, що розрахунок обсервованих координат виробляється за допомогою системи рівнянь:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}\sin\alpha_i \dfrac{\partial}{\partial\xi_i}\ln f_i(\xi_i) = 0 \\ \sum\limits_{i=1}\cos\alpha_i \dfrac{\partial}{\partial\xi_i}\ln f_i(\xi_i) = 0\ , \\ \xi_i = x\sin\alpha_i + y\cos\alpha_i - r_i \end{cases}$$

При рішенні даної системи рівнянь необхідно спочатку виконати диференціювання перших двох рівнянь по змінній ξ_i, а потім в одержані рівняння підставити значення ξ_i з третього рівняння і систему двох рівнянь вирішувати щодо невідомих x і y.

У загальному випадку для ненормованої похибки лінії положення ортогональне розкладання має наступний вигляд:

$$f(\xi_i)=(2\pi)^{-1/2}\sigma_i^{-1}\exp(-\xi_i^{\,2}/2\sigma_i^{\,2})\,[1+\sum_{s=2}\frac{c_{2s}}{(2s)!}H_{2s}(\xi_i/\sigma_i^{\,2})]\ .$$

Аналіз статистичного матеріалу показав, що найкраща згода з гістограмами похибок вимірювання має ортогональне розкладання з першим членом, що має вигляд:

$$f(\xi_i)=(2\pi)^{-1/2}\sigma_i^{-1}\exp(-\xi_i^{\,2}/2\sigma_i^{\,2})\,[1+\frac{c_{4i}}{(4)!}H_4(\xi_i/\sigma_i^{\,2})],$$

де $c_{4i}=\mu_{4i}/\sigma_i^{\,4}-3$ (ексцес розподілу);

$H_4=(\xi_i/\sigma_i^{\,2})^4-6(\xi_i/\sigma_i^{\,2})^2+3.$

Знайдемо вираз $\dfrac{\partial}{\partial\xi_i}\ln f_i(\xi_i)$ для приведеного ортогонального розкладання:

$$\frac{\partial}{\partial\xi_i}\ln f_i(\xi_i)=\frac{\partial}{\partial\xi_i}\ln\{(2\pi)^{-1/2}\sigma_i^{-1}\exp(-\xi_i^{\,2}/2\sigma_i^{\,2})\,[1+\frac{c_{4i}}{(4)!}H_4(\xi_i/\sigma_i^{\,2})]\}=$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi_i}\ln\{(2\pi)^{-1/2}\sigma_i^{-1}\exp(-\xi_i^{\,2}/2\sigma_i^{\,2})\,[1+\frac{c_{4i}}{(4)!}H_4(\xi_i/\sigma_i^{\,2})]\},\ \text{або}$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi_i}\ln f_i(\xi_i)=\frac{\partial}{\partial\xi_i}\{\ln[(2\pi)^{-1/2}\sigma_i^{-1}]-\xi_i^{\,2}/2\sigma_i^{\,2}+\ln[1+\frac{c_{4i}}{(4)!}H_4(\xi_i/\sigma_i^{\,2})]\}=$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi_i}\{\ln[(2\pi)^{-1/2}\sigma_i^{-1}]-\xi_i^{\,2}/2\sigma_i^{\,2}+\ln[1+\frac{(\mu_4/\sigma^4-3)}{(4)!}((\xi_i/\sigma_i^{\,2})^4-6(\xi_i/\sigma_i^{\,2})^2+3)]\}.$$

Остаточно одержимо:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln f_i(\xi_i) =$$

$$-\xi_i/\sigma_i^{\,2} + \{\frac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!}[4\xi_i^{\,3}/\sigma_i^{\,8} - 12\xi_i/\sigma_i^{\,4}]\}/[1+\frac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!}((\xi_i/\sigma_i^{\,2})^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^{\,2})^2 + 3)].$$

Підставляючи даний вираз в початкову систему рівнянь, одержимо:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1} \sin\alpha_i \{-\dfrac{\xi_i}{\sigma_i^{\,2}} + \dfrac{\dfrac{(\mu_{4i}/\sigma_i^{\,4} - 3)}{(4)!}[4\xi_i^{\,3}/\sigma_i^{\,8} - 12\xi_i/\sigma_i^{\,4}]}{[1+\dfrac{(\mu_{4i}/\sigma_i^{\,4} - 3)}{(4)!}((\xi_i/\sigma_i^{\,2})^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^{\,2})^2 + 3]}\} = 0; \\ \sum\limits_{i=1} \cos\alpha_i \{-\dfrac{\xi_i}{\sigma_i^{\,2}} + \dfrac{\dfrac{(\mu_{4i}/\sigma_i^{\,4} - 3)}{(4)!}[4\xi_i^{\,3}/\sigma_i^{\,8} - 12\xi_i/\sigma_i^{\,4}]}{[1+\dfrac{(\mu_{4i}/\sigma_i^{\,4} - 3)}{(4)!}((\xi_i/\sigma_i^{\,2})^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^{\,2})^2 + 3]}\} = 0; \\ \xi_i = x\sin\alpha_i + y\cos\alpha_i - r_i. \end{cases}$$

У разі рівноточних ліній положення $\sigma_i^{\,2} = \sigma^2$, $\mu_{4i} = \mu_4$ і попередня система рівнянь приймає наступний вигляд:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1} \sin\alpha_i \{-\dfrac{\xi_i}{\sigma^2} + \dfrac{\dfrac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!}[4\xi_i^{\,3}/\sigma^8 - 12\xi_i/\sigma^4]}{[1+\dfrac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!}((\xi_i/\sigma^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma^2)^2 + 3]}\} = 0; \\ \sum\limits_{i=1} \cos\alpha_i \{-\dfrac{\xi_i}{\sigma^2} + \dfrac{\dfrac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!}[4\xi_i^{\,3}/\sigma^8 - 12\xi_i/\sigma^4]}{[1+\dfrac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!}((\xi_i/\sigma^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma^2)^2 + 3]}\} = 0; \\ \xi_i = x\sin\alpha_i + y\cos\alpha_i - r_i. \end{cases} \qquad (4.1)$$

Вирішуючи дану систему рівнянь і маючи в своєму розпорядженні значення дисперсії σ^2 і четвертого центрального моменту μ_4 початкового розподілу похибок, знаходимо обсервовані координати судна, не використовуючи вираз для щільності розподілу вірогідності похибок ліній положення.

4.3. Оцінка ефективності обсервованих координат судна.

Для оцінки ефективності обсервованих координат судна е необхідно скористатися результатом роботи [38]:

$$e = \frac{q^2}{ps},$$

де p, s і q – невласні інтеграли, залежні від щільності дійсного f(x) і передбачуваного розподілу $\varphi(x)$.

Для отримання оцінки ефективності необхідно знайти невласні інтеграли q, p, і s, використовуючи вирази [38]:

$$q = \int_{R1} f(x)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x)]\varphi(x) - [\frac{\partial}{\partial x}\varphi(x)]^2}{\varphi^2(x)}\}dx,$$

$$p = \int_{R1} f(x)\{[\frac{\frac{\partial}{\partial x}\varphi(x)}{\varphi(x)}]^2\}dx \quad \text{і}$$

$$s = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial x} f(x)]^2}{f(x)} dx.$$

Звертаємо увагу на те, що невласний інтеграл q представляє різницю двох інтегралів:

$$q = \int\limits_{R1} f(x)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x)]\varphi(x) - [\frac{\partial}{\partial \xi}\varphi(x)]^2}{\varphi^2(x)}\}dx =$$

$$= \int\limits_{R1} f(x)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x)]\varphi(x)}{\varphi^2(x)}\}dx - \int\limits_{R1} f(x)\{\frac{[\frac{\partial}{\partial \xi}\varphi(x)]^2}{\varphi^2(x)}\}dx,$$

причому другий інтеграл в одержаному виразі рівний інтегралу p.

Тому можна записати:

$$q = \int\limits_{R1} f(x)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x)]}{\varphi(x)}\}dx - p.$$

Припустимо, є n ліній положення, похибки яких розподілені згідно із законом, відмінному від закону Гауса, наприклад, по змішаному закону першого типу [48], з щільністю $f_1(x)$. Оцінимо ефективність координат судна при їх розрахунку методом (4.1) із застосуванням ортогонального розкладання щільності.

З метою позбавлення від масштабних параметрів в густині $f_1(x)$ і її розкладанні $\varphi(x)$, що необхідне для їх зіставності, розглянемо їх відповідну нормовану щільність $g_1(x)$ і $\psi(x)$, де x - нормована і центрована випадкова похибка вимірювання. Причому:

$$g_1(x) = \frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}}.$$

Тут $B_1 = \dfrac{2^{2n}[(n)!]^2}{(2n-1)^{1/2}\pi(2n)!}$ - нормуючий множник, а n - істотний цілий параметр. Дисперсія x рівна 1, а четвертий центральний момент $\mu_4 = \dfrac{(2n-1)^2 n![2(n-2)]!\,24}{2(2n)!(n-2)!}$.

Ортогональне розкладання щільності $\psi(x)$ нормованої випадкової величини з одиничною дисперсією має наступний вигляд:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2)[1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)] .$$

Для зручності позначимо:

$$f_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2) \text{ и } Q(x) = [1+\frac{(\mu_4^{(n)}-3)}{24}(x^4-6x^2+3)],$$

тому:

$$\psi(x) = f_N(x)Q(x) .$$

Ефективність e_R координат судна в даному випадку визначається виразом:

$$e_R = \frac{q^2}{ps}, \tag{4.2}$$

де p, q і s – невласні інтеграли, залежні від щільності $g_1(x)$ і $\psi(x)$.

Запишемо вирази невласних інтегралів p, q і s залежно від щільності $g_1(x)$ і $\psi(x)$:

$$p=\int_{R1} g_1(x)\{[\frac{\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)}{\psi(x)}]^2\}dx\,,\quad q=\int_{R1} g_1(x)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)]}{\psi(x)}\}dx - p\,,\quad s=\int_{R1}\frac{[\frac{\partial}{\partial x}g_1(x)]^2}{g_1(x)}dx\,.$$

Розрахунок значення інтеграла p вимагає пошуку виразу для похідної $\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)$:

$$\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)=\frac{\partial}{\partial x}f_N(x)Q(x)+f_N(x)\frac{\partial}{\partial x}Q(x)\,,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f_N(x)=-xf_N(x),\quad \frac{\partial}{\partial x}Q(x)=\frac{(\mu_4-3)}{24}(4x^3-12x)\,.$$

Тому

$$\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)=[-xf_N(x)][1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)]+f_N(x)\frac{(\mu_4-3)}{24}(4x^3-12x)=$$

$$=f_N(x)\{\frac{(\mu_4-3)}{24}(4x^3-12x) - x-\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^5-6x^3+3x)\}\,,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)=f_N(x)\{-x+\frac{(\mu_4-3)}{24}[-x^5+10x^3-15x)]\}\,.$$

Тому невласний інтеграл p обчислюється за допомогою виразу:

$$p=\int_{R1}\frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}}\{\frac{-x+\frac{(\mu_4-3)}{24}[-x^5+10x^3-15x)]}{1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)}\}^2dx\,. \qquad (4.3)$$

Для розрахунку значення інтеграла q слід знайти вираз для другої похідної $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)$:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)=\frac{\partial^2}{\partial x^2}f_N(x)Q(x)+2\frac{\partial}{\partial x}f_N\frac{\partial}{\partial x}Q(x)+f_N(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2}Q(x)\,.$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f_N(x) = (x^2 - 1) f_N(x), \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} Q(x) = \frac{(\mu_4 - 3)}{2}(x^2 - 1), \text{ тому}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) = (x^2 - 1) f_N(x)[1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)] +$$

$$- 2x f_N(x)\frac{(\mu_4 - 3)}{24}(4x^3 - 12x) + f_N(x)\frac{(\mu_4 - 3)}{2}(x^2 - 1), \text{ або}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) = f_N(x)\{(x^2 - 1)[1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)] - \frac{(\mu_4 - 3)}{12}(4x^4 - 12x^2) +$$

$$+ \frac{(\mu_4 - 3)}{2}(x^2 - 1)\}.$$

Остаточно

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) = f_N(x)[G(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6}(-2x^4 + 9x^2 - 3)],$$

де $G(x) = (x^2 - 1)[1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)]$.

Тому:

$$q = \int_{R1} \frac{B_1}{(x^2/(2n - 1) + 1)^{n+1}} \{ \frac{Q(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6}(-2x^4 + 9x^2 - 3)}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)} \} dx - p, \qquad (4.4)$$

де $Q(x) = G(x)$.

Знайдемо вираз для невласного інтеграла s, для чого скористаємося виразом стандартної щільності ненормованої похибки, що має вигляд:

$$f_1(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2 / 2 + \lambda)^{m+1}},$$

де $A_m = \dfrac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!}\lambda^{m+1/2}$. (4.5)

Для даної щільності інтеграл S має вигляд:

$$S = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f_1(\xi)]^2}{f_1(\xi)} d\xi .$$

Вираз для першої похідної щільності $f_1(\xi)$:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} f_1(\xi) = \frac{\partial}{\partial \xi}[\frac{A_m}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+1}}] = -\frac{A_m(m+1)}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+2}}\xi ,$$ тоді

вирази для підінтегральної функції інтеграла S має наступний вигляд:

$$\frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f_1(\xi)]^2}{f_1(\xi)} = [\frac{A_m(m+1)}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+2}}\xi]^2 / [\frac{A_m}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+1}}] =$$

$$\frac{A_m^2(m+1)^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{2(m+2)}}\xi^2 \frac{(\xi^2/2+\lambda)^{m+1}}{A_m} = \frac{A_m(m+1)^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+3}}\xi^2 .$$

З урахуванням одержаного виразу для підінтегральної функції невласний інтеграл S приймає вигляд:

$$S = A_m(m+1)^2 \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+3}} d\xi .$$

Знайдемо рішення інтеграла:

$$\mathrm{J} = \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+3}} d\xi \,.$$

Для цього скористаємося співвідношенням:

$$\int_{R1} \frac{d\xi}{(\xi^2/2+\lambda)^{\nu+1}} = \mathrm{A}_\nu^{-1},$$

де A_ν - нормуючий множник, що дозволяє використовувати початкову підінтегральну функцію як щільність розподілу.

Для визначення множника A_ν, можна записати:

$$\mathrm{A}_\nu^{-1} = \frac{\sqrt{2\pi}(2\nu 2\nu}{2^{2\nu}(\nu\nu)^2}\lambda^{-\nu-1/2} = \mathrm{B}_\nu\lambda^{-\nu-1/2},$$

де $\mathrm{B}_\nu = \dfrac{\sqrt{2\pi}(2\nu)!}{2^{2\nu}(\nu!)^2}$. (4.6)

Тому справедлива рівність:

$$\int_{R1} \frac{1}{(\xi^2/2+\lambda)^{\nu+1}} d\xi = \mathrm{B}_\nu \lambda^{-\nu-1/2},$$

яку доцільно переписати в наступному вигляді:

$$\int_{R1} \frac{1}{(\xi^2/2\lambda+1)^{\nu+1}\lambda^{\nu+1}} d\xi = \mathrm{B}_\nu \lambda^{-\nu-1/2} \quad \text{або}$$

$$\int_{R1} \frac{1}{(\xi^2/2\lambda+1)^{\nu+1}} d\xi = \mathrm{B}_\nu \lambda^{\,1/2}\,.$$

Введемо позначення $\lambda = \mathrm{h}^{-1}$ і одержимо:

$$\int\limits_{R1} (\frac{\xi^2}{2}\mathrm{h}+1)^{-\nu-1} d\xi = \mathrm{B}_\nu \mathrm{h}^{-1/2}\,.$$

Диференціюємо обидві частини рівності по параметру h:

$$-\frac{\nu+1}{2}\int\limits_{R1} (\frac{\xi^2}{2}\mathrm{h}+1)^{-\nu-2}\xi^2 d\xi = -\frac{1}{2}\mathrm{B}_\nu \mathrm{h}^{-3/2},\ \text{або}$$

$$\int\limits_{R1} \frac{\xi^2}{(\frac{\xi^2}{2}\mathrm{h}+1)^{\nu+2}} d\xi = \frac{\mathrm{B}_\nu}{\nu+1}\mathrm{h}^{-3/2}\,.$$

Замінюємо параметр h параметром λ:

$$\int\limits_{R1} \frac{\xi^2}{(\frac{\xi^2}{2\lambda}+1)^{\nu+2}} d\xi = \frac{\mathrm{B}_\nu}{\nu+1}\lambda^{\,3/2}\,.$$

Помножимо обидві частини одержаної рівності на величину $\lambda^{-\nu-2}$ і одержимо:

$$\int\limits_{R1} \frac{\xi^2}{(\frac{\xi^2}{2}+\lambda)^{\nu+2}} d\xi = \frac{\mathrm{B}_\nu}{\nu+1}\lambda^{-\nu-1/2}\,.$$

Зробимо підстановку $\nu = m + 1$:

$$\int\limits_{R1} \frac{\xi^2}{(\frac{\xi^2}{2}+\lambda)^{m+3}} d\xi = \frac{\mathrm{B}_{m+1}}{m+2}\lambda^{-m-3/2}\,.$$

Звертаємо увагу на те, що інтеграл в лівій частині рівняння рівний шуканому інтегралу J.

Тому записуємо вираз для інтеграла J:

$$J = \frac{B_{m+1}}{m+2}\lambda^{-m-3/2}.$$

З урахуванням виразу (4.6) можна записати:

$$B_{m+1} = \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{2^{2m+2}[(m+1)!]^2}$$

і інтеграл J приймає наступний вигляд:

$$J = \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{(m+2)2^{2m+2}[(m+1)!]^2}\lambda^{-m-3/2}.$$

У свою чергу нормуючий множник A_m визначається виразом (4.5):

$$A_m = \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!}\lambda^{m+1/2},$$

тому інтеграл S має наступний вигляд:

$$S = (m+1)^2 \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!}\lambda^{m+1/2} \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{(m+2)2^{2m+2}[(m+1)!]^2}\lambda^{-m-3/2} =$$

$$\frac{(m+1)^2(2m+1)(2m+2)}{\lambda 2^2(m+2)(m+1)^2} = \frac{(m+1)^2(2m+1)2(m+1)}{4\lambda(m+2)(m+1)^2}, \quad \text{або}$$

$$S = \frac{(m+1)^2(2m+1)}{2\lambda(m+2)(m+1)} = \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)} \ .$$

Таким чином, остаточно одержимо:

$$S = \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)} \ .$$

Для невласного інтеграла s щільності нормованої похибки навігаційних вимірювань $g_1(x)$ враховуємо співвідношення між дисперсією і масштабним параметром λ:

$$\mu_2 = \frac{2\lambda}{2n-1},$$

звідки

$$2\lambda = \mu_2 (2n-1).$$

Оскільки для нормованої похибки дисперсія рівна 1, то $2\lambda = (2n-1)$ і невласний інтеграл s приймає наступний вигляд:

$$s = \frac{(n+1)(2n+1)}{(2n-1)(n+2)}. \qquad (4.7)$$

Проводилася оцінка ефективності e_R для щільності $g_1(x)$ із значеннями істотного параметра n, рівного 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10. У табл. 4.10 приведені значення нормуючого множника B_1 і четвертого центрального моменту μ_4 для перерахованих значень параметра n.

Таблиця 4.10

Значення нормуючого множника B_1 і моменту μ_4

n	2	3	4	5	6	8	10
B_1	0,4903	0,4558	0,4402	0,4314	0,4257	0,4187	0,4147
μ_4	9	5	4.2	3,857	3.667	3.462	3.353

Розрахунок невласних інтегралів p і q проводився по виразах (4.3) і (4.4) методом Сімпсона з межами інтегрування від -6 до 6, в який потрапляють всі нормовані і центровані випадкові величини. Інтеграл s розраховувався по формулі (4.7). Оцінка ефективності e_R проводилася за допомогою виразу (4.2) і її значення приведені в другому рядку табл. 4.11.

У роботі [48] приведені результати розрахунку ефективності e_G координат судна у разі розподілу похибок ліній положення по змішаному закону першого типу з щільністю $g_1(x)$, а розрахунок координат виконувався методом найменших квадратів. Значення ефективності e_G приведені також в табл. 4.11.

Аналіз табл. 4.11 показує високу ефективність e_R координат судна, одержаних пропонованим методом застосування ортогонального розкладання, яка перевершує ефективність e_G координат, розрахованих методом найменших квадратів.

Таблиця 4.11.

Ефективності e_G і e_R щільності розподілу $g_1(x)$

n	3	4	5	6	8	10
e_G	0,893	0,934	0,955	0,968	0,980	0,987
e_R	0,994	1	1	1	1	1

Розглянемо ситуацію, коли похибки ліній положення розподілені по змішаному закону другого типу [48] з щільністю $f_2(\xi)$. Знайдемо вираз для оцінки ефективності координат судна при їх розрахунку із застосуванням ортогонального розкладання щільності.

Як і у попередньому випадку скористаємося нормованою щільністю $g_2(x)$ і $\psi(x)$, де x - нормована і центрована випадкова похибка вимірювання. Причому:

$$g_2(x) = \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}}.$$

У цьому виразі $B_2 = \dfrac{(2n+1)!}{(2n)^{1/2} 2^{2n+1} (n!)^2}$ - нормуючий множник, а центральний четвертий момент $\mu_4 = \dfrac{n^2 24 (n-2)!}{8 n!}$.

Вирази невласних інтегралів p, q і s залежно від щільності $g_2(x)$ і $\psi(x)$ мають вигляд:

$$p = \int_{R1} g_2(x)\{[\frac{\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)}{\psi(x)}]^2\}dx, \quad q = \int_{R1} g_2(x)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)]}{\psi(x)}\}dx - p,$$

$$s = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial x} g_2(x)]^2}{g_2(x)} dx.$$

З урахуванням раніше одержаних виразів для похідних $\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)$ і $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)$ невласні інтеграли p і q обчислюється за допомогою виразів:

$$p = \int_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \{\frac{-x + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}[-x^5 + 10x^3 - 15x)]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)}\}^2 dx, \qquad (4.8)$$

$$q = \int_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \{\frac{Q(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6}[-2x^4 + 9x^2 - 3)]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)}\}^2 dx - p. \qquad (4.9)$$

Знайдемо вираз для невласного інтеграла s. Для цього, як і у попередньому випадку, скористаємося виразом стандартної щільності ненормованої похибки, що має вигляд:

$$f_2(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+3/2}},$$

де $A_m = \dfrac{(2m+1)!\lambda^{m+1}}{\sqrt{2}2^{2m+1}(m!)^2}$.

З цією метою запишемо похідну:

$$\frac{\partial}{\partial\xi} f_2(\xi) = \frac{\partial}{\partial\xi}[\frac{A_m}{(\xi^2/2+\lambda)^{m+3/2}}] = -\frac{A_m(m+3/2)}{(\xi^2/2+\lambda)^{(m+1)+3/2}}\xi$$

і її квадрат:

$$[\frac{\partial}{\partial\xi} f_2(\xi)]^2 = \frac{A_m^2(m+3/2)^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{2m+5}}\xi^2.$$

Знаходимо вираз для $[\frac{\partial}{\partial\xi} f_2(\xi)]^2 / f_2(\xi)$:

$$[\frac{\partial}{\partial\xi} f_2(\xi)]^2 / f_2(\xi) = \frac{A_m^2(m+3/2)^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{2m+5}}\xi^2 \frac{(\xi^2/2+\lambda)^{m+3/2}}{A_m} =$$

$$= \frac{A_m(m+3/2)^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{(m+2)+3/2}}\xi^2.$$

Тепер можна знайти аналітичний вираз для невласного інтеграла S:

$$S = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial\xi} f_2(\xi)]^2}{f_2(\xi)} d\xi, \text{ або}$$

$$S = \int_{R1} \frac{A_m(m+3/2)^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{(m+2)+3/2}}\xi^2 \partial\xi = A_m(m+3/2)^2 \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{(m+2)+3/2}}\partial\xi.$$

Позначимо одержаний інтеграл через $\Im$, тобто:

$$\Im = \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{(m+2)+3/2}} \partial\xi$$

і знайдемо його рішення. Для цього скористаємося співвідношенням:

$$\int_{R1} \frac{A_\nu \partial\xi}{(\xi^2/2+\lambda)^{\nu+3/2}} = 1, \text{ звідки}$$

$$\int_{R1} \frac{\partial\xi}{(\xi^2/2+\lambda)^{\nu+3/2}} = \frac{\sqrt{2}\,2^{2\nu+1}(\nu!)^2}{(2\nu+1)!\lambda^{\nu+1}}.$$

Об'єднуємо параметр λ із змінною ξ, тобто:

$$\int_{R1} \frac{\partial\xi}{(\xi^2/2\lambda+1)^{\nu+3/2}} = \frac{\sqrt{2}\,2^{2\nu+1}(\nu!)^2}{(2\nu+1)!} \lambda^{1/2},$$

або позначаючи $\lambda^{1/2} = h^{-1/2}$, одержимо:

$$\int_{R1} \frac{\partial\xi}{[h(\xi^2/2)+1)^{\nu+3/2}} = \frac{\sqrt{2}\,2^{2\nu+1}(\nu!)^2}{(2\nu+1)!} h^{-1/2}.$$

Позначимо $B_\nu^* = \dfrac{\sqrt{2}\,2^{2\nu+1}(\nu!)^2}{(2\nu+1)!}$:

$$\int_{R1} \frac{\partial\xi}{[h(\xi^2/2)+1)^{\nu+3/2}} = B_\nu^* h^{-1/2}.$$

Диференціюємо обидві частини одержаного рівняння по параметру h:

$$-(\nu+3/2)\int_{R1}\frac{\xi^2}{2[h(\xi^2/2)+1]^{(\nu+1)+3/2}}\partial\xi=-\frac{1}{2}B_\nu^* h^{-3/2}.$$

Повертаємося до параметра λ:

$$\int_{R1}\frac{\xi^2}{(\xi^2/2+\lambda)^{(\nu+1)+3/2}}\partial\xi=\frac{B_\nu^*}{(\nu+3/2)}\lambda^{-\nu-1}.$$

Вважаємо ν = m+1 і при підстановці одержимо:

$$\int_{R1}\frac{\xi^2}{(\xi^2/2+\lambda)]^{(m+2)+3/2}}\partial\xi=\frac{B_{m+1}^*}{(m+5/2)}\lambda^{-m-2}.$$

Звертаємо увагу на те, що інтеграл в лівій частині рівняння є шуканим інтегралом $\Im$. Тому можна записати:

$$\Im=\frac{B_{m+1}^*}{(m+5/2)}\lambda^{-m-2},$$

або, підставляючи значення B_{m+1}^*:

$$\Im=\frac{2\sqrt{2}2^{2m+3}[(m+1)!]^2}{(2m+5)(2m+3)!}\lambda^{-m-2}.$$

В цьому випадку інтеграл S приймає наступний вигляд:

$$S=A_m(m+3/2)^2\Im,\ \text{тобто}$$

$$S=\frac{(2m+3)^2}{4}\frac{(2m+1)!\lambda^{m+1}}{\sqrt{2}2^{2m+1}(m!)^2}\frac{2\sqrt{2}2^{2m+3}[(m+1)!]^2\lambda^{-m-2}}{(2m+5)(2m+3)!}$$ або

$$S=\frac{(2m+3)^2}{4\lambda}\frac{2(m+1)^2}{2(m+1)}\frac{2^2}{(2m+5)(2m+3)}=\frac{(2m+3)}{\lambda}\frac{(m+1)}{2(m+5)}.$$

Таким чином, невласний інтеграл S приймає остаточний вигляд:

$$S=\frac{(2m+3)}{\lambda}\frac{(m+1)}{2(m+5)}.$$

Оскільки для змішаного розподілу другого типу дисперсія $\mu_2=\frac{\lambda}{n}$ і, отже, $\lambda=\mu_2 n$, то для невласного інтеграла s щільності нормованої похибки навігаційних вимірювань $g_2(x)$ дисперсія рівна 1 і $\lambda=n$. Тому невласний інтеграл s приймає наступний вигляд:

$$s=\frac{(2n+3)(n+1)}{2n(n+5)}. \qquad (4.10)$$

Проводився розрахунок ефективності e_R для щільності $g_2(x)$, причому значення істотного параметра n, рівного 2, 4, 6, 8, 10. У табл. 4.12 приведені значення нормуючого множника B_2 і четвертого центрального моменту μ_4 для перерахованих значень параметра n.

По виразах (4.8) і (4.9) проводився розрахунок невласних інтегралів p і q методом Сімпсона в межах інтегрування від -6 до 6. Інтеграл s розраховувався по формулі (4.10). За допомогою виразу (4.2) проводився розрахунок оцінки ефективності e_R, а її набуті значення приведені в другому рядку табл. 4.13.

Результати розрахунку ефективності e_G координат судна у разі розподілу похибок ліній положення по змішаному закону другого типу з щільністю $g_2(x)$ приведені в роботі [48], а розрахунок координат виконувався методом найменших квадратів.

Таблиця 4.12

Значення нормуючого множника B_2 і моменту μ_4

n	2	4	6	8	10
B_2	0, 4688	0,4350	0,4233	0,4173	0,4137
μ_4	6	4	3.6	3.43	3.33

Значення ефективності e_G приведені також в табл. 4.13.

Таблиця 4.13.

Ефективності e_G і e_R щільності розподілу $g_2(x)$

n	3	4	5	6	8	10
e_G	0,917	0,945	0,962	0,971	0,982	0,988
e_R	0,996	1	1	1	1	1

Аналізуючи табл. 4.13, відзначаємо високу ефективність e_R координат судна, розрахованих пропонованим методом застосування ортогонального розкладання, яка перевершує ефективність e_G координат, одержаних методом найменших квадратів.

4.4. Висновки за четвертим розділом.

В розділі проведено аналіз збіжності ортогонального розкладання щільності змішаних законів двох типів і узагальненого розподілу Пуассона.

Розглянуто ортогональне розкладання щільності змішаних законів першого і другого типу, а також узагальненого розподілу Пуассона. Одержані вирази їх нормованої щільності і центральних моментів вищих порядків.

Розроблено спосіб застосування ортогонального розкладання для розрахунку обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань.

Розрахована ефективність ортогональних розкладань і виявлено, що точність опису ортогональним розкладанням початкової щільності знижується із збільшенням числа членів розкладання.

РОЗДІЛ 5.
АНАЛІЗ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ ТА ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВТРАТИ ТОЧНОСТІ ОБСЕРВОВАННИХ КООРДИНАТ

5.1. Вплив способу розрахунку координат судна при надмірних вимірюваннях на їх точність.

У роботі [38] показано, що залежність точності обсервованих координат від методу їх розрахунку визначається законами передбачуваного і дійсного розподілу вірогідності похибок вимірювань, які характеризуються відповідно щільністю $\phi(\xi)$ і $f(\xi)$. Оцінка точності визначається за допомогою невласних інтегралів:

$$\mathrm{p} = \int_{\mathrm{R1}} f(\xi)\{[\frac{\frac{\partial}{\partial\xi}\phi(\xi)}{\phi(\xi)}]^2\}d\xi\,,$$

$$\mathrm{q} = \int_{\mathrm{R1}} f(\xi)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\phi(\xi)]\phi(\xi) - [\frac{\partial}{\partial\xi}\phi(\xi)]^2}{\phi^2(\xi)}\}d\xi\,.$$

$$\mathrm{s} = \int_{\mathrm{R1}} \frac{[\frac{\partial}{\partial\xi}f(\xi)]^2}{f(\xi)}d\xi\,.$$

Якщо передбачуваний і дійсний закони розподілу вірогідності похибок вимірювань відрізняються, то відбувається втрата точності обсервованних координат [38], як характеристику Δ якої доцільно вибрати вираз:

$$\Delta = \mathrm{ps} - \mathrm{q}^2. \qquad (5.1)$$

Розглянемо втрату точності обсервованних координат судна, якщо дійсна щільність розподілу вірогідності похибок ліній положення є щільністю змішаного розподілу першого типу.

Відразу відзначимо, що розрахунку обсервованих координат методом максимальної правдоподібності втрата точності $\Delta = 0$, оскільки передбачуваний і дійсний закони розподілу вірогідності похибок вимірювань співпадають.

При розрахунку координат методом найменших квадратів передбачувана щільність розподілу похибок $\phi(\xi)$ є нормальною, а дійсна щільність відноситься до змішаного розподілу першого типу, яка має наступний аналітичний вигляд [41]:

$$f(\xi) = \frac{\mathrm{A_m}}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}},$$

де $\mathrm{A_m} = \dfrac{2^m \lambda^{m+\frac{1}{2}} m!}{\sqrt{2}\pi \; 1 \cdot 3 \cdot \cdot (2m-1)} = \dfrac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!} \lambda^{m+1/2}$ - нормуючий множник;

m - істотний параметр, що приймає цілі значення;

λ - масштабний параметр.

Передбачувана щільність нормального розподілу:

$$\phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\}.$$

У роботі [44] одержані вирази для невласних інтегралів q, p, і s, які мають наступний вигляд:

$$\mathrm{q} = -\frac{1}{\sigma^2},$$

$$\mathrm{p} = \frac{1}{\sigma^4} \frac{2\lambda}{2\mathrm{m} - 1},$$

$$\mathrm{s} = \frac{(\mathrm{m}+1)(2\mathrm{m}+1)}{2\lambda(\mathrm{m}+2)}.$$

В цьому випадку втрата точності для нормованої похибки ($\sigma^2=1$):

$$\Delta_G = \frac{(m+1)(2m+1)}{(m+2)(2m-1)} - 1 .$$

Таким чином, значення втрати точності Δ_G оцінки обсервованих координат, розрахованих методом найменших квадратів у разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені по першому змішаному закону відрізняються від нуля і залежно від істотного параметру приведені в табл. 5.1.

При розрахунку обсервованих координат за допомогою методу ортогонального розкладання щільності похибок ліній положення для оцінки втрати точності Δ_R необхідно розглянути відповідну нормовану щільність $g_1(x)$ і $\psi(x)$, де x - нормована і центрована випадкова похибка вимірювання. Причому:

$$g_1(x) = \frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}} . \qquad (5.2)$$

Тут $B_1 = \dfrac{2^{2n}[(n)!]^2}{(2n-1)^{1/2}\pi(2n)!}$ - нормуючий множник, а n - істотний цілий параметр. Дисперсія x рівна 1, а четвертий центральний момент $\mu_4 = \dfrac{(2n-1)^2 n![2(n-2)]!\,24}{2(2n)!(n-2)!}$.

Ортогональне розкладання щільності $\psi(x)$ нормованої випадкової величини з одиничною дисперсією має наступний вигляд:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2)[1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)] .$$

Для зручності позначимо $f_N(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2)$, тому:

$$\psi(x) = f_N(x)[1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)]\ . \qquad (5.3)$$

У попередньому розділі одержані залежності невласних інтегралів p, q і s від щільності $g_1(x)$ і $\psi(x)$:

$$p = \int_{R1} g_1(x)\{[\frac{\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)}{\psi(x)}]^2\}dx\,,\quad q = \int_{R1} g_1(x)\{\frac{[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)]}{\psi(x)}\}dx - p\,,\quad s = \int_{R1}\frac{[\frac{\partial}{\partial x}g_1(x)]^2}{g_1(x)}dx\,.$$

Як випливає з попереднього розділу:

$$p = \int_{R1}\frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}}\{\frac{-x+\frac{(\mu_4-3)}{24}[-x^5+10x^3-15x)]}{1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)}\}^2dx\,. \qquad (5.4)$$

$$q = \int_{R1}\frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}}\{\frac{Q(x)+\frac{(\mu_4-3)}{6}(-2x^4+9x^2-3)}{1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)}\}dx - p\,, \qquad (5.5)$$

де $Q(x) = (x^2-1)[1+\frac{(\mu_4-3)}{24}(x^4-6x^2+3)]$.

Як випливає з попереднього розділу:

$$s = \frac{(n+1)(2n+1)}{(2n-1)(n+2)}\,. \qquad (5.6)$$

Оцінка втрати точності Δ_R проводилася для щільності $g_1(x)$ (5.2) з істотним параметром n, рівним 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10. Розрахунок невласних інтегралів p (5.4) і q (5.5) проводився методом Сімпсона. Інтеграл s розраховувався по формулі (5.6). Оцінка втрати точності Δ_R проводилася за допомогою виразу (5.1) і її значення приведені в другому рядку табл. 5.1.

Таблиця 5.1.

Втрата точності Δ_G і Δ_R змішаного закону першого типу

n, m	3	4	5	6	8	10
Δ_G	0,12	0,07	0,048	0,034	0,02	0,013
Δ_R	0,006	0	0	0	0	0

Аналогічно знаходимо втрату точності у разі розподілу похибки по змішаному закону другого типу. В цьому випадку:

$$p = \int\limits_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \left\{ \frac{-x + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}[-x^5 + 10x^3 - 15x)]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)} \right\}^2 dx, \qquad (5.7)$$

$$q = \int\limits_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \left\{ \frac{Q(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6}[-2x^4 + 9x^2 - 3)]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)} \right\}^2 dx - p. \qquad (5.8)$$

$$s = \frac{(2n+3)(n+1)}{2n(n+5)}. \qquad (5.9)$$

Був проведений розрахунок ефективності e_R для щільності $g_2(x)$, причому значення істотного параметра n, рівного 2, 4, 6, 8, 10. По виразах (5.7) і (5.8) проводився розрахунок невласних інтегралів p і q методом Сімпсона в межах інтегрування від -6 до 6. Інтеграл s розраховувався по формулі (5.9). За допомогою виразу (5.1) проводився розрахунок втрати точності Δ_R, а її набуті значення приведені в другому рядку табл. 5.2, в першому рядку - значення Δ_G.

Таблиця 5.2.

Втрата точності Δ_G і змішаного закону другого типу

n	3	4	5	6	8	10
Δ_G	0,083	0,055	0,038	0,029	0,018	0,012
Δ_R	0,004	0	0	0	0	0

Аналіз табл. 5.1 і табл. 5.2 показує, що втрати точності Δ_R координат судна, одержаних методом застосування ортогонального розкладання менше втрати точності Δ_G координат, розрахованих методом найменших квадратів.

5.2. Аналіз статистичних даних, одержаних в натурних спостереженнях під час рейса судна.

З метою перевірки можливості застосування альтернативних законів для опису розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів в реальних умовах експлуатації були проведені натурні спостереження, результати яких приведені в роботі [48] і представлені 12 вибірками похибок вимірювання навігаційних параметрів. Для формування початкових вибірок похибок вимірювання навігаційних параметрів проводилися серії вимірювання навігаційних параметрів кількістю більше 100 вимірювань. Вимірювання навігаційних параметрів проводилися на стоянці судна, причому за допомогою РЛС вимірювалися дистанція і пеленг на нерухомий орієнтир, а приймачем супутникової навігаційної системи GPS визначалися широта і довгота судна.

Послідовність вимірювань була наступною: спочатку вимірювалися пеленг і дистанція до орієнтиру, записувалися їх значення, а потім відліки РЛС збивалися. У момент часу вимірювалися пеленг і дистанція до орієнтиру за допомогою приймача супутникової навігаційної системи GPS фіксувалися широта і довгота судна.

З роботи [48] було використано 8 вибірок для перевірки можливості використовування ортогонального розкладання з одним членом як щільність розподілу вірогідності похибок вимірювання. Характеристики кожної з восьми вибірок приведені в табл. 5.3.

Таблиця 5.3.

Характеристики вибірок

№	Навігаційний параметр	Число вимірюв.	Середнє знач.	Дисперсія D	с. к. в. σ
1	пеленг	210	217,41˚	0,222	28,3'
2	дистанція	210	0.3378 мор.миль	19,7	4,44 м
3	широта	210	28˚49' S	47,13	6,87 м
4	довгота	210	32˚02' E	44,4	6,67 м
5	пеленг	250	122,21˚	0,246	29,76'
6	дистанція	250	0.1206 мор.миль	5,68	2,38 м
7	широта	250	14˚41' N	38,11	6,17 м
8	довгота	250	17˚25' W	39,84	6,31 м

Приведемо результати аналізу першої вибірки похибок вимірювання пеленга, число членів якої розділяємо на 20 розрядів, причому довжина кожного розряду рівна половині значення с.к.в. σ (σ=28,3'). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок приведені в табл. 5.4.

Таблиця 5.4.

Статистичний ряд і перша вибірка похибки вимірювання пеленга

Розряд	1-3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-20
N	0	1	1	3	6	16	33	50	46	29	14	6	3	1	1	0

Вибірка

-88,3, -80,2, -65,5, -58,6, -62,3, -43,1, -44, -43, -55, -56,4, -42,7, -39,6, -34,3, -30,9, -31,8, -28,7, -37,5, -41,7, -35,0, -31,9, -39,5, -37,0, -35,8, -35,8, -31,3, -42,0, -19,1, -14,7, -16,1, -23,9, -21,3, -20,5, -25,8, -15,3,

-23,7, -18,2, -16, -23,2, -23,5, -22,2, -16,3, -15,6, -24,3, -21,7, -20, -17, -18,9, -15,5, -25,5, -16,2, -24,6, -20,8, -16,8, -22,6, -25,3, -15, -21,

-8,85, -13,0, -7,55, -7,15, -14,1, -6,85, -9,85, -13,1, -9,55, -6,75, -8,05, -3,45, -6,15, -8,05, -11,2, -6,15, -0,15, -13,8, -4,35, -11,2, -1,45, -6,95,

-12,5, -2,05, -3,15, -11,5, -12,6, -5,35, -2,15, -12,3, -7,25, -14,0, -7,55, -12,9, -3,25, -1,85, -12,3, -7,05, -3,95, -4,55, -13,2, -8,45, -5,45, -11,3, -4,85, -7,95, -13,8, -3,15, 2,3, 5,5, 2,5, 11,9, 6,7, 13,6, 6,4, 6,4, 12,9, 8,4, 4,8, 12,2, 3,4, 9,8, 13,7, 5,9, 7,1, 6,3, 2,5, 5,8, 3,6, 1,6, 7,7,

7,7, 4,2, 8,8, 12,7, 3,1, 1,5, 8,2, 5, 11,3, 6, 3,8, 10,7, 6,5, 11,2, 2,4,

0,5, 6,6, 13,8, 14, 1,5, 11,9, 6,9, 5,1, 0, 10,5, 25,45, 23,35, 21,65,

16,15, 25,85, 21,05, 25,05, 22,05, 25,75, 14,55, 27,15, 27,15, 24,95, 14,65, 20,75, 25,25, 26,95, 17,85, 24,75, 22,75, 28,15, 24,85, 17,85, 23,95, 18,85, 15,25, 18,75, 27,65, 26,95, 21,85, 27,95, 39,6, 39,9, 41, 30,6, 37,6, 30,9, 31, 37,9, 41,6, 29,1, 38, 33,1, 34,8, 40,9, 41,5, 47,75, 52,65, 55,15, 51,65, 42,55, 48,55, 58, 67,3, 67,4, 74,35, 85.

Гістограма першої вибірки і крива ортогонального розкладання щільності представлені на рис. 5.1.

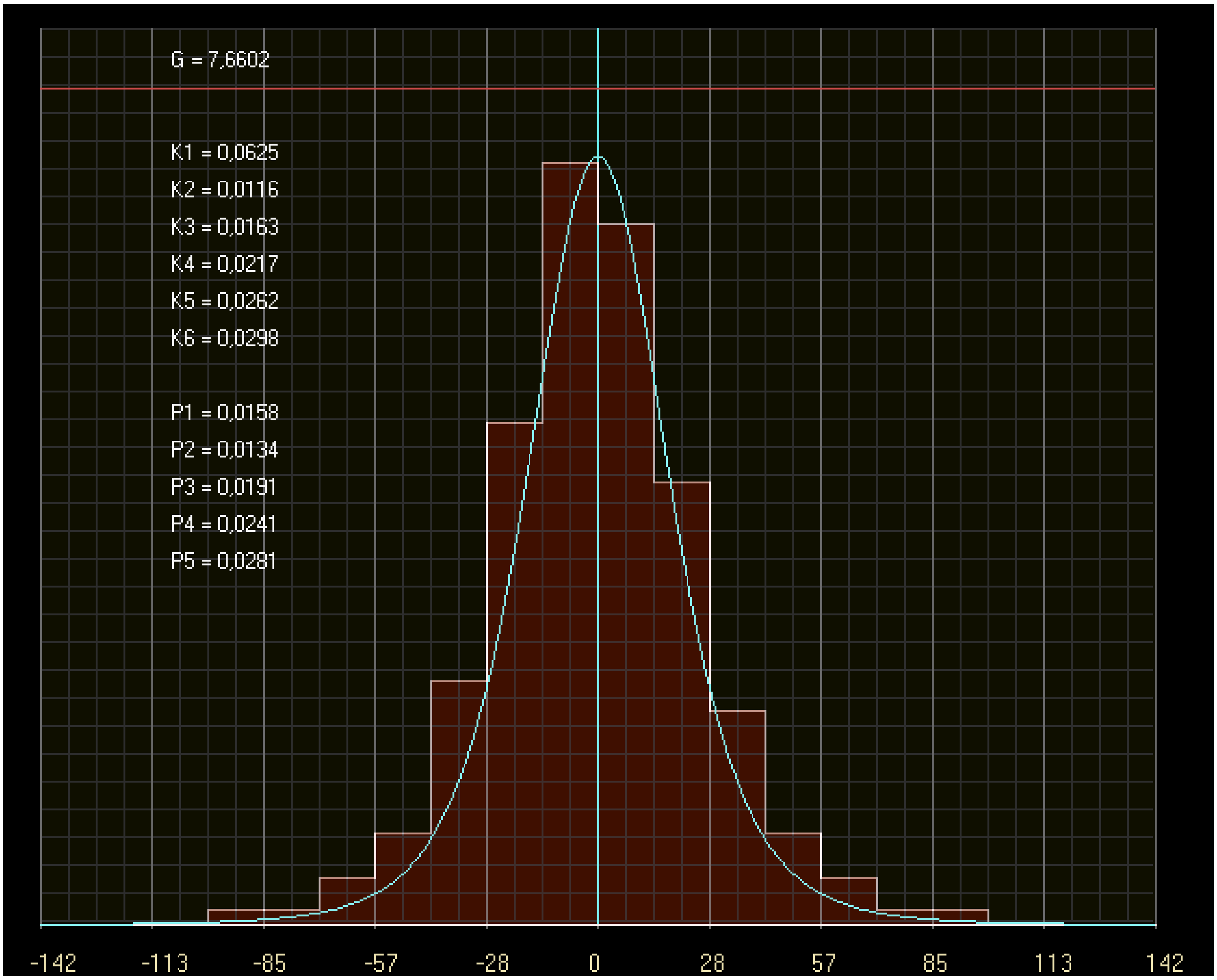


Рис. 5.1. Гістограма першої вибірки

Стандартною процедурою [109] розраховувалися дисперсія і четвертий центральний момент похибки кожної вибірки. Потім по кожній вибірці будується гістограма і проводиться перевірка статистичних гіпотез [109], в процесі якої визначається ступінь згоди статистичного матеріалу вибірки з ортогональним розкладанням щільності розподілу вірогідності похибок вимірювання з одним членом, яке має наступний вигляд:

$$f(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2)[1 + (\mu_4 - 3)(y^4 - 6y^2 + 3)/24], \qquad (5.10)$$

де $y = x/\sigma$, σ^2 і μ_4 - відповідно дисперсія і четвертий центральний момент початкової вибірки.

Друга вибірка похибок вимірювання дистанції розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівній половині значення σ (σ=4,44 м). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок дистанції приведені в табл. 5.5.

Таблиця 5.5.

Статистичний ряд і друга вибірка похибки вимірювання дистанції

Розряд	1-3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-20
N	0	1	1	3	7	17	29	44	48	33	15	7	3	1	1	0
Вибірка																
-14,9, -11,6, -10,9, -10,2, -9,2, -6,88, -6,98, -8,48, -8,48, -8,58, -7,48, -6,78, -6,56, -5,56, -6,66, -6,06, -5,96, -6,56, -5,36, -4,86, -5,96, 5,16, -5,76, -4,56, -5,96, -5,16, -5,56, -5,06, -2,44, -2,84, -3,24, -2,84, -2,94, -2,34, -2,64, -3,84, -4,34, -2,44, -3,94, -4,04, -4,24, -3,84, -3,24, -3,64, -2,34, -2,84, -3,04, -2,94, -3,24, -4,14, -3,44, -4,04, -3,84, -4,04, -3,84, -2,44, -3,14, -4,24, -4,24, -0,32, -0,62, -2,22, -1,02, -1,72, -1,92, -1,72, 0,82, -0,42, -1,72, -2,12, -1,02, -0,42, -2,12, -1,12, -0,72, -0,12, -2,02, -0,42, -1,82, -0,12, -0,72, -1,52, -0,72, -1,12, -0,42, -0,92, -1,22, -1,92, -1,62, -0,62, -1,52, -1,22, -0,12, -1,02, -1,42, -0,32, -0,12, -1,32, -1,02, -1,42, -1,42, -0,52, -0,62, -0,92, -0,82, 0, 1,6, 1,8, 2,1, 0,8, 2, 1,4, 2, 2, 0,1, 1, 0,6, 1,9, 0, 0,7, 1,1, 0,3, 1, 1,4, 0,2, 0,6, 0,2, 0,3, 1,5, 0, 1,8, 1, 1,4, 1,9, 1,2, 1,9, 0,4, 0, 0,3, 1,5, 1,2, 2,1, 1,2, 1,6, 1,7, 0, 1,5, 1,7, 0, 0,2, 2, 4,22, 3,12, 4,22, 3,52, 4,32, 2,72, 4,32, 3,42, 4,12, 2,82, 2,32, 3,92, 3,22, 2,42, 3,22, 3,82, 3,62, 2,22, 2,32, 2,42, 3,52, 3,32, 2,42, 2,72, 3,02, 2,52, 2,82, 4,02, 2,52, 3,22, 4,32, 4,74, 4,74, 6,24, 6,34, 5,54, 5,94, 6,54, 4,84, 6,14, 4,74, 4,54, 5,24, 4,64, 6,44, 4,54, 4,74, 8,76, 8,36, 6,86, 8,16, 7,66, 7,26, 6,76, 9,08, 10,18, 9,08, 11,4, 13,32.																

Гістограма другої вибірки і крива ортогонального розкладання щільності розподілу представлені на рис. 5.2.

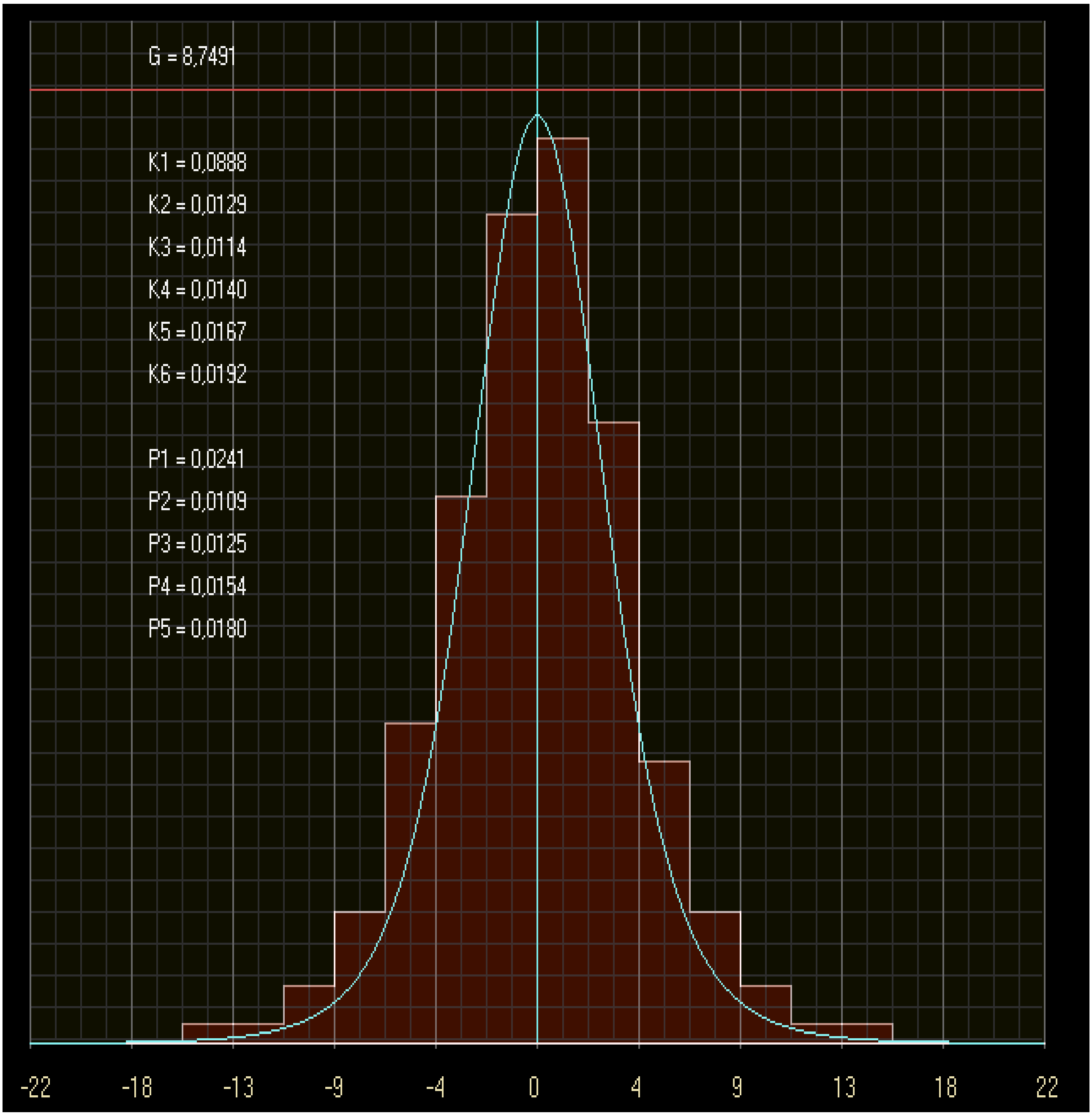


Рис. 5.2. Гістограма другої вибірки

У третій вибірці представлені похибки визначення широти GPS приймачем. Вибірка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівній половині значення σ (σ=6,87 м), причому значення похибок перекладені з дугових хвилин в метри.

Статистичний ряд і третя вибірка випадкових похибок визначення широти приймачем супутникової системи приведені в табл. 5.6.

Таблиця 5.6.

Статистичний ряд і третя вибірка похибки широти

Раз-ряд	1-3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-20
N	0	0	1	3	8	19	34	45	41	30	17	8	3	1	0	0
Вибірка																
-17,8, -14,4, -15,4, -17,0, -12,1, -11,1, -12,4, -12,7, -12,0, -11,6, -10,7, -12,4, -9,70, -9,60, -9,40, -9,00, -7,20, -8,40, -7,80, -8,80, -7,30, -9,40, -10,3, -7,40, -10,2, -7,10, -10,2, -8,20, -10,1, -7,80, -4,97, -4,77, -6,57, -6,87, -5,17, -5,47, -6,27, -3,77, -4,17, -5,47, -5,87, -6,67, -4,87, -5,97, -5,57, -5,67, -6,77, -5,87, -3,77, -4,47, -3,57, -5,07, -3,87, -3,57, -4,47, -4,77, -6,27, -3,77, -4,67, -4,17, -4,77, -5,97, -0,53, -2,03, -1,13, -1,13, -0,83, -0,83, -0,83, -2,33, -3,43, -0,83, -2,83, -1,23, -1,13, -0,23, -1,43, -2,13, -0,53, -3,43, -2,93, -1,43, -0,13, -2,53, -3,23, -1,13, -2,73, -1,43, -0,53, -1,43, -1,43, -2,13, -0,53, -1,53, -0,83, -0,43, -0,63, -3,23, -3,33, -0,23, -3,23, -0,43, -2,93, -0,43, -2,73, 2,1, 2, 1,6, 1, 2,8, 3,1, 1,2, 1,3, 2,4, 2,3, 0,7, 1,8, 3,2, 2,3, 1, 1, 0,6, 0,6, 2,8, 1,3, 1,8, 0,9, 2,6, 0,7, 1,4, 3, 2,2, 0,2, 1, 3, 3, 1,3, 2,1, 0,1, 0,6, 2,4, 1,6, 1,3, 1,1, 2,5, 1,8, 2,8, 2,6, 5,335, 3,435, 6,035, 6,535, 5,635, 4,435, 3,435, 6,435, 4,835, 4,34, 5,35, 6,035, 6,535, 6,735, 5,735, 5,135, 6,135, 6,435, 4,635, 5,035, 5,135, 6,135, 6,735, 6,035, 5,635, 4,435, 5,335, 6,635, 5,835, 5,035, 6,235, 3,835, 8,97, 9,67, 8,97, 7,47, 6,87, 7,07, 9,97, 9,07, 9,87, 7,17, 9,97, 9,17, 8,17, 9,67, 8,67, 9,57, 8,77, 9,47, 11,20, 13,40, 11,40, 12,70, 12,50, 11,10, 12,20, 11,70, 15,84, 14,74, 14,34, 20,27.																

Гістограма третьої вибірки і крива ортогонального розкладання щільності розподілу представлені на рис. 5.3.

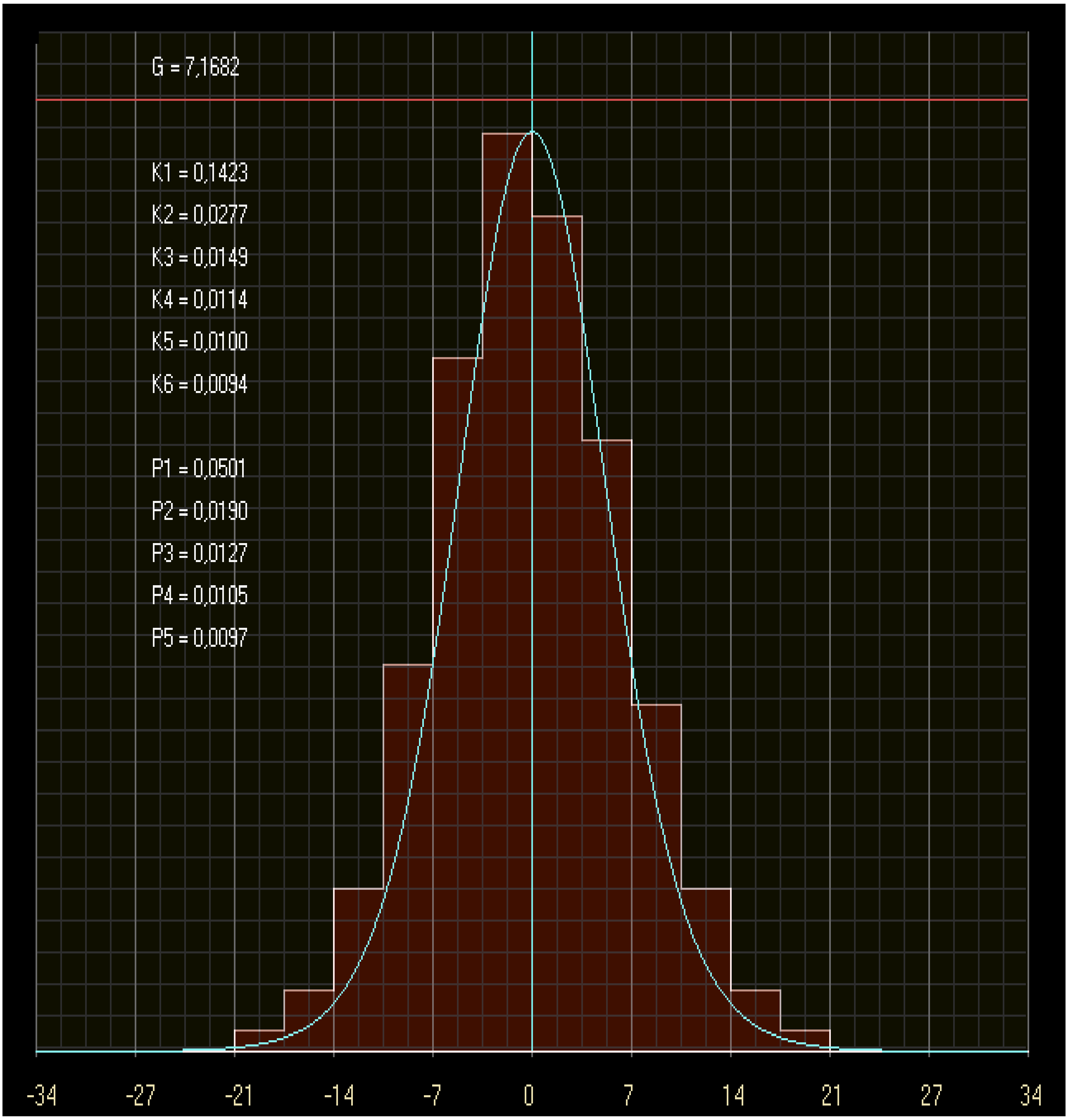


Рис. 5.3. Гістограма третьої вибірки

Четверта вибірка похибок вимірювання довготи розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівній половині значення с. к. в. σ (σ=6,67 м). Статистичний ряд і четверта вибірка випадкових похибок дистанції приведені в табл. 5.7.

Таблиця 5.7.

Статистичний ряд і четверта вибірка похибки вимірювання довготи

<table>
<tr><td>Раз-ряд</td><td>1-3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18-20</td></tr>
<tr><td>N</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>12</td><td>30</td><td>56</td><td>60</td><td>26</td><td>10</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="17">Вибірка</td></tr>
<tr><td colspan="17">-20,4, -19,6, -15,3, -13,5, -11,4, -11,4, -11,7, -12,2, -7,00, -8,70, -9,90, -9,80, -8,00, -8,10, -8,90, -6,80, -7,70, -7,90, -9,90, -3,87, -5,17, -6,07, -6,37, -5,17, -4,97, -3,97, -6,17, -3,67, -5,37, -3,67, -6,07, -4,07, -3,97,
-6,07, -6,37, -4,17, -6,27, -4,97, -6,27, -5,77, -5,37, -4,17, -6,37, -5,57, -6,17, -4,27, -3,77, -2,53, -1,33, -2,63, -1,73, -2,53, -2,73, -1,53, -0,33, -2,33, -1,73, -0,43, -2,43, -0,43, -0,93, -1,43, -2,23, -0,93, -3,13, -3,03, -2,83, -2,23, -1,73, -3,13, -2,63, -1,73, -1,03, -3,33, -0,33, -2,83, -2,93, -0,93, -0,23, -2,63, -1,33, -1,43, -1,23, -0,73, -0,33, -1,93, -1,53, -0,93, -3,13, -0,43, -2,03, -0,13, -1,83, -0,83, -2,83, -1,13, -2,73, -0,93, -2,03, -3,33, -1,73, -2,53, -1,43, -0,73, -2,13,
2,4, 2,9, 1,8, 2,7, 1,6, 2,6, 0,2, 0,1, 1,5, 1,1, 1,8, 0,5, 0,1, 2,1, 2,2, 1,1, 0,1, 1,9, 2,3, 0,7, 1,2, 1,7, 2,2, 2,7, 0,5, 0,4, 0, 2,5, 0, 0,4, 2,3, 1,4, 0,4, 1, 3,1, 2,2, 1,1, 1, 0,6, 1,1, 1,8, 2,6, 1,5, 0,3, 1,7, 3, 2,5, 2,8, 0,1, 2,8, 2,9, 2,9, 1,9, 2,9, 0, 2, 1,1,
0, 5,035, 5,535, 3,535, 6,335, 4,835, 4,935, 6,535, 4,635, 3,935, 4,735, 6,435, 3,535, 4,035, 6,035, 5,935, 5,335, 5,035, 5,935, 5,735, 4,435, 4,435, 5,735, 3,935, 3,635, 6,335, 5,135, 6,435, 4,435, 6,87, 7,37, 8,17, 6,87, 8,97, 7,87, 6,67, 7,37, 6,67, 8,67, 8,57, 10,90, 12,10, 10,50, 10,80, 14,04, 16,44, 19,87, 20,11.</td></tr>
</table>

На рис. 5.4 показані гістограма четвертої вибірки і крива ортогонального розкладання щільності розподілу.

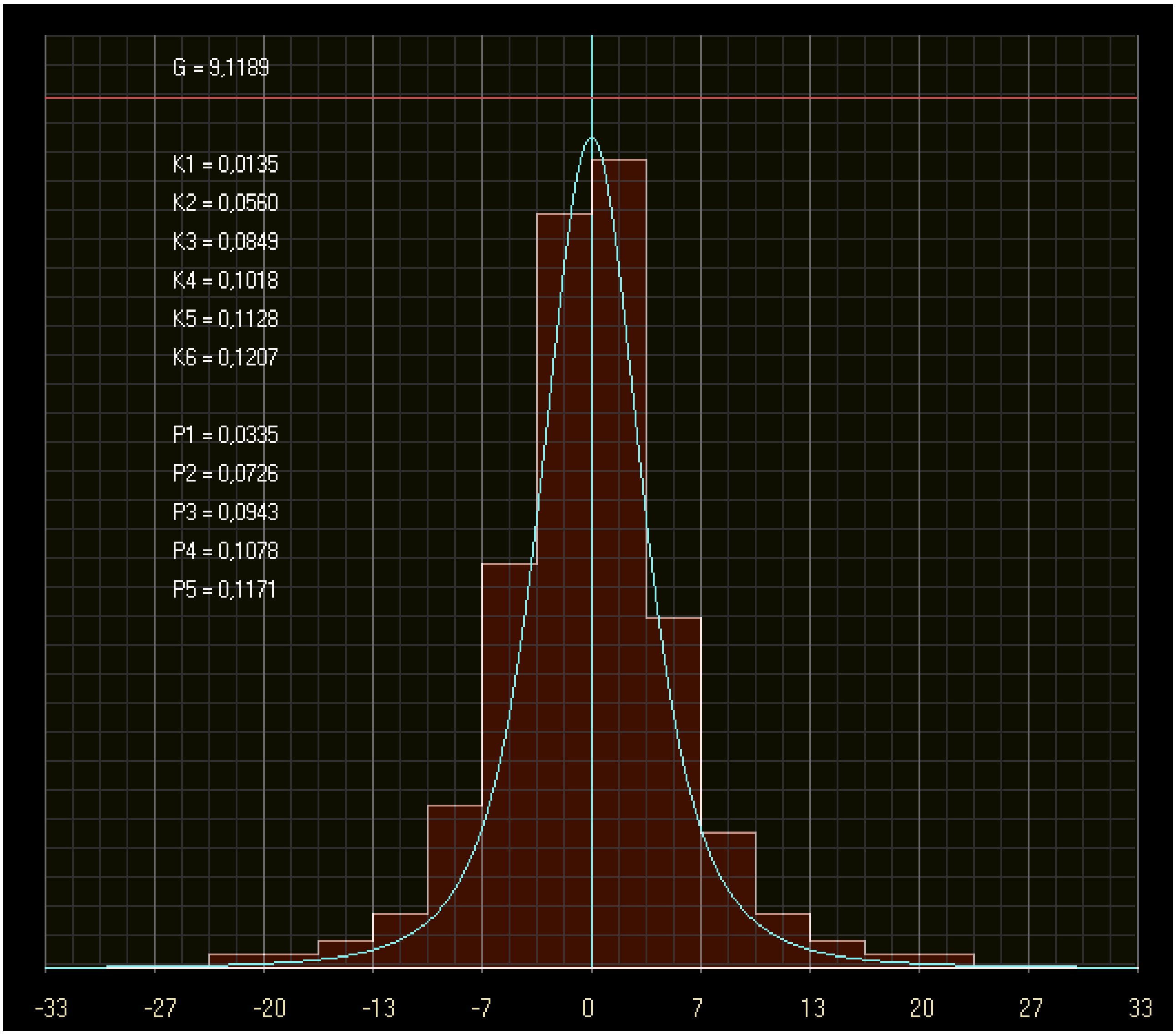


Рис. 5.4. Гістограма четвертої вибірки

Чергові чотири вибірки випадкових похибок вимірювання пеленга, дистанції, широти і довготи одержані в порту Дакар. Вимірювання вказаних навігаційних параметрів проводилася протягом двох діб, і кожна вибірка складається з 250 членів.

Приведемо результати аналізу п'ятої вибірки похибок вимірювання пеленга, число членів якої розділяємо на 20 розрядів, причому довжина кожного розряду рівна половині значення с.к.в. σ (σ=29,76'). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок приведені в табл. 5.8.

Таблиця 5.8.

Статистичний ряд і п'ята вибірка похибки вимірювання пеленга

Раз-ряд	1-3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-20
N	0	1	1	4	9	21	35	55	51	39	19	9	4	1	1	0

Вибірка

-98,6, -82,8, -63,6, -69,4, -72,1, -73,1, -53,7, -46,0, -50,2, -46,9, -48,2, -57,6, -57,1, -58,6, -53,2, -31,6, -42,8, -42,2, -37,8, -32,2, -33,9, -44,5, -31,0, -33,5, -36,5, -37,7, -40,4, -30,6, -41,4, -37,2, -31,9, -36,4, -32,0, -35,5, -39,1, -24,3, -23,9, -23,7, -20,1, -25,9, -29,0, -22,0, -15,6, -21,3, -26,6, -24,4, -25,7, -16,5, -19,1, -26,0, -17,0, -27,8, -24,6, -29,7, -21,0, -16,4, -16,4, -15,5, -28,4, -22,7, -27,3, -28,7, -19,6, -16,4, -19,3, -21,1, -23,1, -29,2, -25,2, -26,0, -26,2, -20,1, -9,18, -9,28, -12,2, -4,88, -2,38, -1,78, -14,0, -8,48, -14,4, -10,3, -3,58, -9,08, -0,68, -7,88, -6,98, -4,98, -3,38, -12,5, -4,38, -8,48, -11,6, -14,7, -10,7, -1,58, -5,98, -6,78, -8,48, -6,18, -8,78, -13,7, -3,28, -14,6, -4,28, -4,58, -12,2, -0,98, -1,38, -2,48, -13,6, -1,48, -8,38, -14,6, -14,3, -3,28, -5,48, -4,08, -5,78, -10,5, -4,38, -6,58, -0,18, -0,28, -6,38, 1,4, 14,5, 14,7, 1,6, 2,9, 0,7, 8,6, 12,9, 8, 13,4, 5,6, 7,5, 10,3, 6,3, 10,1, 6,1, 1,4, 2,7, 4,2, 2,8, 8, 11,7, 11,1, 1,4, 3,9, 10,7, 1,2, 9, 9,1, 8,3, 1,7, 8,2, 12,4, 8,9, 2,9, 10, 9,7, 4,6, 13,1, 6,9, 7,2, 3,7, 12,5, 9,3, 8,3, 2,8, 0,9, 7,5, 3,8, 10,3, 1,7, 6,4, 7,1, 20,88, 16,38, 25,68, 26,68, 26,18, 20,98, 26,48, 25,58, 26,88, 24,58, 23,98, 20,98, 22,08, 16,38, 24,28, 22,08, 22,08, 25,58, 24,58, 29,38, 22,08, 23,38, 19,58, 20,88, 22,18, 15,88,

21,78, 24,08, 21,58, 22,98, 17,78, 27,98, 22,98, 29,18, 22,58, 18,08, 24,38, 41,06, 43,56, 33,26, 42,86, 33,16, 35,16, 40,36, 37,06, 42,96, 33,06, 40,76, 31,26, 39,06, 37,06, 33,76, 33,96, 41,96, 33,06, 34,66, 31,36, 52,04, 55,34, 47,34, 57,04, 48,74, 50,84, 48,44, 46,34, 56,44, 61,32, 69,22, 64,02, 69,32, 76,3, 96,38.

Гістограма п'ятої вибірки як і крива ортогонального розкладання щільності розподілу представлені на рис. 5.5.

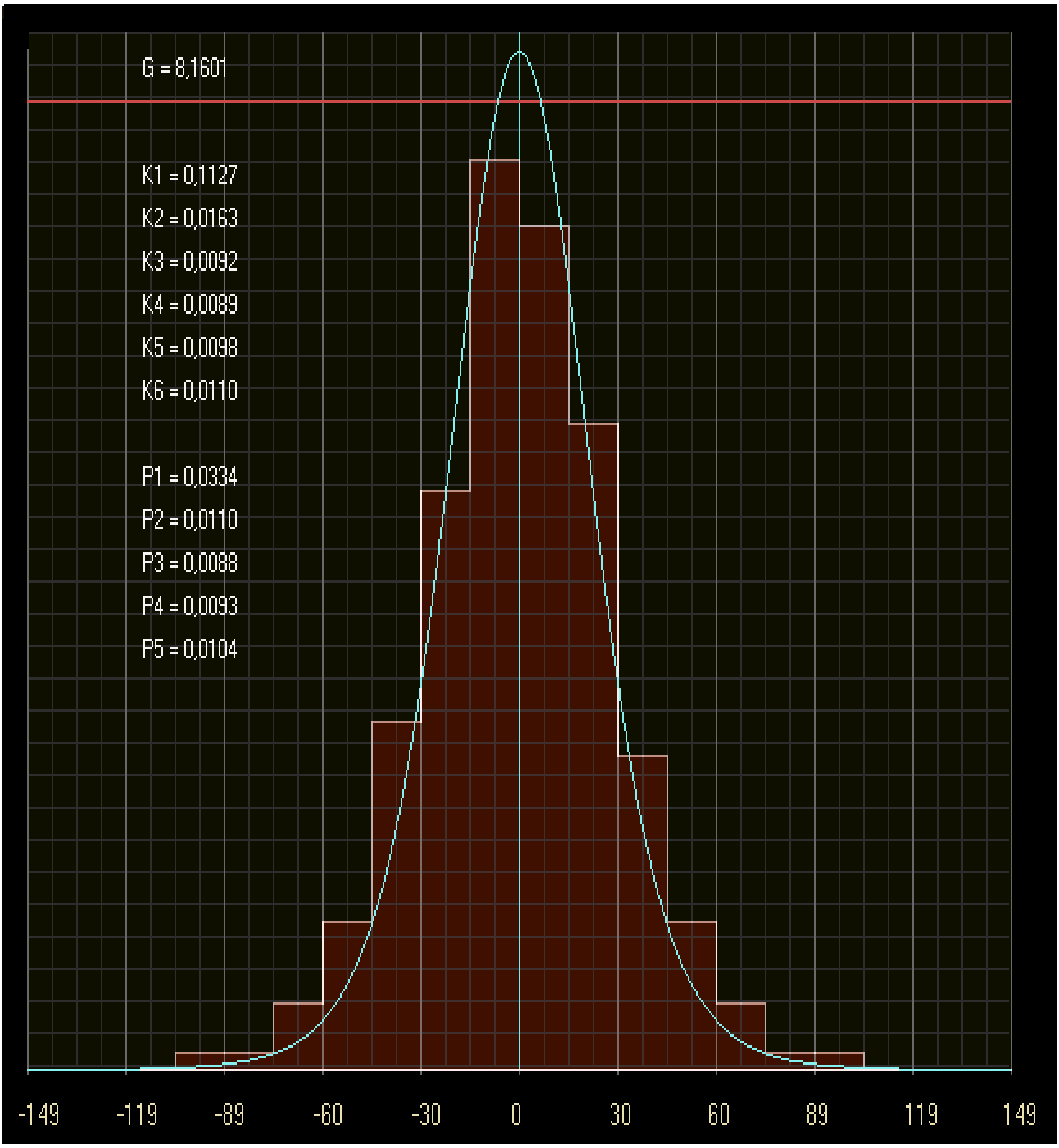


Рис. 5.5. Гістограма п'ятої вибірки

Шоста вибірка похибок вимірювання дистанції розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівній половині значення σ (σ=2,38 м). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок дистанції приведені в табл. 5.9.

Таблиця 5.9.

Статистичний ряд і шоста вибірка похибки вимірювання дистанції

<table>
<tr><td>Роз-ряд</td><td>1-3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18-20</td></tr>
<tr><td>N</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>21</td><td>39</td><td>55</td><td>51</td><td>35</td><td>19</td><td>9</td><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="17">Вибірка</td></tr>
<tr><td colspan="17">-7,43, -6,34, -5,15, -4,95, -4,95, -5,35, -4,56, -4,06, -3,66, -4,56, -4,36, -4,06, -4,66, -3,96, -3,86, -3,27, -3,07, -2,67, -3,17, -2,97, -3,47, -3,57, -3,47, -3,07, -2,97, -2,57, -2,47, -2,67, -2,77, -3,57, -2,47, -2,87, -2,87, -3,07, -3,07, -2,18, -1,98, -1,28, -2,08, -1,68, -1,38, -2,18, -1,38, -1,58, -1,68, -1,88, -2,38, -1,98, -2,28, -1,48, -2,28, -1,88, -2,08, -1,88, -1,38, -1,88, -2,08, -2,38, -2,38, -2,28, -2,18, -2,18, -1,88, -1,98, -1,48, -1,98, -2,08, -1,88, -2,28, -1,98, -1,88, -1,68, -0,49, -1,19, -0,99, -0,39, -0,69, -0,08, -1,19, -0,89, -0,49, -0,19, -0,19, -0,19, -0,79, -0,89, -0,79, -0,19, -0,19, -0,99, -1,09, -0,19, -0,99, -0,08, -0,08, -1,19, -0,19, -0,99, -0,19, -0,49, -0,79, -0,99, -1,19, -0,29, -1,19, -0,08, -0,39, -1,09, -0,89, -0,39, -0,19, -0,99, -0,89, -0,79, -0,79, -1,19, -0,08, -1,09, -0,99, -0,19, -0,39, -0,19, -0,79, -0,59, -0,59, 0,2, 0,4, 0,6, 0,6, 0,5, 0,1, 0,6, 0,4, 0,2, 0,8, 0,8, 0,9, 0,1, 0,8, 0,1, 0,3, 0,4, 1,1, 0,6, 1,1, 0,4, 0,4, 1,1, 0,7, 0,3, 0,1, 0,4, 0, 0,7, 0,5, 0,2, 0,4, 0,6, 0,1, 0,2, 1,1, 0,1, 0,2, 0, 0,5, 0,4, 0,9, 1,1, 0,1, 1,1, 1,1, 0,2, 0,4, 0,1, 1,1, 0,8, 0,5, 0,4, 1,99, 2,09, 2,19, 1,39, 2,09, 2,29, 2,19, 1,39, 2,19, 1,79, 1,79, 1,99, 1,19, 1,79, 1,89, 2,09, 1,49, 1,19, 2,29, 1,59, 1,89, 2,09, 1,59, 2,29, 2,29, 1,69, 2,09, 1,69, 1,59, 2,19, 1,59, 1,89, 1,89, 1,99, 1,69, 2,29, 2,19, 2,38, 2,58, 2,78, 3,18, 2,98, 3,08, 2,38, 2,68, 2,68, 2,68, 3,48, 3,48, 2,98, 2,98, 3,48, 3,08, 2,58, 2,98, 3,28, 2,38, 4,27, 4,17, 4,07, 4,57, 3,57, 3,87, 3,67, 3,97, 3,57, 5,06, 5,56, 5,66, 5,76, 6,65, 7,24.</td></tr>
</table>

На рис. 5.6 представлені гістограма шостої вибірки і крива ортогонального розкладання щільності розподілу.

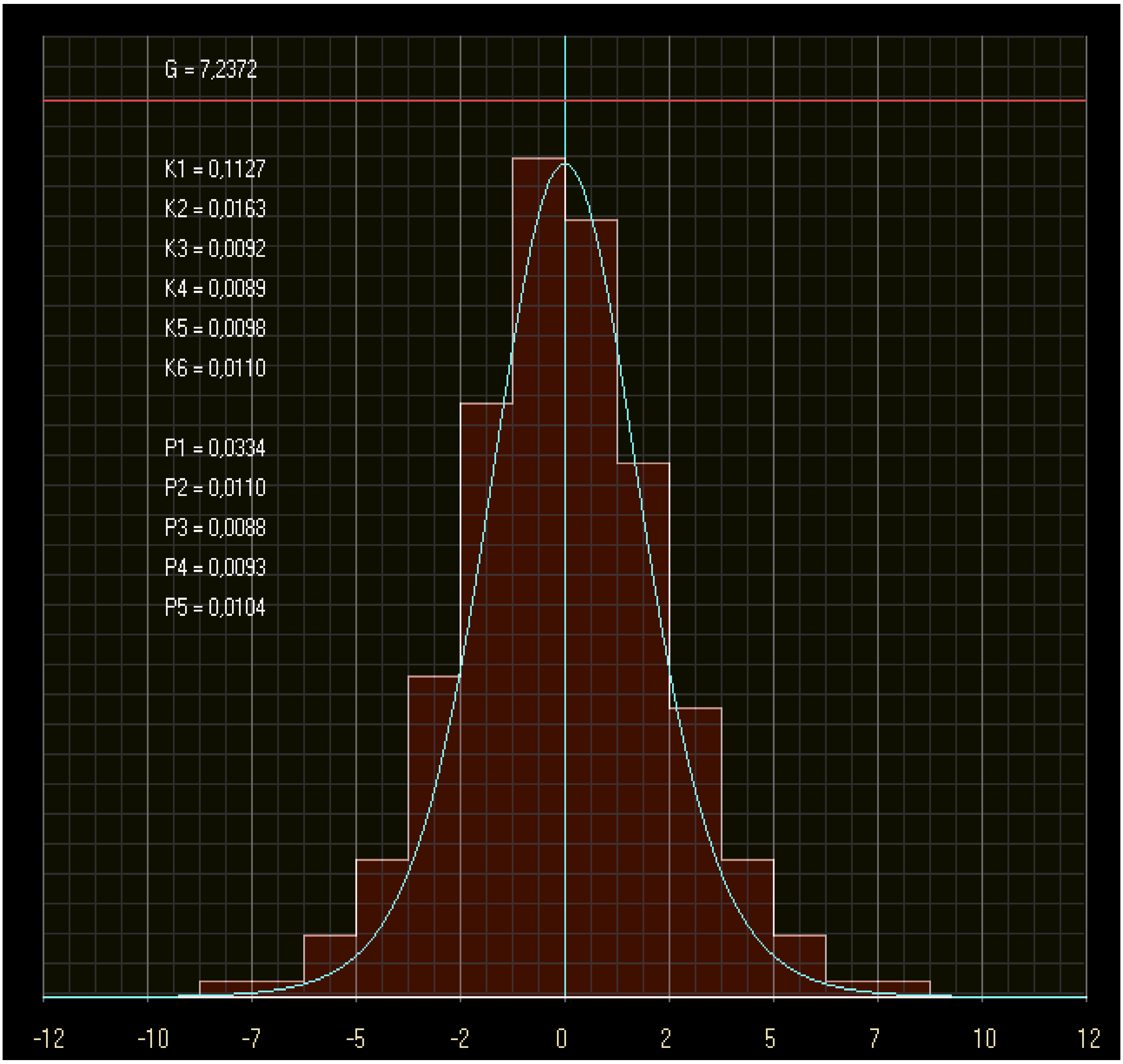


Рис. 5.6. Гістограма шостої вибірки

У сьомій вибірці представлені похибки визначення широти GPS приймачем. Вибірка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівній половині значення σ (σ=6,17 м), причому значення похибок перекладені з дугових хвилин в метри.

Статистичний ряд і сьома вибірка випадкових похибок широти приведені в табл. 5.10.

Таблиця 5.10.

Статистичний ряд і сьома вибірка похибки широти

<table>
<tr><td>Раз-ряд</td><td>1-3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18-20</td></tr>
<tr><td>N</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>14</td><td>32</td><td>67</td><td>71</td><td>36</td><td>12</td><td>5</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="17">Вибірка</td></tr>
<tr><td colspan="17">-19,7, -17,3, -14,8, -12,5, -11,0, -11,2, -10,1, -10,7, -11,7, -6,65, -7,05, -8,45, -8,55, -7,25, -6,35, -9,25, -8,15, -7,65, -8,85, -7,35, -8,15, -6,65, -3,97, -5,87,</td></tr>
<tr><td colspan="17">-3,97, -4,87, -3,37, -3,67, -4,17, -5,17, -4,47, -4,27, -4,67,
-5,77, -4,27, -3,17, -4,67, -6,17, -5,67, -6,17, -3,57, -5,67, -4,07, -4,57, -4,37, -5,07, -3,87, -5,17, -4,77, -4,07, -5,97, -6,07, -3,27, -3,87, -4,67, -3,57, -2,08, 2,58, -1,38, -1,68, -2,68, -1,08, -2,18, -0,18, -2,58, -1,58, -2,78, -2,68, -0,38, -0,48, -2,68, -3,08, -0,98, -2,08, -0,48, -2,98, -2,88, -2,88, -2,78, -1,68, -1,18, -1,58, -0,28, -3,08, -0,08, -2,48, -1,18, -1,18, -0,68, -1,08, -2,98, -3,08, -0,78, -3,08, -2,58, -2,98, -1,28, -1,38, -2,38, -1,28, -1,98, -1,78, -0,38, -1,88, -0,88, -0,28, -0,58, -2,18, -0,88, -1,18, -2,98, -0,28, -2,08, -0,48, -0,88, -2,78, -2,58, -2,38, -2,18, -1,38, -1,98, -0,48, -2,28, -2,98, -2,18, 1,5, 2,4, 1,2, 0,8, 1,1, 0, 2,5, 0,4, 2,6, 3,0,
2,9, 0,2, 2,6, 0,5, 1,5, 1,4, 2,9, 0,9, 2,2, 2,1, 1,2, 3, 0,5, 1,7, 1,5, 2,6, 2,3, 1,4, 0,4, 0, 2,8, 1,1, 1,4, 1,5, 0,2, 1,1, 2,6, 2,8, 1,6, 2,1, 2,6, 0,1, 1,7, 3, 1,3, 1,1, 1,7, 0,2, 0,5, 1, 1,4, 0,9, 2,4, 2, 0,8, 1,8, 1,1, 2,6, 0,9, 1,8, 0,8, 0, 2,1, 0,9, 0,9, 0,9, 2, 1,5, 2,5, 5,685, 5,185, 5,585, 5,685, 3,185, 3,385, 4,985, 4,485, 5,985, 3,985, 3,385, 4,785, 3,885, 3,685, 4,485, 4,685, 3,485, 5,685, 6,085, 5,585, 3,085, 4,185, 3,985, 4,485, 5,985, 3,885, 4,385, 4,885, 5,985, 3,685, 6,085, 6,085, 3,785, 4,885, 8,07, 8,97, 6,17, 7,77, 7,47, 9,17, 7,17, 6,67, 9,17, 7,67, 8,97, 7,67, 8,87, 9,255, 9,955, 10,65, 11,45, 10,55, 13,24, 12,54, 16,02, 19,11.</td></tr>
</table>

Гістограма сьомої вибірки і крива ортогонального розкладання щільності розподілу представлені на рис. 5.7.

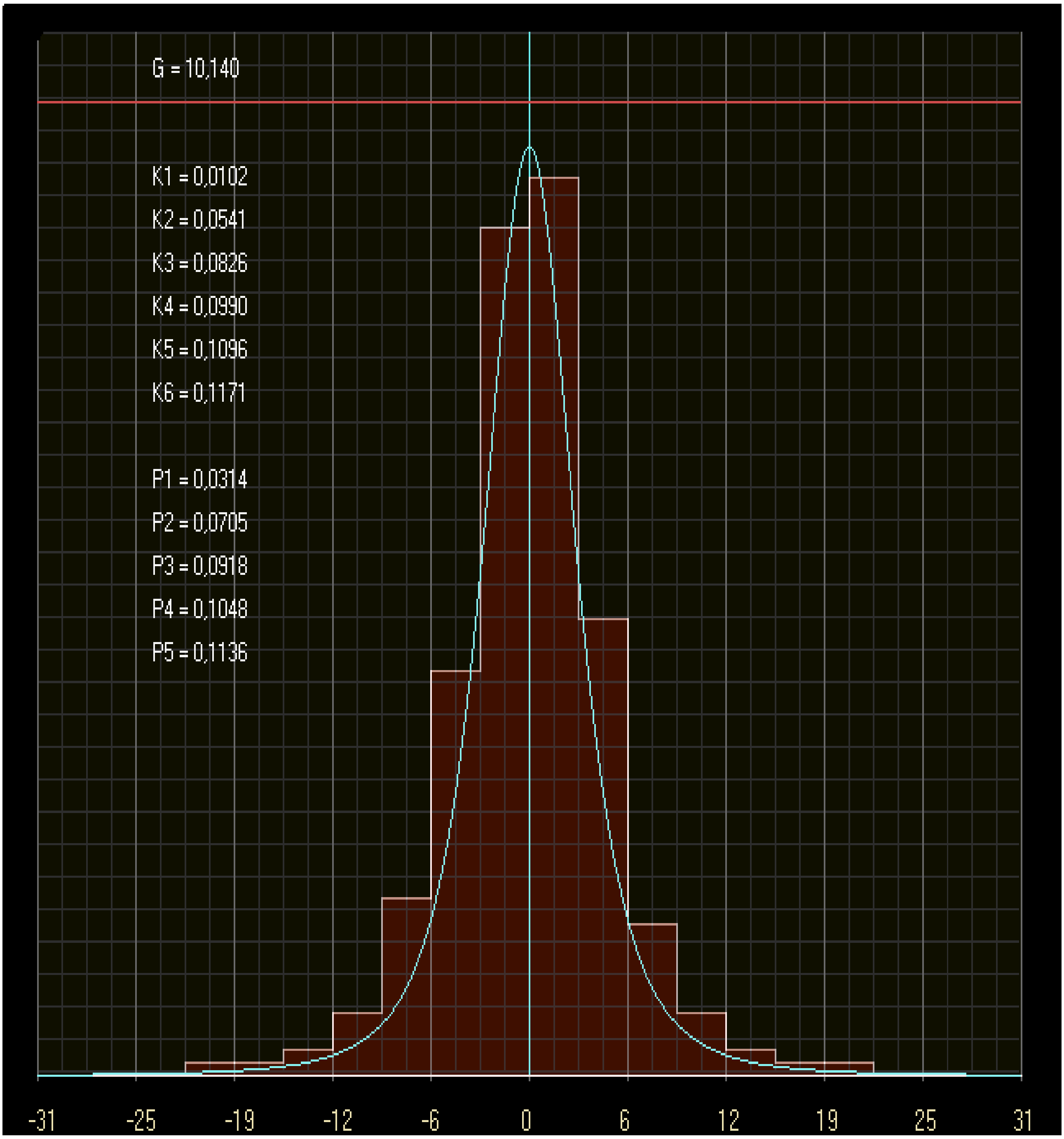


Рис. 5.7. Гістограма сьомої вибірки

Восьма вибірка похибок вимірювання довготи розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду рівній половині значення с. к. в. σ (σ=6,31 м). Статистичний ряд і восьма вибірка випадкових похибок дистанції приведені в табл. 5.11.

Таблиця 5.11.

Статистичний ряд і восьма вибірка похибки вимірювання довготи

<table>
<tr><td>Раз-ряд</td><td>1-3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18-20</td></tr>
<tr><td>N</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>7</td><td>17</td><td>38</td><td>63</td><td>59</td><td>34</td><td>15</td><td>7</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="17">Вибірка</td></tr>
<tr><td colspan="17">-19,2, -17,0, -12,7, -13,8, -14,9, -10,0, -9,82, -12,6, -10,2, -10,2, -12,4, -11,2, -7,26, -7,76, -8,86, -7,56, -8,66, -9,26, -7,86, -7,26, -9,26, -7,46, -6,56, -6,76, -7,56, -7,76, -6,36, -9,16, -5,11, -4,61, -6,01, -3,21, -4,71, -5,11, -3,81, -6,01, -5,51, -5,71, -5,61, -5,41, -6,11, -6,01, -4,61, -4,21, -3,71, -3,71, -4,01, -5,41, -3,41, -4,31, -3,81, -3,31, -4,71, -5,81, -6,21, -6,01, -5,61, -6,01, -6,11, -4,81,</td></tr>
<tr><td colspan="17">-3,51, -5,91, -5,61, -4,71, -2,95, -1,05, -1,55, -1,55, -0,65, -1,95, -2,95, -1,25, -1,55, -0,65, -2,95, -0,15, -2,75, -1,05, -0,05, -0,85, -0,15, -0,65, -2,25, -2,55, -2,45, -2,25, -3,15, -0,95, -1,45, -0,75, -0,95, -0,45, -0,85, -0,65, -3,15, -2,35, -1,05, -1,25, -1,55, -0,05, -3,05, -3,15, -0,35, -2,75, -2,35, -1,05, -2,25, -1,65, -1,85, -1,25, -1,55, -0,25, -1,35, -1,75, -0,65, -2,35, -1,85, -1,05, -1,55, -0,85, -1,05, -0,65, -1,15, -0,45, -1,95, 2,4, 0,3, 0, 0,3, 0,8, 1,4, 1,1, 2, 0,9, 3,1, 1,6, 2,6, 2,9, 1,7, 2,5, 1, 0,3, 1,2, 2,3, 2,4, 0,8, 0,4, 1,7, 2,4, 1,5, 0,1, 2,6, 2,8, 2,6, 0,8, 0,9, 0,9, 1,1, 1,2, 1, 0, 1,7, 0,1, 0,7, 2,5, 3,1, 1,9, 2,3, 2,9, 0,2, 2,6, 1,7, 2, 2,5, 3,1, 0,3, 0,8, 2,6, 1,4, 0,6, 1,4, 1,7, 0,2, 0, 2,7, 2,3, 5,055, 3,855, 6,255, 6,155, 3,955, 5,755, 5,455, 3,555, 3,655, 5,755, 3,755, 4,555, 5,955, 4,455, 4,755, 6,255, 5,255, 5,055, 3,555, 4,255, 3,355, 5,755, 4,755, 4,555, 6,055, 3,655, 3,555, 4,055, 6,055, 5,655, 4,455, 5,755, 4,155, 5,855, 6,255, 3,355, 7,61, 6,61, 7,61, 8,01, 8,91, 6,81, 6,41, 8,31, 9,01, 7,71, 9,01, 8,81, 7,51, 6,51, 8,11, 8,01, 12,16, 11,56, 12,16, 10,66, 12,16, 12,46, 9,765, 14,72, 15,12, 13,02, 18,07, 21,03.</td></tr>
</table>

На рис. 5.8 представлена гістограма восьмої вибірки з кривою ортогонального розкладання щільності розподілу.

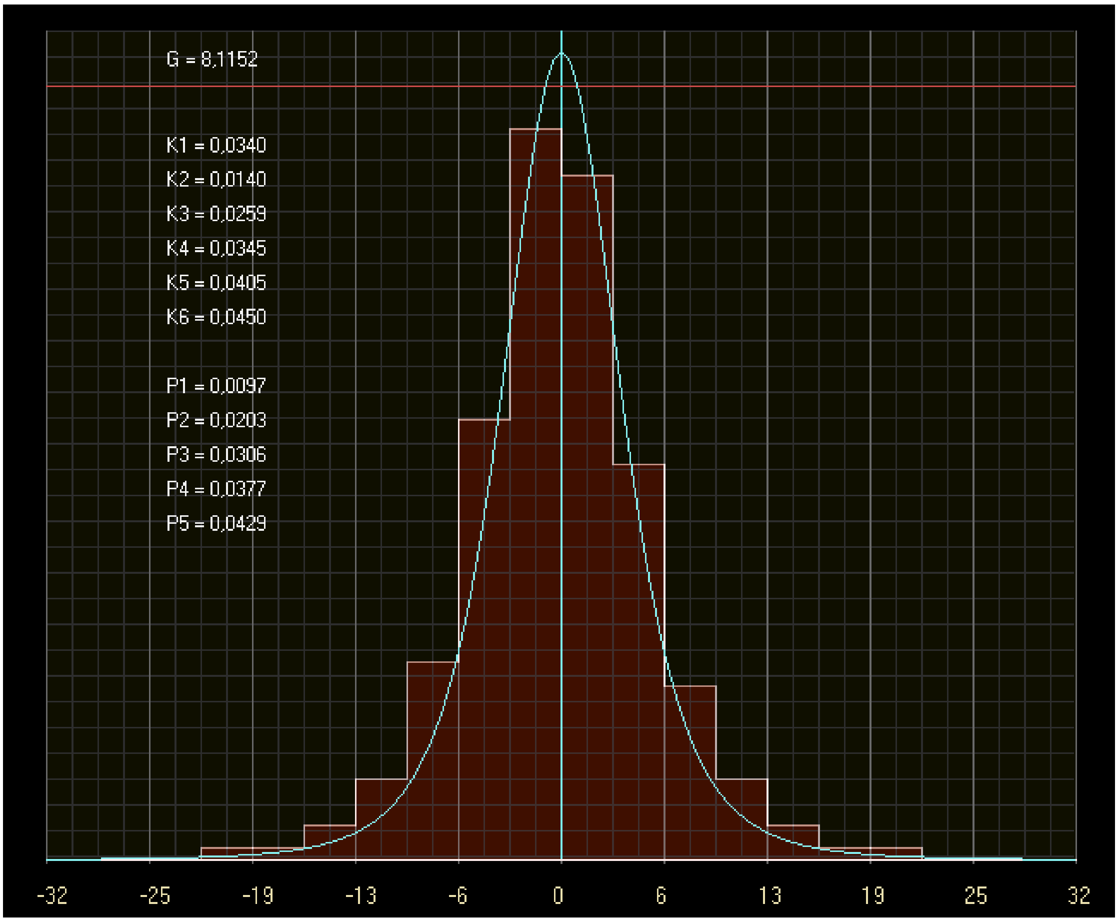


Рис. 5.8. Гістограма восьмої вибірки

Для всіх восьми вибірок був розрахований критерій згоди χ^2 – Пірсона, значення якого приведено в табл. 5.12.

Таблиця 5.12

Підсумкові результати натурних спостережень

N вибірки	Навігаційний параметр	Кількість членів	χ^2	Тривалість спостережень
1	пеленг	210	0,011	1 добу
2	дистанція	210	0,010	1 добу
3	широта	210	0,0097	1 добу
4	довгота	210	0,015	1 добу
5	пеленг	250	0,018	2 діб
6	дистанція	250	0,0091	2 діб

7	широта	250	0,011	2 діб
8	довгота	250	0,008	2 діб

Аналіз табл. 5.12 показує, що набуті значення критерію згоди Пірсона підтверджують правомірність використовування ортогонального розкладання щільності розподілу похибки вимірювання з одним членом.

5.3. Імітаційне моделювання втрати точності координат судна.

Для оцінки втрати точності обсервованих координат, одержаних при надмірних ЛП і розрахованих методом найменших квадратів і методу застосування ортогонального розкладання для розрахунку обсервованих координат судна, проводилося імітаційне комп'ютерне моделювання. Причому розглядалися випадки, коли похибки ліній положення визначалися характеристиками приведених восьми вибірок похибки вимірювання навігаційних параметрів, тобто їх дисперсіями і четвертими центральними моментами.

Імітаційне моделювання проводилося по наступному алгоритму, приведеному в роботі [48]. Спочатку по заданій вибірці генерувалася множина похибок ЛП, що складається з 1000 членів. Розрахунок координат кожної обсервованної точки проводився по 8 лініям положення, причому елементи ЛП (перенесення r_i і напрями градієнтів α_i) задавалися щодо істинного місця судна. Тому перенесення r_i ліній положення рівні їх похибкам ξ_i. При імітаційному моделюванні напрям α_i градієнтів вибиралися рівними 30°, 75°, 120°, 165°, 210°, 255°, 300° і 345°. Використовуючи генеровану множину можна одержати 125 обсервованих точок, прирости координат Х і У яких є проекціями векторіальної похибки, що дозволяє розрахувати коваріаційну матрицю векторіальної похибки обсервації. Формування 125 обсервованих кточок повторювалося чотири рази, а їх одержані координати зберігалися, внаслідок чого накопичувалася вибірка S_{500} координат векторіальної похибки чисельністю 500 значень похибки. За допомогою одержаної вибірки розраховувалися математичні очікування M_X, M_Y і дисперсії D_X, D_Y проекцій Х і У векторіальної похибки. Імітаційною комп'ютерною програмою передбачене графічне відображення положень обсервованих крапок щодо математичного очікування, що дозволяє зробити візуальну оцінку їх розсіяння.

Враховуючи, що векторіальна похибка визначається щодо істинного місця судна, при імітаційному моделюванні для оцінки ефективності обсервованих координат необхідно використовувати не дисперсії проекцій Х і У, а їх другі початкові моменти.

У комп'ютерній програмі імітаційного моделювання передбачений розрахунок обсервованих координат як методом якнайменших квадратів, так і методом застосування ортогонального розкладання для розрахунку обсервованих координат судна, який аналітично визначається системою рівнянь (4.1).

Для параметрів кожній з восьми експериментальних вибірок спочатку генерувалася вибірка $S_{500}^{(1)}$ для похибок ЛП, причому координати обсервованих крапок розраховувалися методом найменших квадратів. Потім для тієї ж експериментальної вибірки генерувалася вибірка $S_{500}^{(2)}$ для похибок ЛП, а розрахунок координат обсервованих крапок проводився методом застосування ортогонального розкладання. На рис. 5.9 показані положення обсервованих точок щодо математичного очікування, розрахованих методом найменших квадратів (МНК) по параметрах першої експериментальної вибірки, причому на даному рисунку, як і на подальших, максимальні значення координат розсіювання рівні середньому квадратичному відхиленню. На рис. 5.10 відображені положення обсервованих точок, розрахунок яких здійснено методом проведення ортогонального розкладання (МПОР).

Для другої вибірки на рис. 5.11 показано розсіяння обсервованих точок розрахованих МНК, а на рис. 5.12 відображені положення обсервованих крапок, розрахунок яких проведено МПОР.

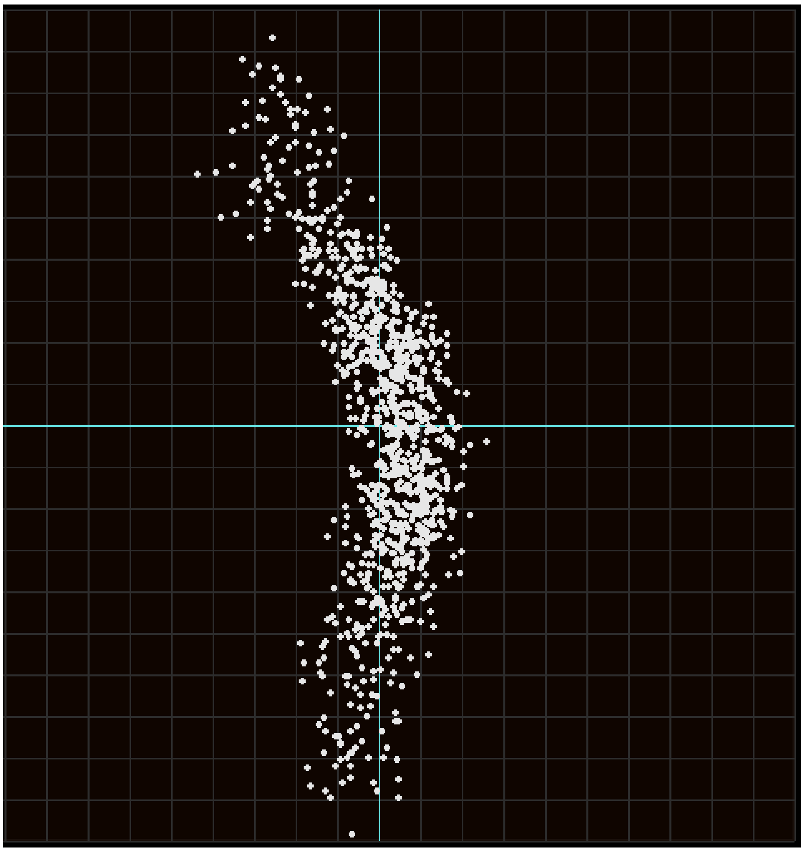


Рис. 5.9. Обсервовані точки, одержані МНК для першої вибірки

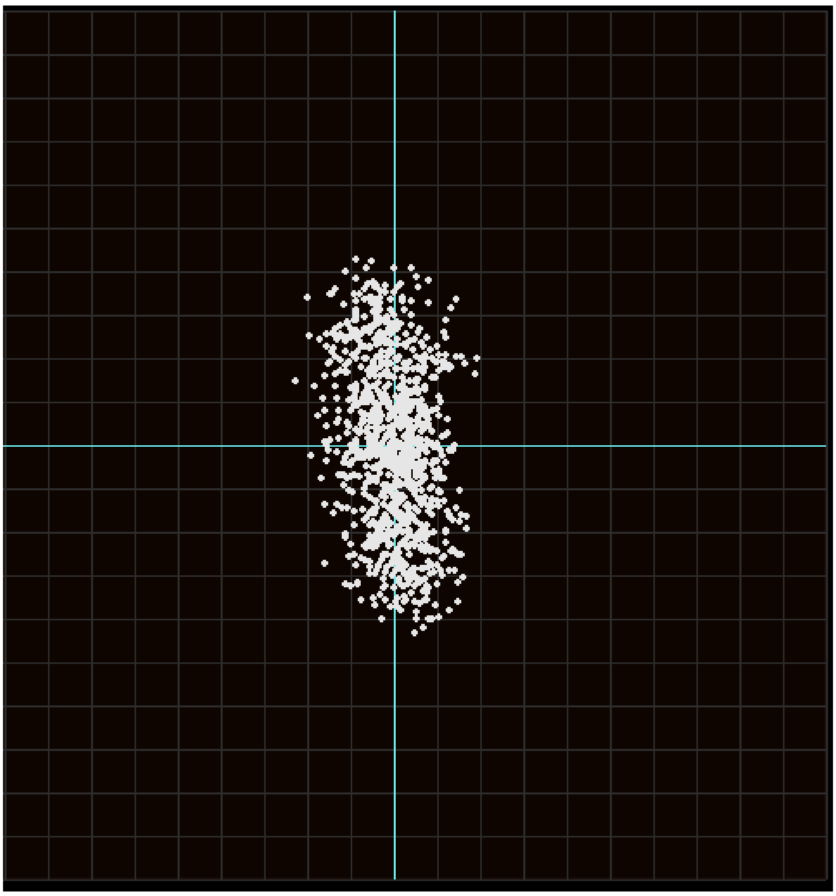


Рис. 5.10. Обсервовані точки, одержані МПОР для першої вибірки

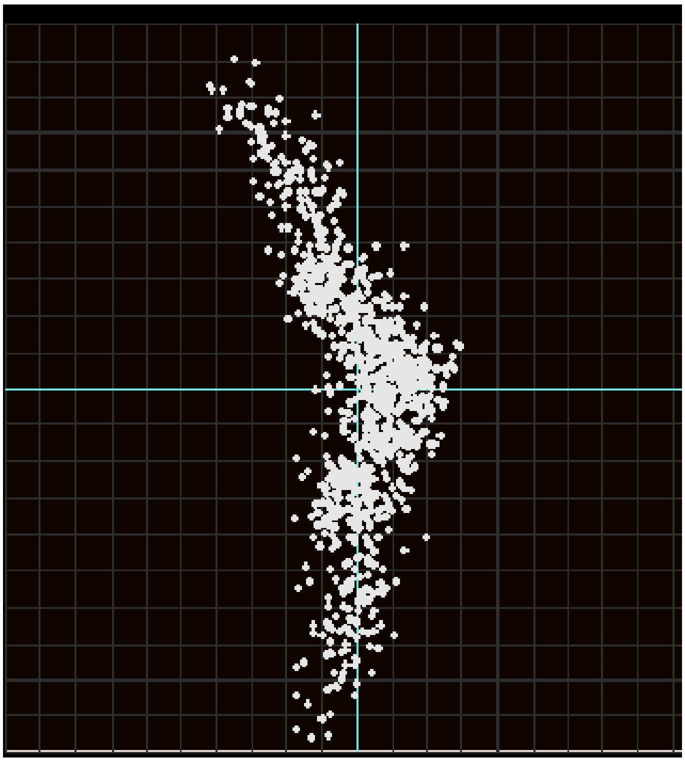


Рис. 5.11. Обсервовані точки , одержані МНК для другої вибірки

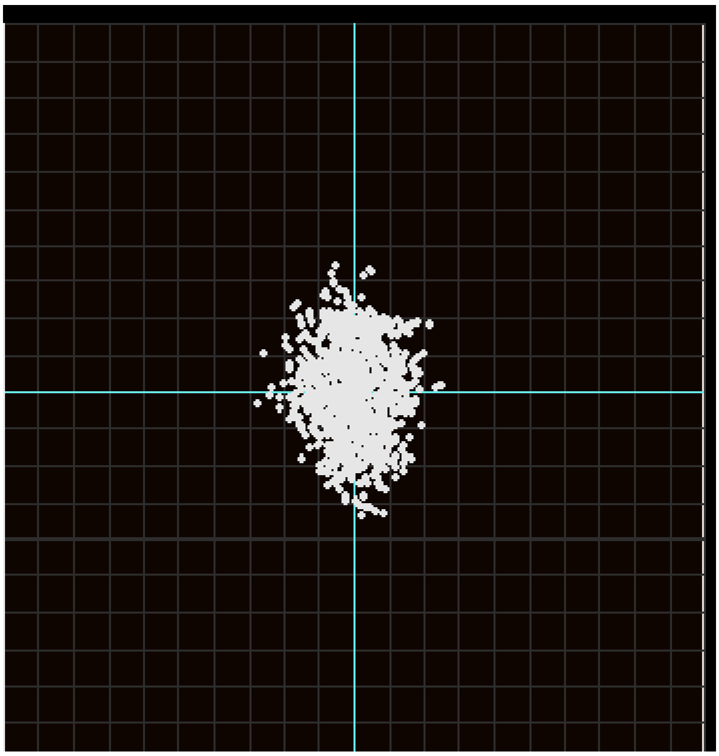


Рис. 5.12. Обсервовані точки, одержані МПОР для другої вибірки

На рис. 5.13 показано розсіяння обсервованих точок розрахованих МНК для третьої вибірки, а на рис. 5.14 відображені положення обсервованих точок, розрахунок яких зроблено МПОР.

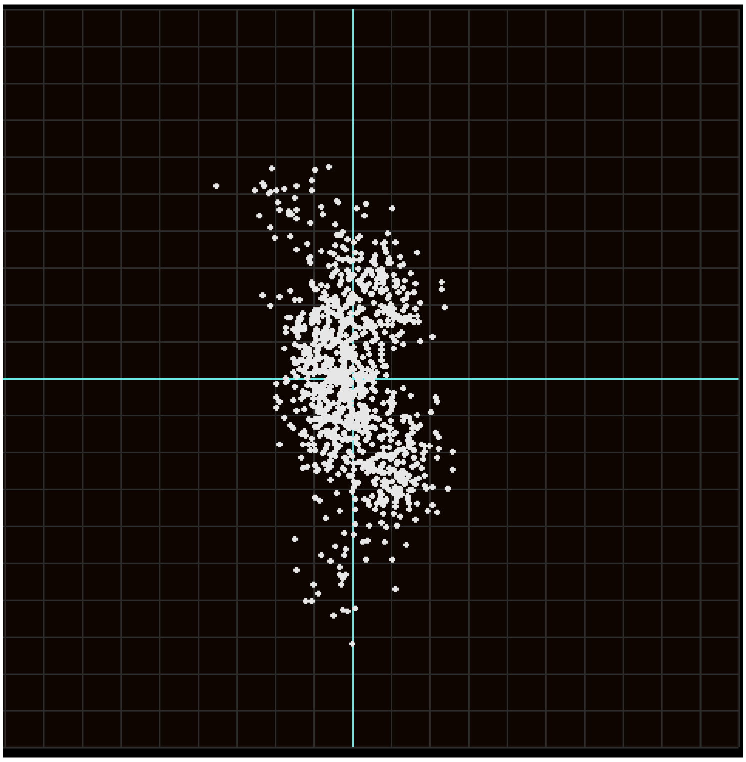


Рис. 5.13. Обсервовані точки, одержані МНК для третьої вибірки

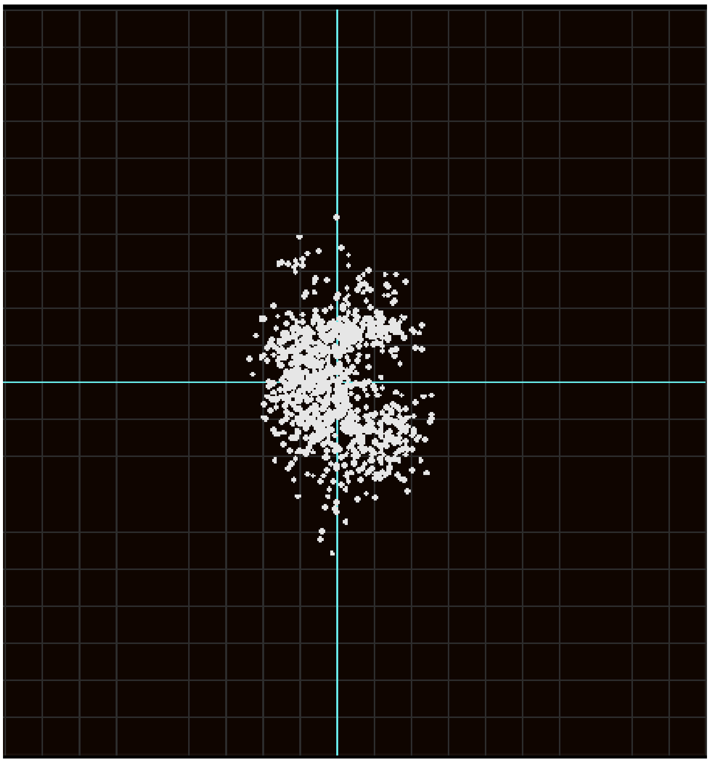


Рис. 5.14. Обсервовані точки, одержані МПОР для третьої вибірки

Розсіяння обсервованих точок розрахованих МНК для четвертої вибірки показано на рис. 5.15, а положення обсервованих точок, розрахунок яких проведено МПОР, відображені на рис. 5.16.

На рис. 5.17 показано розсіяння обсервованих точок розрахованих МНК для п'ятої вибірки, а на рис. 5.18 відображені положення обсервованих точок, розрахунок яких проведено МПОР.

Для шостої вибірки на рис. 5.19 показано розсіяння обсервованих точок розрахованих МНК, а на рис. 5.20 відображені положення обсервованих точок, розрахунок яких проведено МПОР.

Положення обсервованих точок розрахованих МНК для сьомої вибірки показано на рис. 5.21, а розсіяння обсервованих точок, розрахунок яких проведено МПОР, відображені на рис. 5.22.

На рис. 5.23 відображено розсіяння обсервованих точок розрахованих МНК для восьмої вибірки, а на рис. 5.24 відображені положення обсервованих точок, розрахунок яких проведено МПОР.

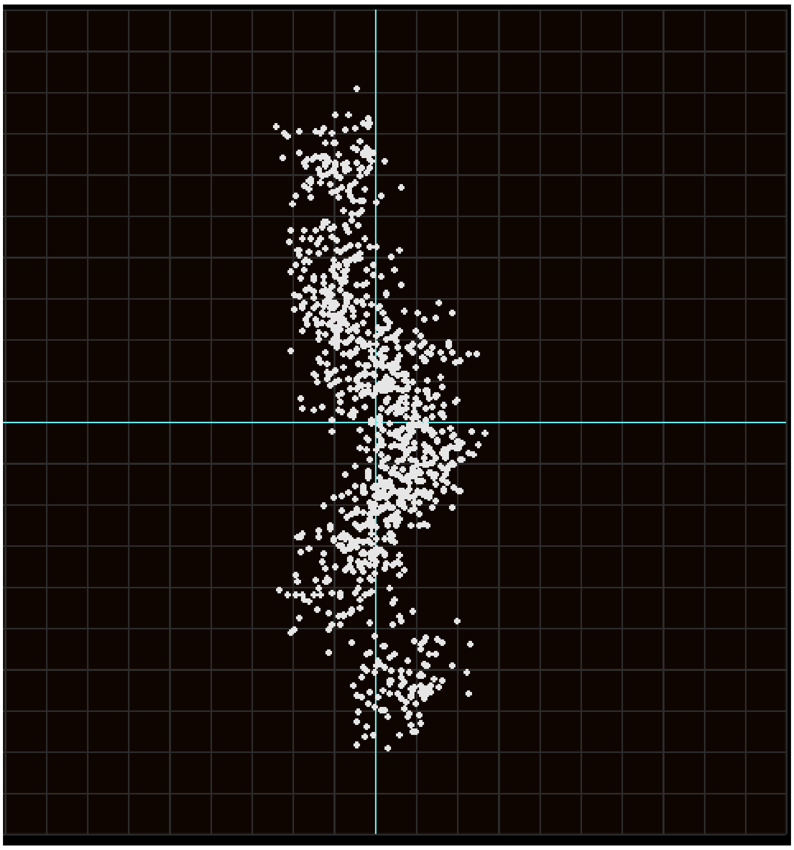


Рис. 5.15. Обсервовані точки, одержані МНК для четвертої вибірки

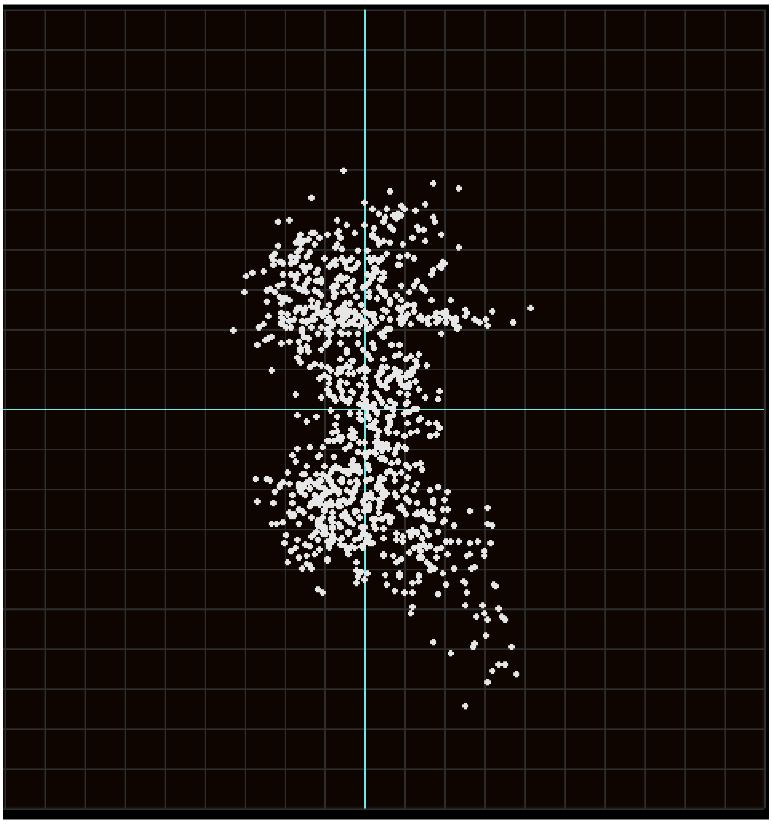


Рис. 5.16. Обсервовані точки, одержані МПОР для четвертої вибірки

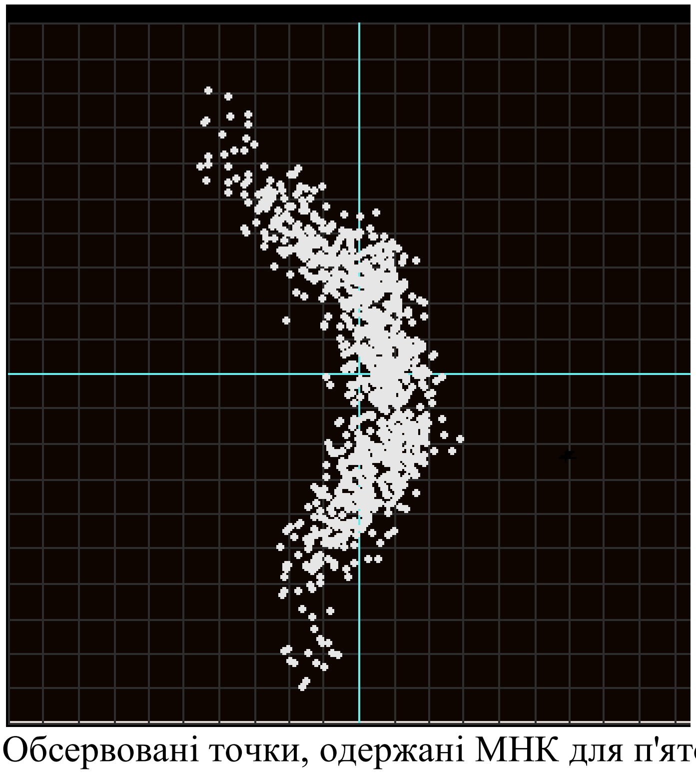


Рис. 5.17. Обсервовані точки, одержані МНК для п'ятої вибірки

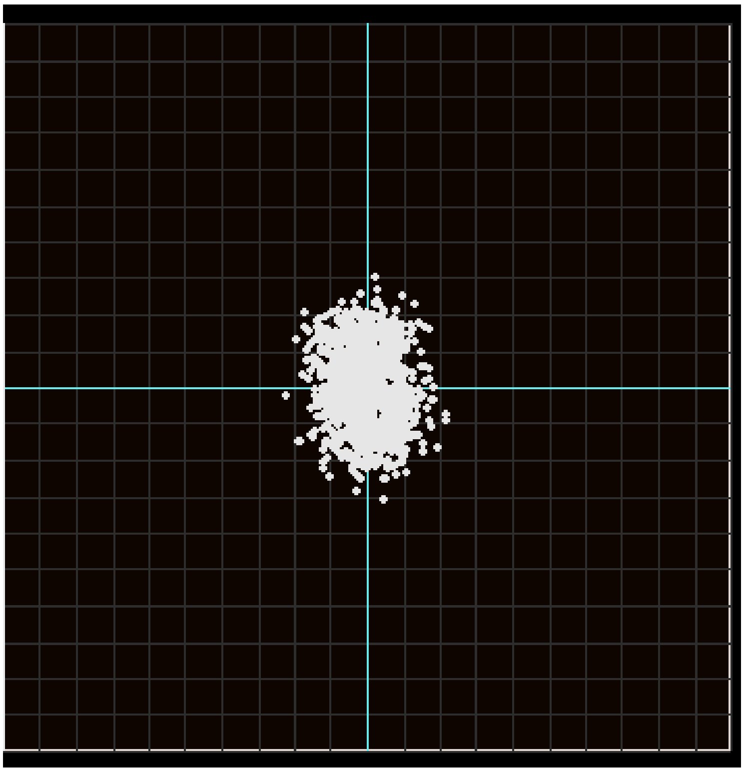


Рис. 5.18. Обсервовані точки, одержані МПОР для п'ятої вибірки

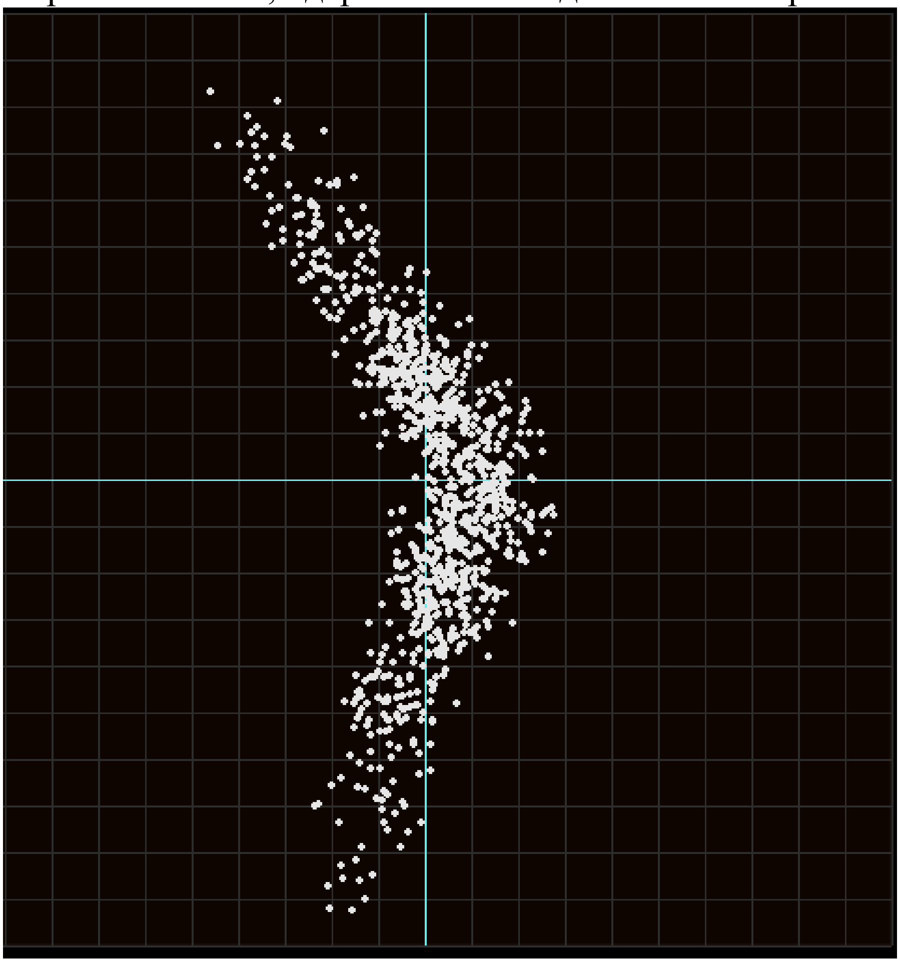


Рис. 5.19. Обсервовані точки, одержані МНК для шостої вибірки

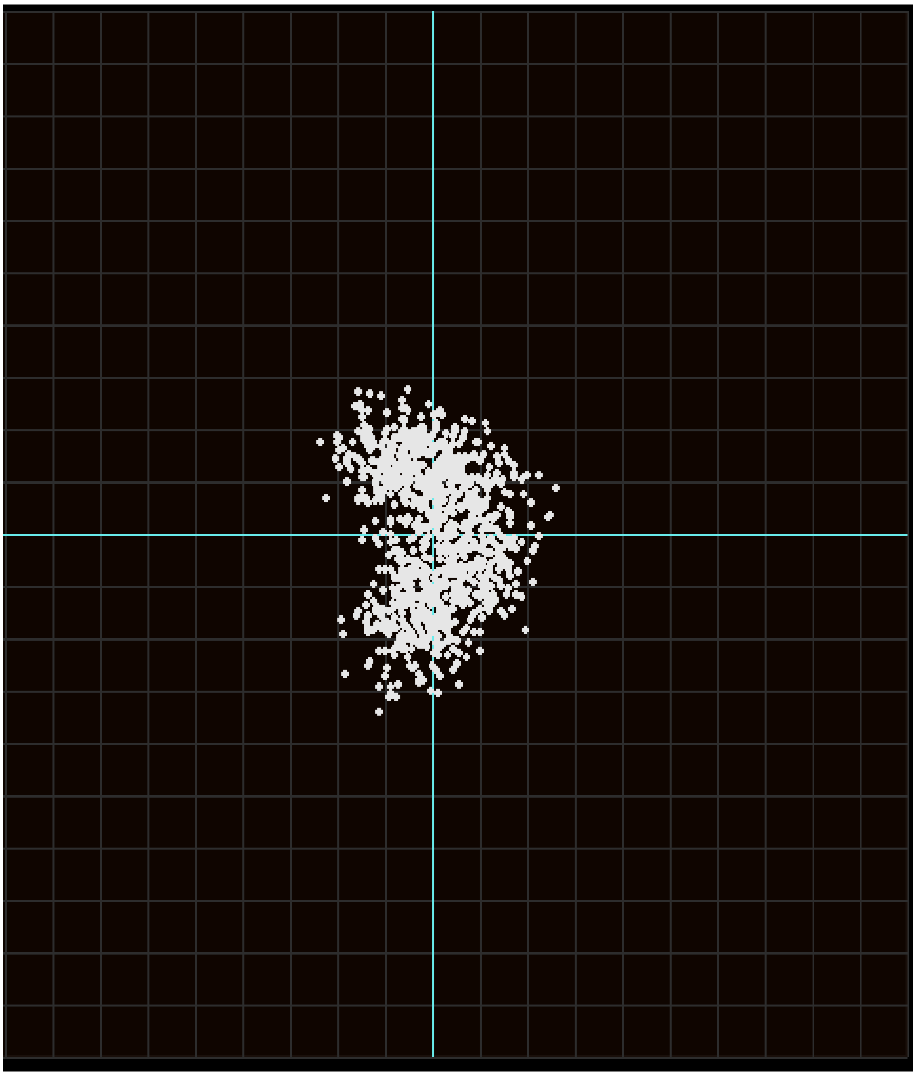


Рис. 5.20. Обсервовані точки, одержані МПОР для шостої вибірки

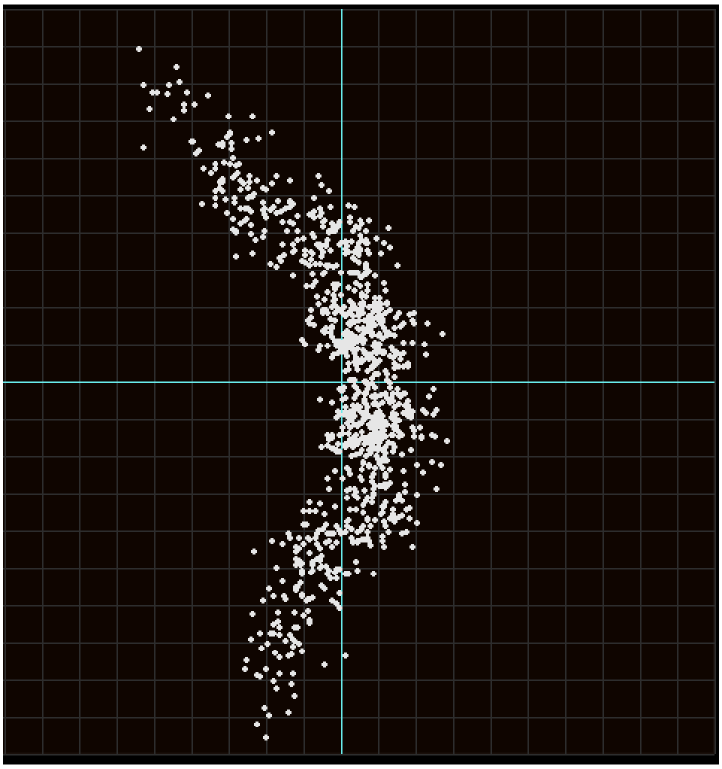


Рис. 5.21. Обсервовані точки, одержані МНК для сьомої вибірки

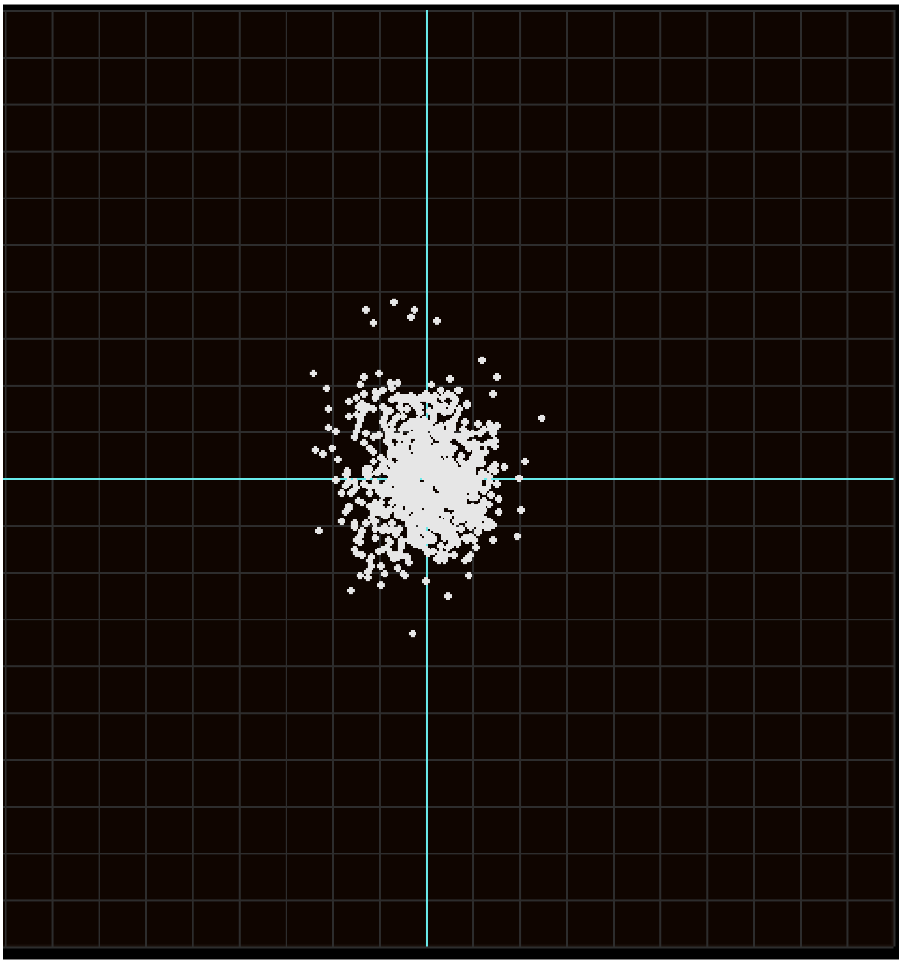


Рис. 5.22. Обсервовані точки, одержані МПОР для сьомої вибірки

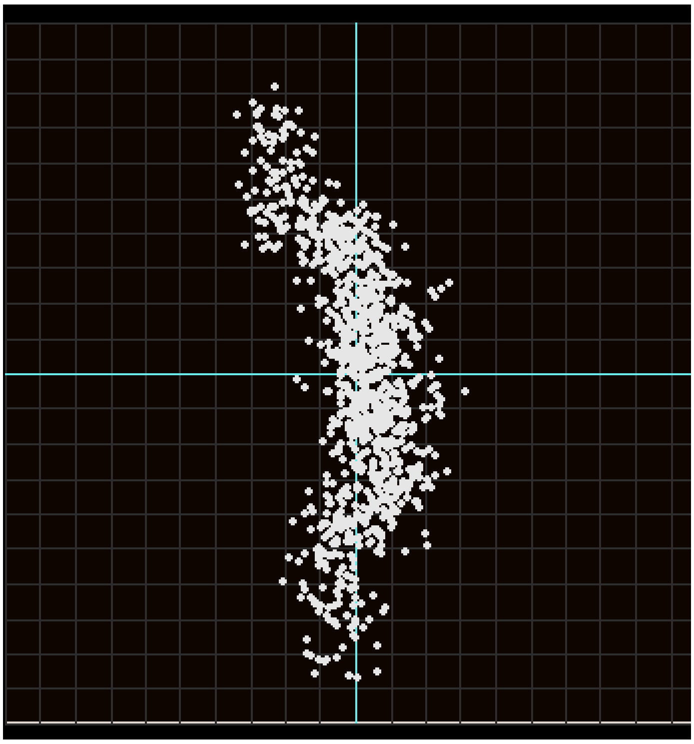


Рис. 5.23. Обсервовані точки, одержані МНК для восьмої вибірки

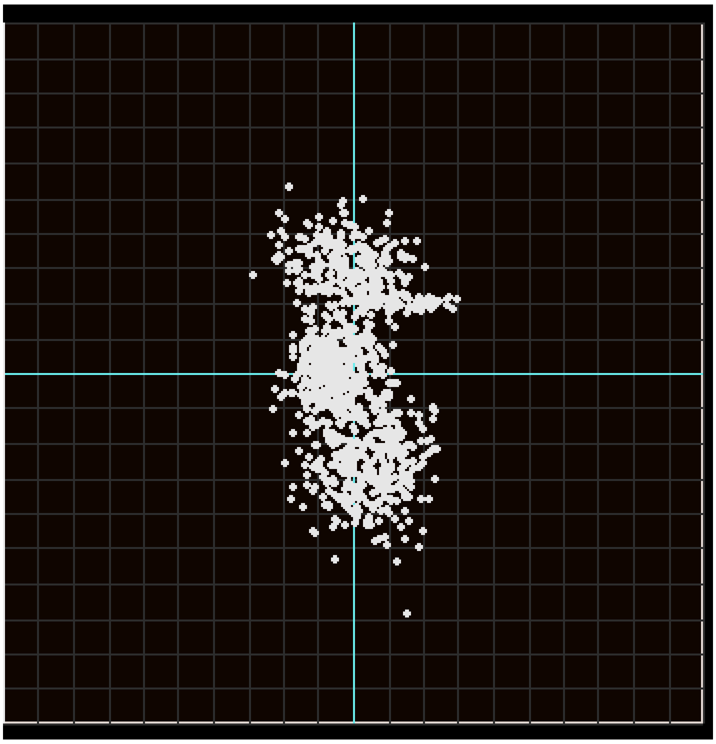
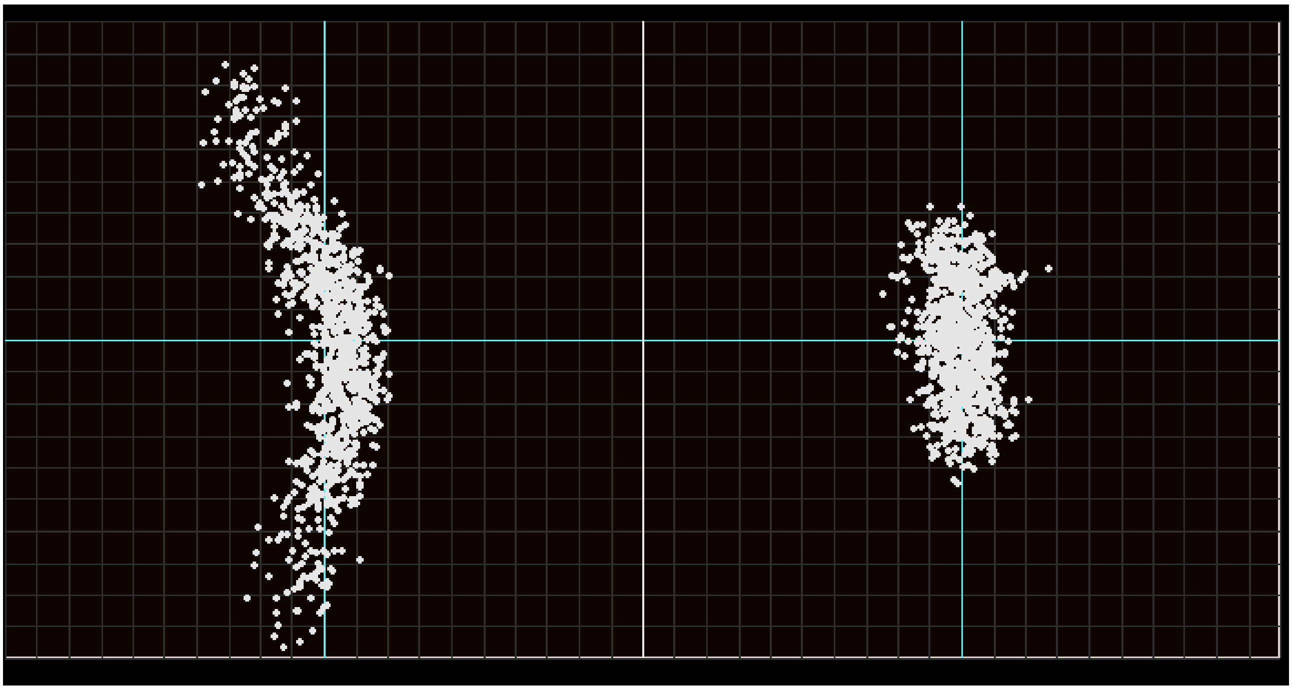


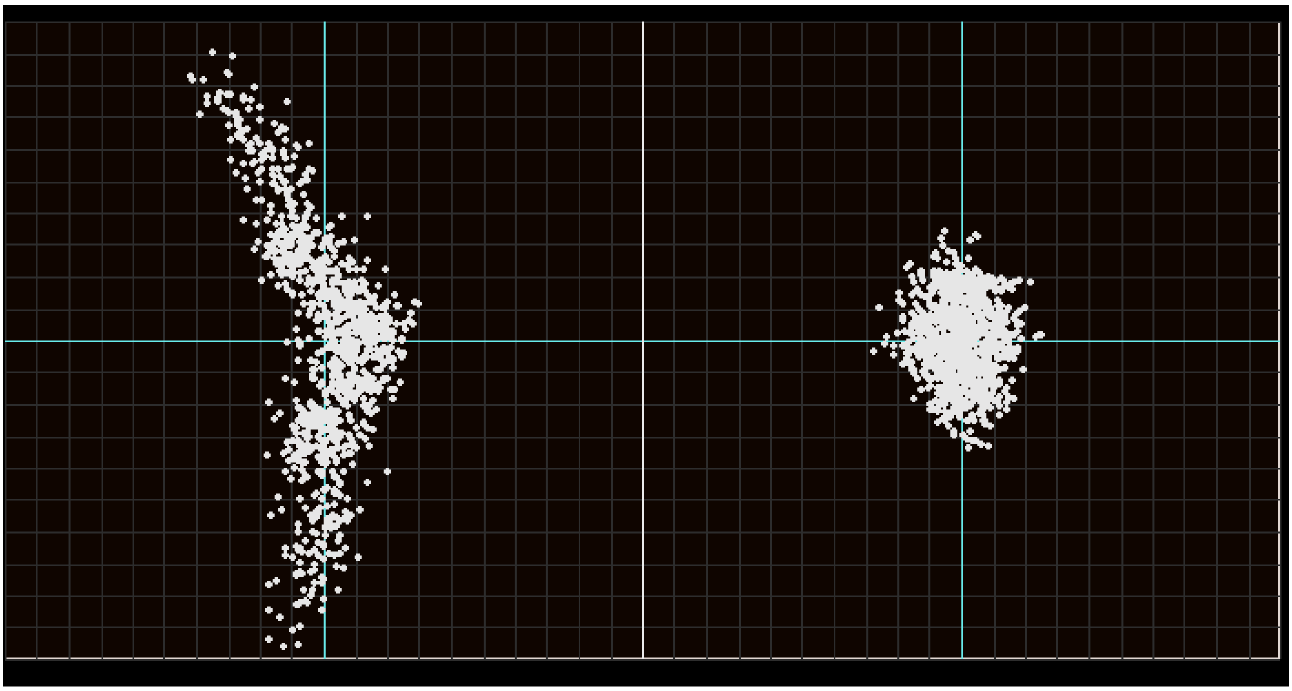
Рис. 5.24. Обсервовані точки, одержані МПОР для восьмої вибірки

Очевидно, розсіяння обсервованих точок, одержаних МНК і МПОР, показує більшу точність МПОР, що також підтверджують рис. 5.25 - рис. 5.26.



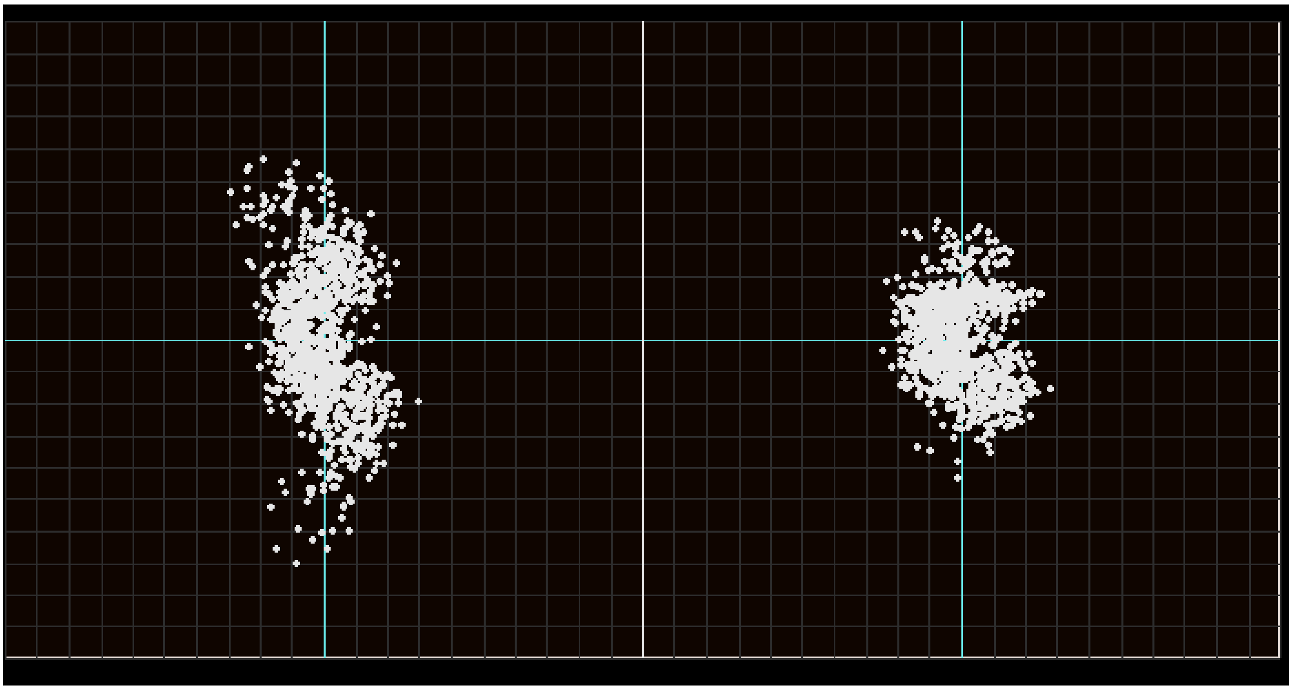
МНК МПОР

Рис. 5.25. Порівняльна характеристика розсіяння точок для першої вибірки



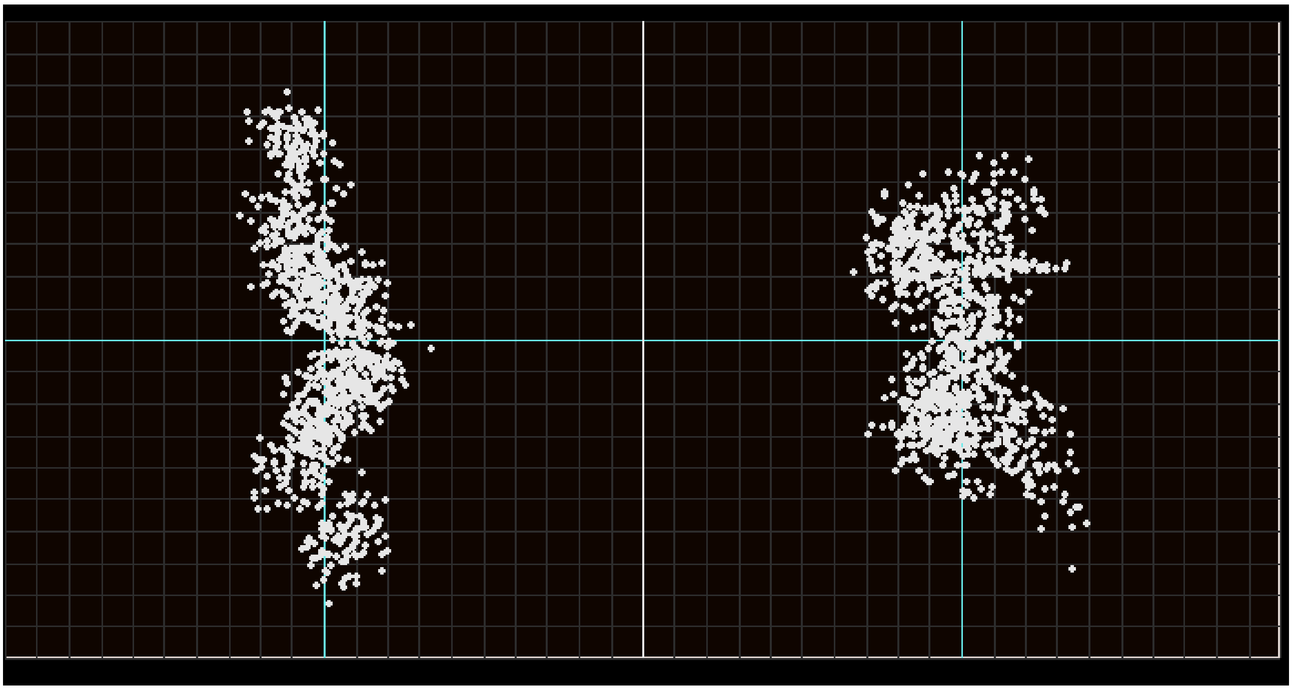
МНК МПОР

Рис. 5.26. Порівняльна характеристика розсіяння точок для другої вибірки



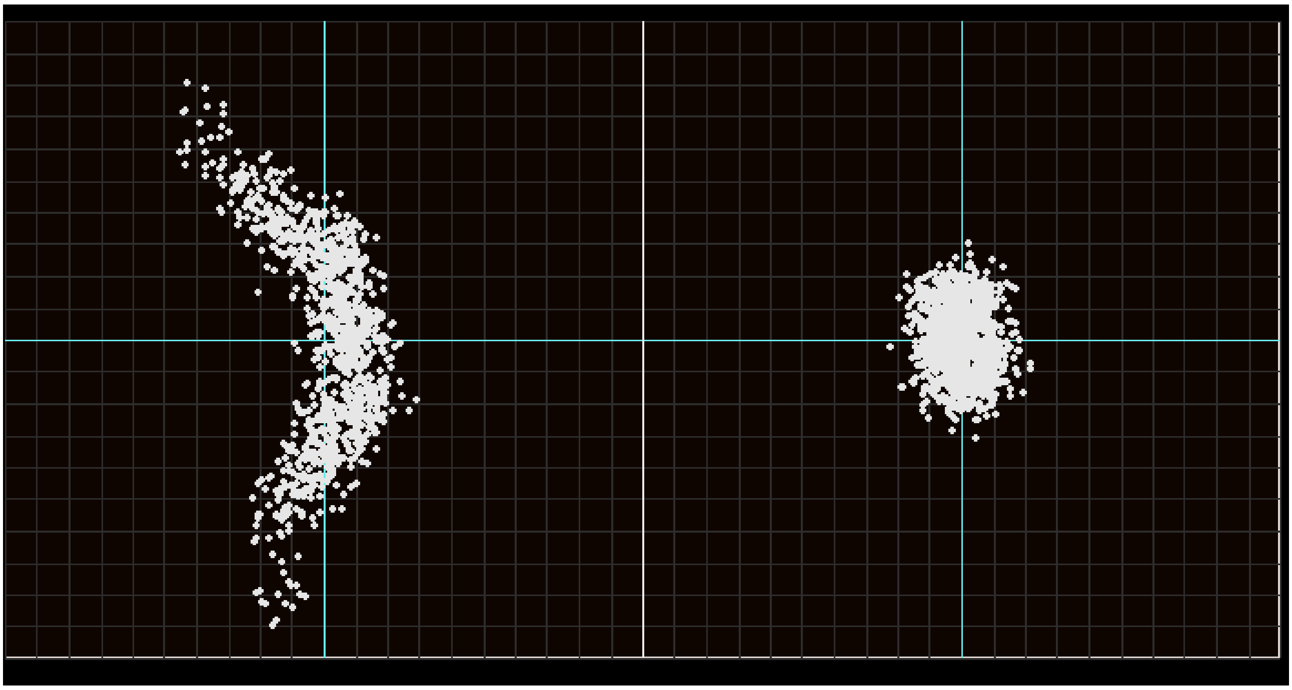
МНК МПОР

Рис. 5.27. Порівняльна характеристика розсіяння точок для третьої вибірки



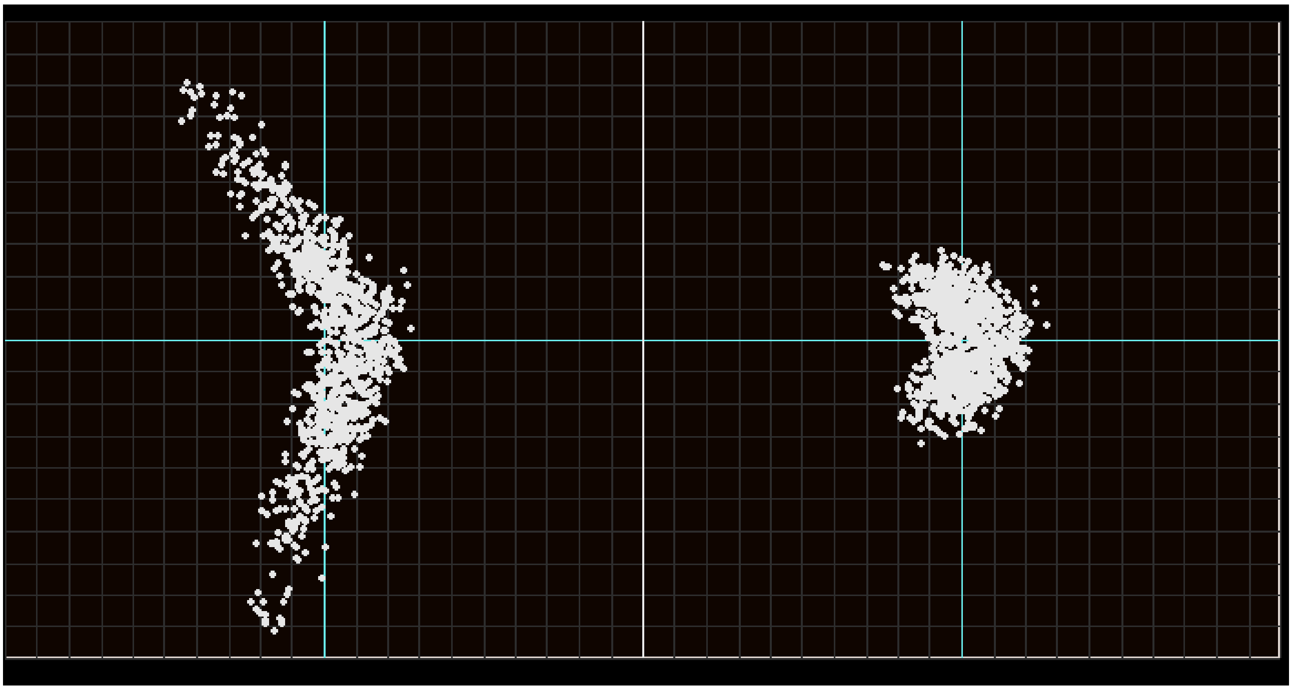
МНК МПОР

Рис. 5.28. Порівняльна характеристика розсіяння точок для 4-ї вибірки



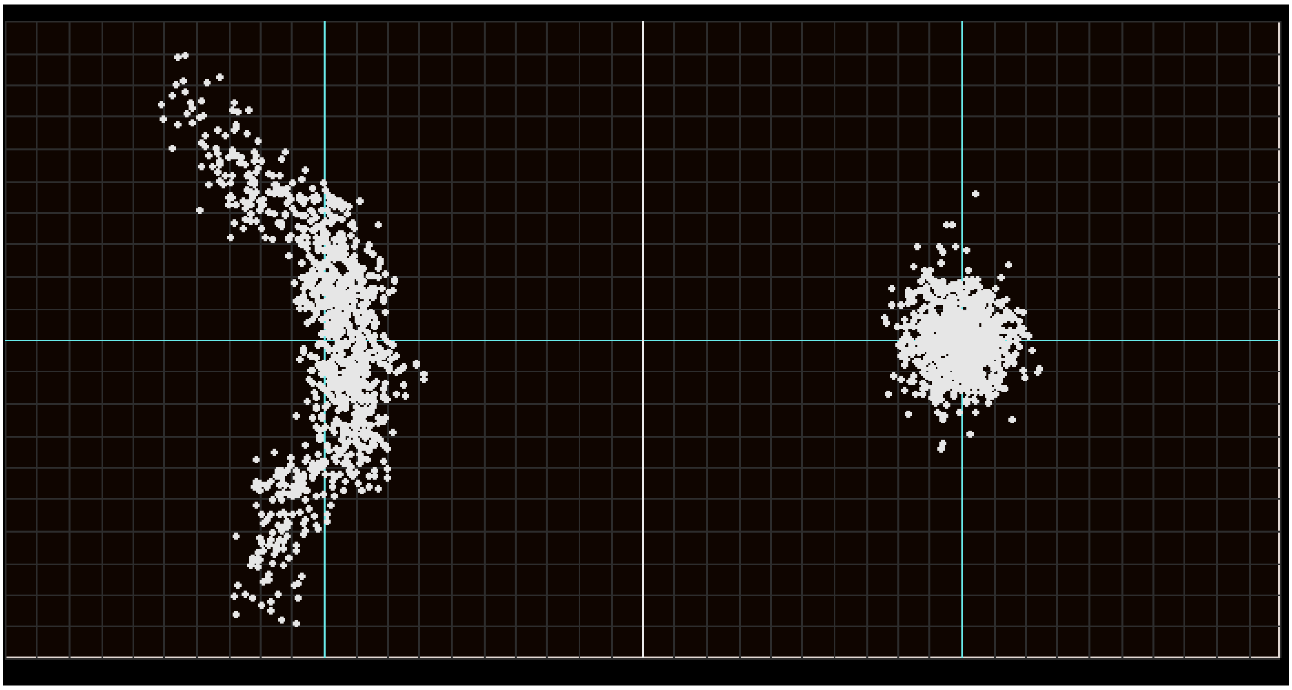
МНК МПОР

Рис. 5.29. Порівняльна характеристика розсіяння точок для п’ятої вибірки



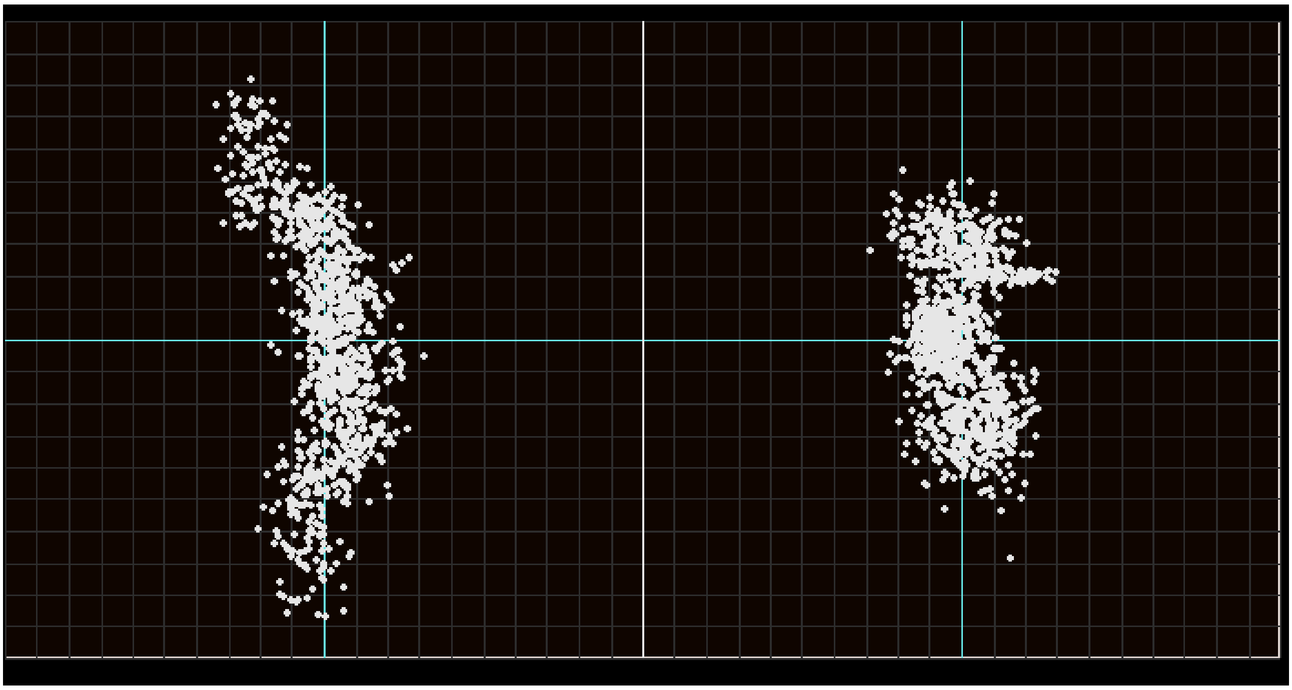
МНК МПОР

Рис. 5.30. Порівняльна характеристика розсіяння точок для шостої вибірки



МНК МПОР

Рис. 5.31. Порівняльна характеристика розсіяння точок для сьомої вибірки



МНК МПОР

Рис. 5.32. Порівняльна характеристика розсіяння точок для восьмої вибірки

5.4. Висновки за п'ятим розділом.

В розділі приведено результати аналізу статистичних даних по похибках вимірювання навігаційних параметрів і показана коректність застосування ортогонального розкладання як щільність розподілу. Також представлені результати імітаційного моделювання втрати точності обсервованих координат у разі їх розрахунку методом найменших квадратів.

Показано вплив способу розрахунку координат судна при надмірних вимірюваннях на їх точність. Указується, що максимальна ефективність координат судна досягається застосуванням для їх розрахунку методом максимальної правдоподібності.

Проведено аналіз статистичних даних, одержаних в натурних спостереженнях під час рейса судна, який представлений вісьма вибірками похибок навігаційних вимірювань.

Представлено результати імітаційного моделювання втрати точності обсервованих координат за наявності надмірних вимірювань.

ВИСНОВКИ

1. Оцінка стану питання. Підвищення безаварійності судноводіння сприяє зниженню шкоди людському життю, навколишньому середовищу та майну, що є найбільш важливою з проблем безпеки мореплавства.

Плавання суден в стислих умовах ускладнено інтенсивним судноплавством і навігаційними перешкодами, що створюють передумови для виникнення аварійних ситуацій. Тому одним із напрямків зниження навігаційної аварійності при плаванні в стислих районах є підвищення точності судноводіння за рахунок використання ефективних способів оцінки координат судна за наявності додаткових ліній положення, що є темою даної роботи та являється актуальним і перспективним науковим напрямом.

2. Формулювання вирішеної наукової задачі, її значення для науки і практики. В результаті вирішення головної наукової задачі отримано новий загальний метод оцінки обсервованних координат судна при наявності надлишкових ліній положення, який відрізняється використанням ортогонального розкладання щільності розподілу їх похибок, чим забезпечуються мінімальні втрати точності координат судна.

У дисертаційній роботі:

− вперше запропоновано метод ортогонального розкладання щільності розподілу похибки навігаційних вимірювань з використанням дисперсії і четвертого центрального моменту, що не потребує знання закону розподілу похибки;

− вперше розроблено спосіб оцінки втрат точності визначення обсервованих координат судна при надлишкових лініях положення в залежності від алгоритму розрахунку координат;

− вперше отримано процедуру розрахунку обсервованих координат в разі надлишкових навігаційних вимірювань, яка забезпечує мінімальну втрату точності координат.

3. Висновки і рекомендації щодо наукового та практичного використання отриманих результатів. Основні теоретичні і практичні результати, отримані в дисертації, можуть бути впровадженні при розробці суднових навігаційних систем для підвищення точності судноводіння та в процесі навчання і підвищення кваліфікації судноводіїв.

4. Якісні та кількісні показники отриманих результатів. Якісним показником результатів дисертаційної роботи є можливість підвищення точності судноводіння. Кількісним показником являється мінімізація втрат точності при визначені місця судна за наявності додаткових ліній положення.

5. Обґрунтування достовірності отриманих результатів.

Розробка математичних моделей та результати, одержані при натурних спостереженнях та імітаційному моделюванні теоретичного дослідження, обґрунтовують достовірність результатів дисертаційної роботи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Taha M.Y. Vessel Traffic Services in Egypt/ Taha M.Y., Hafez M.A.- Egypt, 2002.-78 p.

2. Май Ба Линь. Повышение точности процесса безопасного расхождения судов с стесненных условиях / Май Ба Линь. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук по спец. 05.22.16 Судовождение. – Одесса, 2004. – 21 с.

3. Якушев А.О. Выбор оптимальной формы судовой безопасной зоны / Якушев А.О. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 23. – Одесса: «ИздатИнформ», 2013, – С. 163 - 167.

4. Якушев А.О. Процедура определения параметров судовой безопасной области в системах предупреждения столкновений судов / Якушев А.О. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. - 2013. № 4 . - С. 183 – 187.

5. Волков А.Н. Использование безопасной области судна сложной формы для обеспечения безаварийного плавания/ Волков А.Н., Якушев А.О. // Автоматизация судовых технических средств. – 2014. – № 20. – С. 30 – 35.

6. Волков А.Н. Определение размеров безопасной судовой стохастической области / Волков А.Н., Якушев А.О. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. - 2014. №4 . – С 86 - 95.

7. Якушев А.О. Зависимость размеров судовой безопасной области от плотности распределения вероятностей позиционной погрешностей/ Якушев А.О. // Водный транспорт. – 2014. №2 (20).– С. 84 – 89.

8. Якушев А.О. Предупреждение столкновения судов в системе параметров прямоугольной области/ Якушев А.О. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. - 2014. № 1 . – С 113 - 117.

9. Nagasawa A. Quantitative assessment of marine traffic environment by using the maneuvering space concept / Nagasawa A. // Ninon kokai gakkai ronbunshu - J. Jap. Inst. Navig. - 1998. - P. 93-101.

10. Vergesst die Sicherheit nicht // Schiffahrt Int. - 2001. - 52, № 4. - P. 12-13.

11. Безопасность водного транспорта: Труды Международной научно–практической конференции, посвященной 300-летию Санкт-Петербурга, Санкт-Петербург,10-12 сент. 2003. Т. 4 Смирнов Н. Г. и др. (ред.). - СПб: Изд-во СПГУВК. – 2003. - 253 с.

12. Weng Yue-zong. Analysis of dangers for marine navigation near the port Xiamen / Weng Yue-zong. Zhongguo hanghai. // Navig. China.- 2003. - № 3/ - P. 48-50.

13. Degre T. Importance d'une approche de la securite maritime fondee sur les modeles devaluation des risques / Degre T., Glansdorp C. C, Van der Так С. // Navigation (France). - 2003. - 51, № 201/ - P. 59-77.

14. Алексишин В. Г. Общий алгоритм формирования оптимальной системы навигационного оборудования стесненного района / Алексишин В. Г. // Судовождение. – 2004. - № 8. – С. 3 -11.

15. Алексишин В. Г. Перспективы разработки навигационных систем обращенного типа / Алексишин В. Г., Бузовский Д.В. // Судовождение. – 2005. - № 9. – С. 3 – 6.

16. Кондрашихин В.Т. Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения / Кондрашихин В.Т. – М.: Транспорт, 1969. – 256 с.

17. Кондрашихин В.Т. Зависимость между точностью и надежностью навигации / Кондрашихин В.Т. // Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. – 1973. – Вып. 173. – С. 41-49.

18. Кондрашихин В.Т. Определение наиболее вероятного значения повторяющейся ошибки / Кондрашихин В.Т., Якшевич Е.В. // Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. – 1972. – Вып. 157. – С. 42-49.

19. Кондрашихин В.Т. О погрешностях измерений/ Кондрашихин В.Т. // Геодезия и картография.– 1977. – № 5. – С. 11-16.

20. Ракитин В. Д. Концептуальные положения стратегии использования системы ГЛОНАСС в интересах потребителей речного флота, включая

дифференциальный режим / Ракитин В. Д., Сикарев А. А. // Управление и информационные технологии на транспорте: Тезисы докладов международной научно–технической конференции "Транском - 99". Санкт-Петербург, 1999. - СПб: Изд-во СПбГУВК. – 1999. - С. 24-26.

21. Ракитин В. Д. Методика подготовки библиотеки маршрутов для использования на ВВП дифференциальных подсистем ГЛОНАСС/GPS / Ракитин В. Д., Вуполов А. Г. // Управление и информационные технологии на транспорте: Тезисы докладов международной научно-технической конференции "Транском - 99", Санкт-Петербург, 1999. - СПб: Изд-во СПбГУВК. - 1999. - С. 98-100.

22. Pettersen Kristin Y. Underactuated dynamic positioning of a ship - experimental results / Pettersen Kristin Y., Fossen Thor I. // IEEE Trans. Contr. Syst. Technol. - 2000. - 8, № 5. - P. 856-863.

23. Жидков Э. М. Анализ и обоснование требований к точности судовождения / Жидков Э. М., Павликов С. Н., Верещагин С. А. // Науч. тр. Дальневост. гос. техн. рыбохоз. ун-т. – 2000. - № 13. - С. 197-208.

24. Kubo Masayoshi. Safety evaluation of ship entering a harbour under severe wave conditions / Kubo Masayoshi, Mizui Shinji, Inoue Kazuhiro. // The Proceedings of the Tenth International Offshore and Polar Engineering Conference, Seattle. May 28-June 2, 2000. Vol. 4. Cupertino (Calif): Int. Soc. Offshore and Polar Eng. – 2000. - P. 330 - 336.

25. Мельник Е.Ф. Обоснование выбора критерия навигационной безопасности судовождения / Мельник Е.Ф. // Судовождение. - 2002. – № 5. – С. 65 – 73.

26. Широков В. М. Определение места судна в стесненных условиях / Широков В. М. // Судовождение. – 2002. – № 5. – С. 119 – 125.

27. Широков В. М. Распределение погрешностей обсервации при использовании методов корреляционной навигации /Широков В. М.// Судовождение. - 2003. - № 6.- С. 154-158.

28. Широков В. М. Результаты имитационного моделирования обсерваций судна в стесненных условиях / Широков В. М. // Судовождение. – 2004. - № 8. – С. 103 – 107.

29. Иванов Б. Е. О влиянии неопределенности положения кромок фарватера на вероятность навигационной безопасности плавания / Иванов Б. Е., Батуев А. Н. // Навигация и гидрогр. 2004, № 19, с. 35-40.

30. Bober R. The DGPS system improve safety of navigation within the port of Szczecin / Bober R., Grodzicki P., Kozlowski Z., Wolski A. // 12 Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, 23-25 May, 2005. St. Petersburg: Elektropribor. 2005, с. 192-194.

31. Monteiro Luis. What is the accuracy of DGPS? / Sardinia Monteiro Luis, Moore Terry, Hill Chris. // J. Navig. 2005. 58, № 2, р. 207-225.

32. Комаровский Ю. А. Проблемы оценки точности определения места судна приёмниками СРНС Навстар GPS / Комаровский Ю. А. // Науч. пробл. трансп. Сиб. и Дал. Вост. 2006, № 2, с. 100 - 107.

33. Ткаченко А.С. Применение обобщенных пуассоновских распределений для описания навигационных погрешностей / Ткаченко А.С., Алексишин В.Г. // Судовождение. – 2008. - № 15. – С. 93 – 99.

34. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / Кондрашихин В.Т. - М.: Транспорт, 1989. - 230с.

35. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / Hsu D. A. // The Journal of Navigation. – Vol. 32.- № 3. – P. 426 - 429.

36. Сорокин А.И. Гидрографические исследования Мирового океана / Сорокин А.И. – Л.: Гидрометиздат, 1980. – 287 с.

37. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения:-Т.2. / Феллер В. - М.: Мир,1984.-751 с.

38. Мудров В.М. Методы обработки измерений / Мудров В.М., Кушко В.Л. - М.: Советское радио, 1976. 192 с.

39. В.В. Степаненко. Эффективность оценки параметров ситуации опасного сближения судов/ В.В. Степаненко. // Судовождение: Сб. науч. трудов / ОГМА. – Вып. 2 – Одесса: Латстар, 2000. – С. 201 – 209.

40. Мельник Е.Ф. Приближенное описание смешанных распределений погрешностей навигационных измерений / Мельник Е.Ф. // Автоматизация судовых технических средств: науч. –техн. сб. – 2002. – Вып. 7.- Одесса: ОГМА. – С. 96 – 100.

41. Астайкин Д.В. Смешанные законы распределения вероятностей случайных погрешностей навигационных измерений/ Астайкин Д.В. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 24. – Одесса: «ИздатИнформ», 2014 - С.

42. Астайкин Д.В. Оценка точности позиции судна при наличии случайных погрешностей навигационных измерений / Астайкин Д.В. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. - 2014. № 4 . – С. 147-152.

43. Астайкин Д.В. Аналитическое выражение функции распределения случайных величин смешанных законов/ Астайкин Д.В. // Водный транспорт. – 2014. №2 (20).– С. 6 – 11.

44. Бурмака И.А. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных измерениях / Бурмака И.А., Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М. // Вестник Государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург.– 2014. – выпуск 6 (28). – С. 9 - 13.

45. Астайкин Д.В. Эффективность координат судна при смеси нормально распределенных погрешностей выборки / Астайкин Д.В. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 25. – Одесса: «ИздатИнформ», 2015 - С.

46. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона./ Сикирин В.Е. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152-157.

47. Алексейчук Б.М. Модели формирования законов распределения погрешностей навигационных измерений/ Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 11.

48. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrucken, Deutschland/ Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.

49. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

50. Алексейчук Б.М. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных линиях положения, полученная имитационным моделированием / Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е., Астайкин Д.В. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017.- С. 47 - 51.

51. Алексейчук Б.М. Сравнительная характеристика смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений с обобщенным пуассоновским законом/Алексейчук Б.М., Сикирин В.Е.// Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 8.

52. Астайкин Д.В. Анализ особенностей обобщенного пуассоновского закона и смешанных законов распределения погрешностей навигационных измерений / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М, Сикирин В.Е. // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 15 сентября 2017 - Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 19 - 24.

53. Заявка 2698966 Франция, МКИ5 G 01 S 13/009. Способ радионавигации и система управления множеством движущихся объектов.

Precede de radionavigation et systeme de gestion de flotte de vehicules. / Rabian J.M., Potet J.-C, Guichet H.P. - № 9214644; заявл. 4.12.92 ; опубл. 10.6.94.

54. Transas Marine to launch PC solution for small harbours // Dredg. & Port Constr.- 1995.- 22, № 4.- P. 25-26.

55. Аоно Такамицу. Системы управления движением судов в районе Внутреннего Японского моря / Аоно Такамицу. // Pairotto. - 1998. - № 99. - С. 102-103.

56. VTS-Lieferung nach China. //Schiff und Hafen: Seewirt., Kommandobrucke. - 2000. – 52. - № 9. – P. 6 - 10.

57. Guibert Jean-Louis. Evolution de I'organisation de la navigation maritime: cas de la Manche/ Guibert Jean-Louis. // Navigation (France).- 2001.- 49, № 193.- P. 42-48.

58. Платов Ю. И. К проблеме определения оптимальных скоростей движения в рамках автоматизированной системы проводки судов / Платов Ю. И., Платов А. Ю. // Международный научно-промышленный форум "Великие реки 2003", Нижний Новгород. 20-23 мая, 2003: Генеральные доклады, тезисы докладов. - Н.Новгород: Изд-во ННГАСУ. – 2003. - С. 345-346.

59. Ince A.N. Modelling and simulation for safe and efficient navigation in narrow waterways / Ince A.N., Topuz E.J. // Navig.- 2004.- 57, № 1. – P. 53-71.

60. Foxwell David. VTS takes on new roles in ports of world / Foxwell David. // Ports-strategy. – 2004. - Apr. – P. 40-42.

61. Козырь Л. А. К оценке поворотливости судна при следовании по БДЛК для обеспечения работы информационно-управляющей системы УДС / Козырь Л. А., Романов Г. С.// Судовождение. – 2005. - №.9. – С. 45-51.

62. Сикирин В.Е. Формализация системы принятия решений по управлению движением судна/Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2017 - С. 203-209.

63. Пат. 2052838 Россия , МКИ4 С 01 S 13. Способ отображения движения судов и устройство дня его осуществления / Багдаллов З.Х., Багдалова Н.А. - № 5058403 09; заявл. 11.8.92; опубл. 20.1.96, Бюл. № 2.

64. Бондарев В. А. Об устойчивости движения судна по криволинейной траектории / Бондарев В. А., Стригин А. Г., Ярков И. А. // Пробл. активиз. науч.-техн. деят-сти в эксклав. регионе России: 2 Обл. науч.- практ. конф., посвящ. 50-летию Калинингр. обл., Калининград. 4 июня, 1996, Тез. докл. - Калининград. -1996. - С. 7.

65. Дмитриев С.П. Обоснование возможности использования линейно-квадратичного подхода при стабилизации судна на траектории/Дмитриев С.П., Пелевин А.Е. // Гироскопия и навигация. - 1997. - № 4. - С. 65-82.

66. Лукомский Ю.А. Общие закономерности и специфические особенности в математических моделях морских подвижных объектов/ Лукомский Ю. А., Стариченков А. Л. // Гироскопия и навигация. - 1997. - № 2. - С. 44-52.

67. Senda Shoichi. Study on the characteristics of ship-handling on passing fairway / Senda Shoichi, Kobayashi Hiroaki, Mizuno Hiroyuki, Arai Shiro. // Nihon kokai gakkai ronbun-shu - J. Jap. Inst. Navig. - 2000. - №102. -P. 301-308.

68. Hayashi Tadao. Nihon kokai gakkaishi / Hayashi Tadao. Kawada Mitsugu. // Navigation.- 2000. - № 143. – c. 93-102.

69. Ohtsu Kohei. Nihon kokai gakkai ronbunshu. / Ohtsu Kohei, Kvam Kristoffer, Fosser. Thor I., Fukuda // Navig. Jaz Inst. - 2001. - 104, P. 89-94.

70. Сатаев В. В. Разработка адаптивных алгоритмов работы интеллектуального авторулевого, использующих динамические особенности неустойчивых на курсе судов: автореф. дис. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук: Волок., гос. акад. водн. трансп./ Сатаев В. В. - Нижний Новгород, 2001.- 23 с.

71. Шпекторов А. Г. Стабилизация скоростного судна на заданном маршруте / Шпекторов А. Г., Зуев В. А. // Гироскопия и навигация.- 2002. - № 3, с. 143-144.

72. Краевски Кристиан. АРГО-электронная система информации о состо-янии фарватера / Краевски Кристиан. // ИНФОРМОСТ - "Радиоэлектрон, и телекоммуникации".- 2002. - № 1. - с. 62-66.

73. Бродский Е. Л. Комплексирование и интеграционные процессы в информационных системах связи и местоопределения подвижных объектов речных региональных структур "Речные информационные службы" /Бродский Е. Л., Сикарев А. А. // Наукоем. технол.- 2003. - 4, № 8, с. 13-19.

74. Zhao Jun. Shanghai jiaotong daxue xuebao / Zhao Jun, Zhan Xing-qun, Zhang Yan-hua. // J. Shanghai Jiaotong Univ. -2003. - 37, № 8.- P. 1168-1171.

75. Пат. 2224279 Россия, МПК7 G 05 D 1/00, B 63 H 25/04. Устройство управления продольным движением судна / Бородин Ю.И., Довгоброд Г. М., Клячко Л М. - № 2002129032/28; заявл. 30.10.2002; опубл. 20.02.2004.

76. Клячко Л. М. Способы автоматического управления судном при наличии приемника СНС и носового подруливающего устройства / Клячко Л. М., Острецов Г. Э. // Судостроение (Санкт-Петербург). – 2004. - № 1. - С. 48-49.

77. Вагущенко Л.Л. Судовые навигационно-информационные системы/ Вагущенко Л.Л. - Одесса: Феникс, 2004. - 302 с.

78. Вагущенко Л.Л. Бортовые автоматизированные системы контроля мореходности / Вагущенко Л.Л., Вагущенко А.Л., Заичко С.И - Одесса: Феникс, 2005. - 274 с.

79. Лентарёв А. А. Статистическое моделирование движения судов по фарватеру /Лентарёв А. А., У Льюков А. Ю. //Вестн. Мор. гос. ун-та. 2005, № 9, с. 78-83.

80. Попов А. В. О повышении управляемости судна при ветре посредством ввода интеллектуальной составляющей в алгоритм авторулевого/ Попов А. В. // Вести. ВГАВТ, 2005, № 14, с. 27-35.

81. Чапчай Е.П. Учет времени перекладки пера руля при повороте судна/ Чапчай Е.П. // Судовождение. – 2005. - № 9. – С. 110 – 113.

82. Чапчай Е.П. Экспериментальное исследование моделей поворотливости судна / Чапчай Е.П. // Судовождение. – 2006. - № 11. – С. 139 – 142.

83. Юдин Ю.И. Маневренные характеристики судна как функции параметров его математической модели / Юдин Ю. И., Позняков С. И.// Вестн. МГТУ (Мурманск). 2006. 9, № 2, с. 234-240.

84. Богданов В. П. Синергетика и нейросетевые системы управления курсом судна / Богданов В. П., Виткалов Я. Л., Глушков С. В., Потапов А. С. и др. - Питер. - 2006, 205 с.

85. Глушков С.В. Использование нечеткой логики в системе автоматического управления курсом судна /Глушков С.В.// Приборы и системы: Упр., контроль, диагност. 2007, № 8, с. 28-32.

86. Грауэр Л. В. Синтез закона управления морским подвижным объектом для решения задачи динамического позиционирования / Грауэр Л. В., Лопарев А. В. Навигация и управление движением: Материалы 8-й Конференции молодых ученых: 1 этап, Санкт-Петербург, 11-16 марта, 2006; 2 этап, Санкт-Петербург (в Интернете), 1 июня - 31 окт., 2006; 3 этап, Санкт-Петербург, 25-29 сент., 2006. СПб: ЦНИИ "Электроприбор". 2007, с. 137-143.

87. Шпекторов А.Г. Организация двухуровневой системы управления движением скоростного судна./ Шпекторов А.Г., Тхань ,Тунг Ле.: Навигация и управление движением: Материалы 8 Конференции молодых ученых: 1 этап, Санкт-Петербург, Ц-16 марта, 2006; 2 этап, Санкт-Петербург (в Интернете), 1 июня-31 окт., 2006; 3 этап, Санкт-Петербург, 25-29 сент., 2006 СПб: ЦНИИ "Электроприбор". 2007, с. 125-130.

88. Оськин Д.А. Система управления морским судном с использованием нейросетевой идентификационной модели / Оськин Д.А. // Вестн. Мор. гос. ун-та. 2008, № 27, с. 3-12.

89. K. Benedict. Manoeuvring Simulation on the Bridge for Predicting Motion

of Real Ships and as Training Tool in Ship Handling Simulators/ K. Benedict, M. Kirchhoff, M. Gluch, S. Fischer, M. Baldauf // TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 3, № 1, page 25-30, 2009.

90. C.J. Shi. Identification of Ship Maneuvering Model Using Extended Kalman Filters/ C.J. Shi, D. Zhao, J. Peng, C. Shen// TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 3, № 1, page 105-110, 2009.

91. K. Benedict. Simulation Augmented Manoeuvring Design and Monitoring – a New Method for Advanced Ship Handling/ K. Benedict, M. Kirchhoff, M. Gluch, S. Fischer, M. Schaub, M. Baldauf , S. Klaes// TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 8, № 1, page 131-141, 2014.

92. Ahmed Y.A. Consistently Trained Artificial Neural Network for Automatic Ship Berthing Control/ Ahmed Y.A., Hasegawa K. // TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 9, No. 3, page 417-426, 2015.

93. M. Ljacki. Intelligent Prediction of Ship Maneuvering / M. Ljacki // TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 10, № 3, page 511-516, 2016.

94. Artyszuk J. Inherent Properties of Ship Manoeuvring Linear Models in View of the Full-mission Model Adjustment/Artyszuk J.// TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 10, No. 4, page 595-604, 2016.

95. Zhu M. Parameter Identification of Ship Maneuvering Models Using Recursive Least Square Method Based on Support Vector Machines/Zhu M., Hahn A., Wen Y.Q., Bolles A.// TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 11, No. 1, page 23-29, 2017.

96. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

97. Ворохобин И. И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарлье типа А /Ворохобин И. И., Сикирин В. Е., Фусар И. Ю.// Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – 2017. – № 2(17). – С. 14 - 20.

98. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений /Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 28. – Одесса: «ИздатИнформ», 2018 - С. 42 – 48.

99. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю., Алексейчук Б.М.// Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. - С. 84 - 88.

100. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избыточных измерениях / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Автоматизация судовых технических средств: науч.- техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ"ОМА". – С. 27 – 33.

101. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность/ Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Austria - science, Issue: 26, 2019. - С. 3 - 8.

102. Фусар И.Ю. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. нучн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 29. – Одесса: «ИздатИнформ», 2019 - С. 230 – 236.

103. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С. 123-125.

104. Фусар И.Ю. Анализ сходимости кривых плотностей смешанных распределений с кривыми их ортогональных разложений / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот):інфраструктура,

судноплавство, перевезення, автрматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 15-16 листоп. 2018 – Одеса : НУ «ОМА», 2018. – С. 167 – 169.

105. Фусар И.Ю. Анализ плотности смешанного закона первого типа и ее ортогонального разложения / Фусар И.Ю // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018): Матеріали Х Міжнародної наук.-практ. конф., 29-31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 143–146.

106. Фусар И.Ю. Анализ статистических материалов по погрешностям измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автрматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 14-15 листоп. 2019 – Одеса : НУ «ОМА», 2019. – С. 84 – 85.

107. Фусар И.Ю. Ортогональное разложение плотности обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений / Фусар И.Ю. // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2019): Матеріали Х1 Міжнародної наук.-практ. конф., 28-30 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2019. – С. 199–203.

108. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Гнеденко Б.В. – М.: Наука, 1969. – 400 с.

109. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Вентцель Е.С. - М.: Наука, 1969. - 576 с.

110. Ткаченко А.С. Совершенствование методов контроля и прогноза места судна. Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.22.13/ ОНМА. – Одесса, 2009. – 24 с.

111. Крамер Г. Математические методы статистики / Крамер Г. – М.: Мир. – 1975. – 648 с.

112. Ворохобін І. І. Зменшення точності визначення положення судна залежно від способу рохрахунку при надлишкових вимірах / Ворохобін І. І., Бурмака І. О., Фусар І. Ю // Судноводіння: Збірник наукових праць / НУ «ОМА», Вип. 31. – Одеса: «ВидавІнформ», 2021 - С. 130 – 135.

ДОДАТОК А.

Список публікацій здобувача та відомості про апробацію результатів дисертації

1. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.

2. Ворохобин И. И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарлье типа А /Ворохобин И. И., Сикирин В. Е., Фусар И. Ю.// Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – 2017. – № 2(17). – С. 14 - 20.

3. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений /Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 28. – Одесса: «ИздатИнформ», 2018 - С. 42 – 48.

4. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю., Алексейчук Б.М.// Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. - С. 84 - 88.

5. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избыточных измерениях / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Автоматизация судовых технических средств: науч.- техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ"ОМА". – С. 27 – 33.

6. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность/ Ворохобин И.И., Фусар И.Ю.// Austria - science, Issue: 26, 2019. - С. 3 - 8.

7. Фусар И.Ю. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю.// Судовождение: Сб. нучн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 29. – Одесса: «ИздатИнформ», 2019 - С. 230 – 236.

8. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека: Матеріали наук.-техн. конф., 16-17 листоп. 2017 – Одеса : ОНМА, 2017. – С. 123-125.

9. Фусар И.Ю. Анализ сходимости кривых плотностей смешанных распределений с кривыми их ортогональных разложений / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот):інфраструктура, судноплавство, перевезення, автрматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 15-16 листоп. 2018 – Одеса : НУ «ОМА», 2018. – С. 167 – 169.

10. Фусар И.Ю. Анализ плотности смешанного закона первого типа и ее ортогонального разложения / Фусар И.Ю // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018): Матеріали X Міжнародної наук.-практ. конф., 29-31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 143–146.

11. Фусар И.Ю. Анализ статистических материалов по погрешностям измерения пеленга и дистанции / Фусар И.Ю. // Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автрматизація: Матеріали наук.-техн. конф., 14-15 листоп. 2019 – Одеса : НУ «ОМА», 2019. – С. 84 – 85.

12. Фусар И.Ю. Ортогональное разложение плотности обобщенного пуассоновского распределения погрешностей навигационных измерений / Фусар И.Ю // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2019): Матеріали X1 Міжнародної наук.-практ. конф., 28-30 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2019. – С. 199–203.

13. Ворохобін І. І. Зменшення точності визначення положення судна залежно від способу рохрахунку при надлишкових вимірах / Ворохобін І. І., Бурмака І. О., Фусар І. Ю // Судноводіння: Збірник наукових праць / НУ «ОМА», Вип. 31. – Одеса: «ВидавІнформ», 2021 - С. 130 – 135.

Відомості про апробацію результатів дисертації.

Основні результати і положення роботи доповідалися, обговорювалися і були схвалені на науково-практичних, науково-технічних і науково-методичних конференціях:

науково-технічна конференція «Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 16-17 листоп. 2017 р.), науково-технічна конференція « Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 15-16 листопаду 2018 р.), науково-технічна конференція « Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 14-15 листопаду 2019 р.), X Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018)» (Херсон, 29-31 травня 2018 р.), X1 Міжнародна науково - практична конференція «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2019)» (Херсон, 28-30 травня 2019 р.).

ДОДАТОК Б.

Фрагмент лістингу імітаційної програми

```
interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,
  ExtCtrls, StdCtrls, ComCtrls;

type
  TForm1 = class(TForm)
    Image1: TImage;
    Panel1: TPanel;
    Panel2: TPanel;
    Timer1: TTimer;
    HeaderControl1: THeaderControl;
    Button1: TButton;
    Panel3: TPanel;
    Panel4: TPanel;
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
    procedure FormDestroy(Sender: TObject);
    procedure Image1MouseMove(Sender: TObject; Shift: TShiftState; X,
      Y: Integer);
    procedure Timer1Timer(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);

  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

type
MPoint = array[0..60] of TPoint;
Int40 = array[1..40] of Integer;

Pt = array[0..28800] of TPoint;

var
  Form1: TForm1;
  FirstBmp : TBitMap;
  IndTimer,Rd,Gr,Bl : byte;
  Alf,Bet,Alfo,Beto : Integer;
  t,wa,Scl,wb : real;
  Xn,Yn,Xa,Ya,Za,Ze,Xp,Yp,Zp,Ye,InvX,InvY : Integer;
  {X,Y,X1,Y1,X2,Y2,Xc,Yc : Integer;}
```

```
  {Xea,Yea,Xea1,Yea1,Xea2,Yea2,Xpt1,Ypt1,Zpt1: Integer;}
  Rc,Rz,dXn,dYn,dZn,Rg,H : Integer;

  Re,Re1,Re2 : Pt;
  Remx,Remn,Remx1,Remn1,mx,mn :word;
  IndWis,IndBet,IndAlf: byte;

  Xc,Yc,Yq1,Yf1,Xn1,Yq2,Yf2 : Integer;
  f,fn,q1,q2,X1,X2,Z1,Z2,Y    :real;
  B1,B2,M41,M42 : array[1..8] of real;
  n : byte;
  Sm1,Sm2,Rz1,Rz2 : MPoint;

  x,S1,S2,dp,P,G,S3,dq,qs,q,s,Ef : real;

implementation

{$R *.DFM}
 uses Unit_2D;


procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
label 1,2;
var
i : word;
StF : string[4];

begin
FirstBmp := TBitMap.Create;
FirstBmp.Width:=800;
FirstBmp.Height:=600;

ColorRect(FirstBmp,Image1,0,0,720,480,RGB(255,255,255),0);

Xc:=360; Yc:=445;



{for i:=1 to 6 do
ColorLine(FirstBmp,Image1,30+50*i,25,30+50*i,Yc,RGB(180,180,180),1,0);

for i:=1 to 6 do
ColorLine(FirstBmp,Image1,360+50*i,25,360+50*i,Yc,RGB(180,180,180),1,0);

for i:=1 to 7 do
```

```
ColorLine(FirstBmp,Image1,30,Yc-60*i,330,Yc-60*i,RGB(180,180,180),1,0);}

for i:=1 to 5 do
ColorLine(FirstBmp,Image1,360,Yc-84*i,660,Yc-84*i,RGB(180,180,180),1,0);



with Image1.Canvas do
 begin
 Pen.Color:=TColor(RGB(40,40,60));
 Brush.Color:=TColor(RGB(255,255,255));
 Font.Size:=10;
 Brush.Style:=bsClear;

 for i:=0 to 6 do
  begin
  ColorLine(FirstBmp,Image1,30+50*i,25,30+50*i,Yc,RGB(180,180,180),1,0);
  Str(i,StF);
  TextOut(25+50*i,455,StF);
  end;

 for i:=0 to 6 do
  begin
  ColorLine(FirstBmp,Image1,360+50*i,25,360+50*i,Yc,RGB(180,180,180),1,0);
  Str(i,StF);
  TextOut(355+50*i,455,StF);
  end;

 for i:=0 to 5 do
  begin
  ColorLine(FirstBmp,Image1,30,Yc-84*i,330,Yc-84*i,RGB(180,180,180),1,0);
  StF:=FloatToStr(0.1*i);
  TextOut(7,Yc-84*i-4,StF);
  end;



 {Pen.Color:=TColor(RGB(190,55,50));
 Brush.Color:=TColor(RGB(200,105,100));

 Ellipse(Xn-3,Yn-3,Xn+3,Yn+3);}
 end;

ColorLine(FirstBmp,Image1,Xc,25,Xc,Yc,RGB(10,10,10),1,0);
ColorLine(FirstBmp,Image1,30,Yc,690,Yc,RGB(10,10,10),1,0);
```

```
ColorLine(FirstBmp,Image1,30,25,30,Yc,RGB(10,10,10),1,0);

B1[1]:=0.49031; B1[2]:=0.440213; B1[3]:=0.4256591;
B1[4]:=0.4187223; B1[5]:=0.4146626;
M41[1]:=9; M41[2]:=4.2; M41[3]:=3.667; M41[4]:=3.462; M41[5]:=3.353;

{!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!}
n:=5; P:=0; qs:=0;
n:=3; B1[3]:=0.4558; M41[3]:=5;
for i:=0 to 600 do
  begin
  x:=0.005+0.01*i;
  {X1:=Sqr(x)/(4*n-1)+1; Z1:=exp((2*n+1)*ln(X1)); }
  X1:=Sqr(x)/(2*n-1)+1; Z1:=exp((n+1)*ln(X1));
  q1:=B1[n]/Z1;
  S1:=-x+(M41[n]-3)*(-Sqr(Sqr(x))*x+10*Sqr(x)*x-15*x)/24;
  S2:=1+(M41[n]-3)*(Sqr(Sqr(x))-6*Sqr(x)+3)/24;
  dp:=0.01*q1*Sqr(S1/S2);
  P:=P+dp;
  G:=(Sqr(x)-1)*S2;
  S3:=G+(M41[n]-3)*(-2*Sqr(Sqr(x))+9*Sqr(x)-3)/6;
  dq:=0.01*q1*S3/S2;
  qs:=qs+dq;
  end;

P:=2*P; qs:=2*qs;

q:=qs-P; s:=((2*n+1)*(4*n+1))/((4*n-1)*(2*n+2));

Ef:=Sqr(q)/(P*s);

{!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!}

B2[1]:=0.46875; B2[2]:=0.435036; B2[3]:=0.423290;
B2[4]:=0.417309; B2[5]:=0.413690;
M42[1]:=6; M42[2]:=4; M42[3]:=3.6; M42[4]:=3.429; M42[5]:=3.333;



with Image1.Canvas do
  begin
  Pen.Color:=TColor(RGB(40,40,60));
  Brush.Color:=TColor(RGB(255,255,255));
  Font.Size:=10;
  Brush.Style:=bsClear;
```

```
for i:=0 to 60 do
 begin
 Y:=0.1*i;

 Xn:=30+Round(Y*50);


 fn:=1/(Sqrt(2*pi))*exp(-(Sqr(Y)/2));

 (*Yn:=445-Round(fn*840);

 {Pen.Color:=TColor(RGB(190,5,5));
 Brush.Color:=TColor(RGB(190,5,5));

 Ellipse(Xn-2,Yn-2,Xn+2,Yn+2);}

 n:=4;
 f:=fn*(1+(M41[n]-3)*(Sqr(Sqr(Y))-6*Sqr(Y)+3)/24);

 Yf1:=445-Round(f*840);

 Rz1[i].x:=Xn; Rz1[i].y:=Yf1;

 {Pen.Color:=TColor(RGB(5,5,190));
 Brush.Color:=TColor(RGB(5,5,190));
 Ellipse(Xn-2,Yf1-2,Xn+2,Yf1+2);}


 X1:=Sqr(Y)/(4*n-1)+1; Z1:=exp((2*n+1)*ln(X1));

 q1:=B1[n]/Z1;

 Yq1:=445-Round(q1*840);

 Sm1[i].x:=Xn; Sm1[i].y:=Yq1;


 Xn1:=360+Round(Y*50);

 n:=5;
 f:=fn*(1+(M41[n]-3)*(Sqr(Sqr(Y))-6*Sqr(Y)+3)/24);

 Yf2:=445-Round(f*840);
```

```
Rz2[i].x:=Xn1; Rz2[i].y:=Yf2;

{Pen.Color:=TColor(RGB(5,5,190));
Brush.Color:=TColor(RGB(5,5,190));
Ellipse(Xn-2,Yf1-2,Xn+2,Yf1+2);}


X1:=Sqr(Y)/(4*n-1)+1; Z1:=exp((2*n+1)*ln(X1));

q1:=B1[n]/Z1;

Yq2:=445-Round(q1*840);

Sm2[i].x:=Xn1; Sm2[i].y:=Yq2;*)


n:=2;

f:=fn*(1+((M42[n]-3)*(Sqr(Sqr(Y))-6*Sqr(Y)+3))/24);

Yf1:=445-Round(f*840);

Rz1[i].x:=Xn; Rz1[i].y:=Yf1;


X1:=Sqr(Y)/(4*n+1)+1; Z1:=exp((2*n+3/2)*ln(X1));

q2:=B2[n]/Z1;

Yq1:=445-Round(q2*840);

Sm1[i].x:=Xn; Sm1[i].y:=Yq1;


Xn1:=360+Round(Y*50);

n:=3;

f:=fn*(1+((M42[n]-3)*(Sqr(Sqr(Y))-6*Sqr(Y)+3))/24);

Yf2:=445-Round(f*840);

Rz2[i].x:=Xn1; Rz2[i].y:=Yf2;
```

```
    X1:=Sqr(Y)/(4*n+1)+1; Z1:=exp((2*n+3/2)*ln(X1));

    q2:=B2[n]/Z1;

    Yq2:=445-Round(q2*840);

    Sm2[i].x:=Xn1; Sm2[i].y:=Yq2;

    end;

  Pen.Color:=TColor(RGB(190,5,5));
  PolyLine(Sm1);
  Pen.Color:=TColor(RGB(5,5,190));
  PolyLine(Rz1);
  Brush.Color:=TColor(RGB(255,255,255));
  TextOut(166,7,'n=4');

  Pen.Color:=TColor(RGB(190,5,5));
  PolyLine(Sm2);
  Pen.Color:=TColor(RGB(5,5,190));
  PolyLine(Rz2);
  TextOut(498,7,'n=6');

  TextOut(695,435,'cig');
  TextOut(25,5,'f, q');
  TextOut(355,5,'f, q');

  end;

end;

procedure TForm1.FormDestroy(Sender: TObject);
begin
FirstBmp.Free;
end;

procedure TForm1.Image1MouseMove(Sender: TObject; Shift: TShiftState; X,
  Y: Integer);
var
StrC : string[3];

begin
Str(X,StrC);
Panel1.Caption:=StrC;
Str(Y,StrC);
```

```
Panel2.Caption:=StrC;
end;
```

ДОДАТОК В.

Акти впровадження результатів дисертації

ЗАТВЕРДЖУЮ

Перший проректор Національного університету
«Одеська морська академія»,
д.ю.н., професор
____________О.М. Шемякін
«__8__» ___04______ 2021 р.

А К Т

використання результатів дисертаційної роботи
Фусара Ігоря Юрійовича
на тему «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна» в навчальному процесі університету

Ми, що нижче підписались, начальник навчального відділу університету Пархоменко М.М., директор Навчально-наукового інституту навігації Цимбал М.М. та завідувач кафедрою судноводіння д.т.н., професор Алексішин В.Г. склали цей акт у тому, що результати дисертаційної роботи Фусара І.Ю. на тему «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна» використовуються у навчальному процесі кафедри судноводіння в методичних матеріалах дисципліни «Обробка і аналіз навігаційної інформації».

Начальник навчального відділу
Національного університету
«Одеська морська академія» М.М. Пархоменко

Завідувач кафедри
судноводіння,
к.т.н., професор В.Г. Алексішин

Директор Навчально-наукового
інституту навігації НУ «ОМА»,
д.т.н., професор М.М. Цимбал

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної роботи
Національного університету
«Одеська морська академія»
д.т.н., професор
_________________ В.М. Захарченко
«__» ___04___ 20_21_ р.

А К Т

використання результатів дисертаційної роботи
Фусара Ігоря Юрійовича
на тему «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна» в науково-дослідних роботах, які виконуються в університеті

Ми, що нижче підписались, начальник науково-дослідної частини університету Савчук В.Д. та завідувач кафедри ТСС Чапчай П.О. склали цей акт у тому, що результати дисертаційної роботи Фусара І.Ю. на тему «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна» увійшли складовою частиною в заключний звіт по науково-дослідній роботі «Забезпечення безпеки судноводіння в стислих умовах плавання», НУ «ОМА», Одеса, 2018 р. (№ ДР 0115U003580, науковий керівник к.т.н., професор Чапчай П.О.), розділ 2.7 «Визначення обсервованих координат судна з використанням ортогонального розкладання щільності похибок лінії положення ».

Начальник науково-дослідної
частини НУ«ОМА»,
к.т.н., с.н.с., професор В.Д. Савчук

Завідувач кафедри
ТСС,
к.т.н., професор П.О. Чапчай

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

результатів дисертаційної роботи Фусара І.Ю.
на тему «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна»

Цим актом засвідчується, що в навчально-тренажерному центрі "ABC Maritime LLC" отримали впровадження теоретичні результати дисертаційної роботи Фусара Ігоря Юрійовича «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна», що подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.22.13 - навігація та управління рухом.

Теоретичні результати використовуються при навчанні, підготовці та перепідготовці офіцерів морських суден за напрямом «Судноводіння», зокрема при проходженні тренажерної підготовки та при вирішенні задач судноводіння, пов'язаних з обчисленням координат судна, та отриманням більш точного місцяположення судна у різних умовах плавання.

Директор НТЦ "ABC Maritime LLC" КДП О.Р. Очеретний

УКРАЇНА • Товариство з обмеженою відповідальністю "ABC Марітіме" Ідент.код №31997803 • М. ОДЕСИ • ЖОВТНЕВИЙ РАЙОН

07.05.2021 р

Товариство з обмеженою відповідальністю «ABC Марітіме» Україна, 65026, м. Одеса, пров. Віце-Адмірала Жукова 3-7, оф. 34/1,36,37,38,39, тел. (+38048) 777-60-00
E-mail: abc@abcmaritime.com.ua Р/р 26005962502798 у відділенні ПУМБ «РЦ В М. ОДЕСА» / МФО 334851 / ЄДРПОУ 31997803

ABC Maritime LLC, 34/1,36,37,38,39, 3-7 Vice-Admiral Zhukov Lane, Odessa, Ukraine, 65026 phone (+38048) 777-60-00, E-mail: abc@abcmaritime.com.ua

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Ректор Херсонської державної
морської академії д.п.н., професор
______ Василь ЧЕРНЯВСЬКИЙ

« __ » __________ 2021 р.

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

про впровадження результатів дисертаційної роботи Фусара Ігоря Юрійовича на тему «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна» у освітній процес Херсонської державної морської академії.

Ми, що нижче підписались, декан факультету судноводіння, д.пед.н., доцент Нагрибельний Я.А., завідувач кафедри судноводіння к.т.н., к.д.п. Макарчук Д.В., доцент кафедри судноводіння к.т.н. Носов П.С., склали цей акт у тому, що результати дисертації Фусара Ігоря Юрійовича на тему «Підвищення точності судноводіння розробкою загального способу оцінки координат судна» впроваджені у навчальний процес на кафедрі управління судном в дисциплінах по забезпеченню безаварійного плавання судна, а саме:

- формалізація системи ухвалення рішень по управлінню рухом судна;
- оцінка ефективності обсервованих координат судна;
- застосування ортогонального розкладання для розрахунку обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань.

Декан факультету судноводіння,
д.пед.н., доцент — Ярослав НАГРИБЕЛЬНИЙ

Завідувач кафедри
судноводіння,
к.т.н., к.д.п. — Дмитро МАКАРЧУК

Доцент кафедри судноводіння,
к.т.н. — Павло НОСОВ